

辽宁广播电视台教育·青少频道《名师堂》栏目特别奉献

高考 提分 点对点

《高考提分点对点》编委会 编

会做 $\neq$ 得高分
复习方法+应试技巧=金榜题名
高效复习，超常发挥
一分耕耘，两分收获

理 科

辽宁教育出版社

辽宁广播电视台教育·青少频道《名师堂》栏目特别奉献

高考 提分 点对点

《高考提分点对点》编委会 编

理科

 辽宁教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

高考提分点对点. 理科/《高考提分点对点》编委会编. —沈阳: 辽宁教育出版社, 2010.3

ISBN 978-7-5382-8309-9

I. ①高… II. ①高… III. ①理科 (教育) —课程—高中—升学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 025053 号

辽宁教育出版社出版、发行

(沈阳市和平区十一纬路 25 号 邮政编码 110003)

沈阳新华印刷厂印刷

开本: 880 毫米×1230 毫米 1/32 字数: 320 千字 印张: 10 $\frac{3}{4}$

2010 年 3 月第 1 版

2010 年 3 月第 1 次印刷

责任编辑: 王莹 宋燕

责任校对: 和力

杜玲 赵姝玲

装帧设计: 熊飞

ISBN 978-7-5382-8309-9

定 价: 25.00 元

《名师堂》栏目高考图书项目

组 委 会

辽宁教育出版社 总编辑 刘国玉

辽宁广播电视台教育·青少频道 总 监 韩 涛

辽宁省实验中学 校 长 关俊奇

东北育才(集团)学校 校 长 高 琛

本溪市高级中学 校 长 庞鸣嵘

沈阳市第二中学 校 长 刘 辉

执行主任

崔 崇 张 领

编 委 会

夏万丽 李 军 雷泓泥 姜宏敏 王永攀 刘瑞琪

李 爽 郭秀玲 于宝山 张桂萍 王 淑 钱慧蛟

崔丽娟 张 珣 车玉杰 王博洋 杨永坤 何 梅

名师榜



郭秀玲
辽宁省实验中学
数学高级教师



于宝山
沈阳市第二中学
语文高级教师



张桂萍
大连市育明高中
语文高级教师



王 淑
沈阳市第二中学
英语特级教师



钱慧蛟
东北育才学校
英语高级教师



崔丽娟
辽宁省实验中学
物理高级教师



张 珣
东北育才学校
化学高级教师



车玉杰
本溪市高级中学
生物高级教师



Contents

目 录

理科数学	1
语文	57
英语	101
物理	189
化学	219
生物	289

Likesbury

④ 理科数学

一、复习高招

(一) 考纲分析

(二) 名师建议

1. 在知识专题的复习上,应明确“主体”,突出重点
2. 在方法专题的复习上,要注重串联考点,掌握通法,强化数学思想的运用

(三) 典例解读

- 题型 1: 二次函数综合问题
题型 2: 代数推理题的典例解析
题型 3: 解析几何综合问题
题型 4: 立体几何应用问题
题型 5: 空间向量合的应用问题
题型 6: 函数、导数应用题
题型 7: 探索性问题
题型 8: 抽象函数问题

(四) 思维总结

二、应试技巧

(一) 高考数学拿分的四个决胜要素

- 第一要素——统筹分配答题时间,科学选择答题方法
第二要素——规范答题过程,重视通性、通法
第三要素——合理安排答题顺序,力争减少失分机会
第四要素——克服畏惧心理,敢于在难题中挖掘得分点

(二) 易错、易混、易忘问题备忘录

主讲名师



郭秀玲

教育硕士. 辽宁省实验中学数学高级教师, 高三数学备课组组长. 曾获沈阳市优秀班主任、皇姑区十佳班主任称号. 先后在中国教育电视台“教学导读”、辽宁教育电视台“ETV 家庭教师”“空中课堂”、沈阳市教育电视台“空中课堂”等栏目担任主讲教师. 所授数学课多次荣获省级公开课一等奖, 主持的《数学思维与数学训练》的研究与实验获辽宁省“八五”首批教育科研成果一等奖. 先后在《辽宁教育》《数学教育与研究》等杂志发表论文多篇.

一、复习高招

(一) 考纲分析

今年理科数学高考大纲总体平稳, 局部微调. 从考纲看, 考试内容和考查深度变化不大. 考试大纲不仅强调对数学基础知识的考查, 还要求既全面又突出重点, 对于支撑学科知识体系的重点内容, 要占较大的比例, 构成数学试卷的主体. 注重学科的内在联系和知识的综合性, 不刻意追求知识的覆盖面. 从学科的整体高度和思维

价值的高度考虑问题。“在知识网络交汇点处设计试题，使对数学基础知识的考查达到必要的深度”，“重视双基的落实，以规定的知识点为载体出活题”是新课程高考命题继续坚持的命题原则之一。由此可以看出今年高考命题的方向还是侧重支撑数学学科知识体系的主干知识的考查，其重点内容仍然集中在七大板块：函数与导数、数列、不等式、三角、立体几何、解析几何、统计与概率。

(二) 名师建议

学生复习时要注意稳中求变，重视基础知识和基本方法的回归，突出重点，注重通性、通法，注意新增内容的辐射，强化数学应用意识及开放性问题的探索。

目前我省大部分学校的一轮复习已进入尾声，已经进入或即将进入二轮复习。二轮复习实质上是知识专题和方法专题的综合复习，两个专题应紧密结合进行同步复习。其中，知识专题要抓住主干知识及综合专题的复习，加强各板块知识的综合。高考数学命题主要有两类：知识性试题和综合性试题。综合性试题在知识网络交汇点设计试题，对数学知识和能力的考查达到一定的深度，具有很好的选拔功能，是高考命题的热点；而数学思想又是数学知识运用的高层次的体现。函数与方程、数形结合、分类讨论、转化与化归等数学思想是走出思维困境的武器与指南。总结提炼数学思想方法，能使解题策略与方法明确化、系统化。

1. 在知识专题的复习上，应明确“主体”，突出重点

第一轮复习重在基础，指导思想是全面、系统、灵活。在抓好单元知识、夯实“三基”的基础上，注意知识的完整性、系统性，初步建立明晰的知识网络。而第二轮复习则是在第一轮的基础上，明确主体，突出重点。对重点考查知识内容进行巩固和强化，是数学解题能力大幅度提高的阶段。可以说，高考数学能否考高分，关键在于第二轮专题复习效果的好坏，为此同学们要重视以下几个方面：

(1) 重点知识要落实到位. 函数、不等式、数列、几何体中的线面关系、直线与圆锥曲线及新增加内容中的空间向量、推理证明、概率和定积分等, 这些既是高中数学教学的重要内容, 又是高考的重点, 而且常考常新, 经久不衰. 因此, 在复习备考中, 一定要围绕上述重点内容作重点复习, 保证复习时间, 狠下工夫、练习到位、反思到位. 并将这些板块知识有机结合, 形成知识链、方法群. 例如 2009 年高考辽宁卷理科数学试题中选择题 12 个题中有 10 个是教材中的重点知识.

(2) 围绕知识点交汇的专题复习. 在这一阶段, 主要是加强各知识板块的综合, 打破知识之间的界限, 加强各章节知识之间的横向联系, 对知识的交汇点和结合点进行必要的针对性专题复习. 例如, 以函数为主干, 不等式、导数、方程、数列与函数的综合; 再如平面向量与三角函数, 平面向量与解析几何的综合等. 例如 2009 年高考辽宁卷理科数学解答题第 18 题.

(3) 对新增内容, 注重辐射. 新增内容是新课程的生活和精髓, 是近现代数学在高中中的渗透. 复习中要强化新增知识的学习, 特别是新增数学知识与其他知识的结合. 如向量在解题中的作用明显加强, 用导数做工具研究函数的单调性和证明不等式问题, 导数亦成为高考热点. 例如 2009 年高考辽宁卷理科数学选择题第 10 题、填空题第 16 题、解答题第 21 题.

(4) 查缺补漏, 注意细节. 第二轮复习也是一个查漏补缺, 以“错”纠错的关键阶段. 对一些常见的易错易混的知识、方法, 一些应该注意的问题进行再次强化. 例如:

①在判断函数的奇偶性时, 忽略了定义域;

②二次方程中的二次项系数不能为零;

③给出数列的前 n 项的和 S_n , 求它的通项公式时, 忽略了 $n=1$ 的情形;

④求等比数列的前 n 项和 S_n , 忽略对公比 $q=1$ 及 $q \neq 1$ 进行分类讨论; 证明等比数列时, 忽略证明 $a_n \neq 0$;

⑤用斜截式或点斜式直线方程解题时, 忽略斜率不存在的情况;

⑥研究直线与圆锥曲线的位置关系时，忽略对有关参数的范围进行讨论；

⑦如已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + a^2$ ，在 $x=1$ 时有极值 10，求 a, b 的值。在解题时，利用导数可以很快求出 $\begin{cases} a=4, \\ b=-11 \end{cases}$ 或

$\begin{cases} a=-3, \\ b=3. \end{cases}$ 但是很多同学忽略了检验，即忽略了导数为 0 只是函数有极值的必要条件，而不是充分条件，经检验，第二组解代入 $f(x)$ 中， $x=1$ 就不是函数的极值点，应舍掉。

细节决定成败，解题时，大方向正确，但是忽略了一些定理成立的条件，这就是基础知识理解和掌握得不够扎实的表现。查漏补缺的过程就是反思的过程。除了把不懂的问题弄懂以外，还要学会“举一反三”，及时归纳，能触类旁通。书写规范方面的细节也是高考中应该特别注意的问题。

2. 在方法专题的复习上，要注重串联考点，掌握通法，强化数学思想的运用

“在知识的交汇处命题”是近年来高考命题的一大特点，这个时期的复习，整体上把握各部分考点的内在联系，归纳解题思路，整合知识要点，提升思想方法。

(1) 在知识上强调考点的串联，强调知识的整合与综合，即对一些基本题型进行变式。

例如：求函数 $f(x) = 4x^3 - 3x^2 - 6x + 2$ 在区间 $[-1, 1]$ 上的值域。

我们可改为：求函数 $f(x) = 4\cos^3 x - 3\cos^2 x - 6\cos x + 2$ 的值域。这样就把区间 $[-1, 1]$ 隐含了。

(2) 在解题方法上注意通性、通法。基础知识和基本方法的综合运用就是能力，只有掌握好了通法，才能更好地理解和掌握其他的一些技巧。

例如：已知函数 $f(x) = x^3 - 9x^2 \cos \alpha + 48x \cos \beta + 18 \sin^2 \alpha$ ， $g(x) = f'(x)$ ，且对任意的实数 t 均有 $g(1 + e^{-|t|}) \geq 0$ ， $g(3 + \sin t) \leq 0$ 。则

函数 $f(x)$ 的解析式是_____.

本题是以三次函数与二次函数为背景材料的函数题, 而 $1 + e^{-1+t}$, $3 + \sin t$ 又是关于 t 的函数, 通过对这两个函数的值域分析: $(1 + e^{-1+t}) \in (1, 2]$, $3 + \sin t \in [2, 4]$, 得 $g(x) \geq 0$ 在 $x \in (1, 2]$ 成立, $g(x) \leq 0$ 在 $x \in [2, 4]$ 成立, 即可找到本题的切入点: $g(2) = 0$, 且 $g(4) \leq 0$,

$$\text{即有} \begin{cases} g(2) = 12 - 36\cos\alpha + 48\cos\beta = 0 \\ g(4) = 48 - 72\cos\alpha + 48\cos\beta \leq 0 \end{cases} \Rightarrow 36 - 36\cos\alpha \leq 0,$$

得出本题的关键点: $\cos\alpha \geq 1$, 即 $\cos\alpha = 1$, 从而解得 $\cos\beta = \frac{1}{2}$,

即得解析式.

本题讨论函数在某区间上的有关性质, 新颖之处在于所给区间是隐含的, 即利用指数函数和三角函数的值域讨论函数中的定义域区间问题, 考点上综合了三次函数、二次函数、指数函数、三角函数及不等式等知识, 体现了函数综合性强的特点. 解题过程通过一系列的转化: 求导法、求函数的值域法、解不等式与方程等得出结论.

(3) 在解题方法的专题复习中还要特别重视数学思想的运用, 常见的数学思想方法有:

①函数思想方法: 根据问题的特点构建函数, 将所要研究的问题转化为对构建函数的性质、定义域、值域、单调性、奇偶性、周期性、最值、对称性、范围和图象的交点个数等价问题的研究;

②方程思想方法: 通过列方程(组)建立问题中的已知数和未知数的关系, 通过解方程(组)实现化未知为已知, 从而实现解决问题的目的;

③数形结合的思想: 它可以把抽象的数学语言与直观图形相对应, 通过“以形助数”或“以数解形”, 使复杂问题简单化, 抽象问题具体化;

④分类讨论的思想: 此思想方法在解答题中越来越体现出其重要地位, 在解题中应明确分类原则: 标准要统一; 不重不漏; 不主

动先讨论,尽量推迟讨论.此外在解题过程中,尽可能地简化分类讨论,常可采取:*a.* 消去参数;*b.* 整体换元;*c.* 变换主元;*d.* 考虑反面;*e.* 整体变形;*f.* 数形结合(思想).除此之外还有转化与化归、特殊与一般、有限与无限、或然与必然,等等.

总之,二轮复习的过程,是对数学基础知识和基本方法不断深化的过程,要从本质上认识和理解数学知识与解题方法之间的联系.复习阶段是各种思维和能力全面提高的阶段,从基础知识到基本方法,再到基本数学思想,是数学复习的全过程.对习题灵活变通,引申推广,能培养学生思维的深刻性,对解法的简捷性的反思评估,不断优化思维品质,能培养学生思维的严谨性、批判性.对同一数学问题多角度的审视引发出的不同联想,是一题多解的思维本源.丰富的、合理的联想,能培养学生对知识理解的深刻性.研究规律,科学复习,有助于同学们发现弄清知识与方法间的必然联系.

(三) 典例解读

题型1: 二次函数综合问题

例1 (2007 高考广东卷) 已知 a 是实数, 函数 $f(x) = 2ax^2 + 2x - 3 - a$, 如果函数 $y = f(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 上有零点, 求 a 的取值范围.

解析 若 $a = 0$, $f(x) = 2x - 3$, 显然在 $[-1, 1]$ 上没有零点, 所以 $a \neq 0$.

$$\text{令 } \Delta = 4 + 8a(3 + a) = 8a^2 + 24a + 4 = 0, \text{ 解得 } a = \frac{-3 \pm \sqrt{7}}{2},$$

①当 $a = \frac{-3 - \sqrt{7}}{2}$ 时, $y = f(x)$ 恰有一个零点在 $[-1, 1]$ 上,

②当 $f(-1) \cdot f(1) = (a - 1)(a - 5) \leq 0$, 即 $1 < a < 5$ 时, $y = f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上有零点,

③当 $y = f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上有两个零点时, 则

$$\begin{cases} a > 0, \\ \Delta = 8a^2 + 24a + 4 > 0, \\ -1 < -\frac{1}{2a} < 1, \\ f(1) \geq 0, \\ f(-1) \geq 0, \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} a < 0, \\ \Delta = 8a^2 + 24a + 4 > 0, \\ -1 < -\frac{1}{2a} < 1, \\ f(1) \leq 0, \\ f(-1) \leq 0, \end{cases}$$

$$\text{解得 } a \geq 5 \text{ 或 } a < \frac{-3-\sqrt{7}}{2},$$

$$\text{综上所述实数 } a \text{ 的取值范围是 } a \geq 1 \text{ 或 } a \leq \frac{-3-\sqrt{7}}{2}.$$

点评 二次函数 $f(x)$ 的图象具有连续性, 且由于二次方程至多有两个实数根, 所以存在实数 m, n 使得 $m < n$ 且 $f(m)f(n) < 0 \Leftrightarrow$ 在区间 (m, n) 上, 必存在 $f(x) = 0$ 的唯一的实数根. 事实上, 本题用补集的思想求解更简单.

例2 设 $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$, 若 $|f(0)| \leq 1, |f(1)| \leq 1, |f(-1)| \leq 1$, 试证明: 对于任意 $-1 \leq x \leq 1$, 有 $|f(x)| \leq \frac{5}{4}$.

解析 同例1, 可以用 $f(0), f(1), f(-1)$ 来表示 a, b, c .

$$\because f(-1) = a - b + c, f(1) = a + b + c, f(0) = c,$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}[f(1) + f(-1) - 2f(0)],$$

$$b = \frac{1}{2}[f(1) - f(-1)], c = f(0),$$

$$\therefore f(x) = f(1) \cdot \left(\frac{x^2+x}{2}\right) + f(-1) \cdot \left(\frac{x^2-x}{2}\right) + f(0) \cdot (1-x^2).$$

$\therefore$ 当 $-1 \leq x \leq 0$ 时,

$$\begin{aligned} |f(x)| &\leq |f(1)| \cdot \left|\frac{x^2+x}{2}\right| + |f(-1)| \cdot \left|\frac{x^2-x}{2}\right| + |f(0)| \cdot |1-x^2| \\ &\leq \left|\frac{x^2+x}{2}\right| + \left|\frac{x^2-x}{2}\right| + |1-x^2| \\ &= -\left(\frac{x^2+x}{2}\right) + \left(\frac{x^2-x}{2}\right) + (1-x^2) \end{aligned}$$

$$= -x^2 - x + 1$$

$$= -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{5}{4} \leq \frac{5}{4}.$$

当 $0 \leq x \leq -1$ 时,

$$\begin{aligned} |f(x)| &\leq |f(1)| \cdot \left|\frac{x^2+x}{2}\right| + |f(-1)| \cdot \left|\frac{x^2-x}{2}\right| + |f(0)| \cdot |1-x^2| \\ &\leq \left|\frac{x^2+x}{2}\right| + \left|\frac{x^2-x}{2}\right| + |1-x^2| \\ &= \left(\frac{x^2+x}{2}\right) + \left(\frac{-x^2+x}{2}\right) + (1-x^2) \\ &= -x^2 + x + 1 \\ &= -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{5}{4} \leq \frac{5}{4}. \end{aligned}$$

综上, 问题获证.

点评 由于二次函数的解析式简捷明了, 易于变形 (一般式、顶点式、零点式等), 所以, 在解决二次函数的问题时, 常常借助其解析式, 通过纯代数推理, 进而导出二次函数的有关性质.

题型2: 代数推理题的典例解析

例3 已知 $f(x) = \frac{x}{x+1}$ ($x \neq -1$).

(I) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 若 $a > b > 0$, $c = \frac{1}{(a-b)b}$, 求证: $f(a) + f(c) > \frac{3}{4}$.

解析 (I) 对已知函数进行降次分项变形, 得 $f(x) = 1 - \frac{1}{x+1}$,

$\therefore f(x)$ 在区间 $(-\infty, -1)$ 和 $(-1, +\infty)$ 上分别单调递增.

(II) 首先证明任意 $x > y > 0$, 有 $f(x+y) < f(x) + f(y)$.

事实上:

$$\begin{aligned} f(x) + f(y) &= \frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+1} = \frac{xy+xy+x+y}{xy+x+y+1} > \frac{xy+x+y}{xy+x+y+1} = \\ &f(xy+x+y), \end{aligned}$$

而 $xy+x+y>x+y$, 由 (I) 知 $f(xy+x+y) > f(x+y)$,

$$\therefore f(x) + f(y) > f(x+y),$$

$$\therefore c = \frac{1}{(a-b)b} \geq \frac{1}{\left(\frac{a-b+b}{2}\right)^2} = \frac{4}{a^2} > 0,$$

$$\therefore a+c \geq \frac{a}{2} + \frac{a}{2} + \frac{4}{a^2} \geq 3.$$

$$\therefore f(a) + f(c) > f(a+c) \geq f(3) = \frac{3}{4}.$$

点评 函数与不等式证明的综合题在高考中常考常新, 是既考知识又考能力的好题型, 在高考备考中有较高的训练价值, 针对本例的求解, 你能够想到证明任意 $x>y>0$, 有

$f(x+y) < f(x) + f(y)$, 你还可以采用逆向分析法解题.

例4 对于函数 $f(x)$, 若存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, 使 $f(x_0) = x_0$ 成立, 则称 x_0 为 $f(x)$ 的不动点. 如果函数 $f(x) = \frac{x^2+a}{bx-c}$ ($b, c \in \mathbf{N}$)

有且只有两个不动点 0, 2, 且 $f(-2) < -\frac{1}{2}$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(II) 已知各项不为零的数列 $\{a_n\}$ 满足 $4S_n \cdot f\left(\frac{1}{a_n}\right) = 1$, 求数列通项 a_n ;

(III) 如果数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 4$, $a_{n+1} = f(a_n)$, 求证: 当 $n \geq 2$ 时, 恒有 $a_n < 3$ 成立.

解析 (I) 依题意有 $\frac{x^2+a}{bx-c} = x$, 化简为 $(1-b)x^2 + cx + a = 0$, 由韦达定理得

$$\begin{cases} 2+0 = -\frac{c}{1-b}, \\ 2 \cdot 0 = \frac{a}{1-b}, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a=0, \\ b=1+\frac{c}{2}, \end{cases} \text{代入表达式 } f(x) =$$