

● 国家出版基金资助项目

华罗庚文集

应用数学卷II

杨德庄 / 主编



科学出版社
www.sciencep.com

国家出版基金资助项目

华罗庚文集

应用数学卷 II

杨德庄 主编

(华罗庚应用数学与信息科学研究中心)

科学出版社

北京

内 容 简 介

本卷介绍著名数学家华罗庚先生在应用数学领域的成就.

本卷分卷 I、卷 II 两卷, 卷 I 主要内容包括近似分析中的数论方法和应用统计中的数论方法, 卷 II 主要内容包括计划经济大范围最优化数学理论、关于经济优化平衡的数学理论、数学普及之初简介、统筹方法平话及补充、优选法平话及补充、优选学等. 从卷 I、卷 II 可以看出华罗庚在中国发展应用数学的开拓性工作分两个层面: 创造性工作层面与普及推广工作层面, 也可以看出他的探索创新之路和他的深邃的导向观点.

本卷适合数学及相关专业大学生、研究生、教师及科研人员阅读参考.

图书在版编目(CIP)数据

华罗庚文集: 应用数学卷 II/杨德庄主编. —北京: 科学出版社, 2010
ISBN 978-7-03-027250-8

I. 华… II. 杨… III. ①数学-文集 ②应用数学-文集 IV. 01-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 069904 号

责任编辑: 张 扬 / 责任校对: 陈玉凤

责任印制: 钱玉芬 / 封面设计: 黄华斌

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2010 年 5 月第 一 版 开本: B5 (720 × 1000)

2010 年 5 月第一次印刷 印张: 21 1/4

印数: 1—3 000 字数: 407 000

定价: 98.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

纪念华罗庚先生诞辰 100 周年

出版说明

“华罗庚是他那个时代的世界级领袖数学家之一, 对于中国近代数学发展作出了重大贡献”. “他的绝大部分工作时间是在中国度过的. 如果今天有许多中国数学家能在科学前沿作出突出贡献的话, 如果数学在中国能享有异常普遍尊重的话, 那就要在很大程度上归功于作为学者与导师的华罗庚五十年来对于中国数学事业的领导和贡献”. 这是国际数学界对他的赞誉, 并称他为一位奇才, 他有卓越的个人学术成就, 同时他是一位历史上罕见的发展本国数学的数学思想家、实践家.

华罗庚受到的正规教育仅到初中毕业, 之后读了一年多职业学校, 即主要靠自学成为伟大的数学家, 无疑他要比通常的数学家付出更多的辛劳. 他是我国解析数论、自守函数论、多复变函数论、典型域上的调和分析、典型群、除环论、数值分析中的数论方法及应用数学等众多领域的创始人与开拓者, 他的一些著作已经成为这些领域的经典文献.

华罗庚是一位爱国数学家. 在抗日战争刚开始时, 他即从英国回到中国, 在云南昆明执教于西南联合大学直至抗战胜利. 中华人民共和国刚成立, 他即放弃在美国伊利诺依大学的终身教授职务, 率全家于 1950 年回到祖国, 担负起领导中国数学发展的工作达三十余年, 直到去世.

华罗庚非常关心同时注意培养年轻数学家, 并能和同事们共同讨论切磋. 早在昆明时期, 受他影响而成为著名数学家的有段学复、闵嗣鹤、樊几、徐贤修等人. 1950 年以后, 受他影响与在他直接领导之下工作的人就更多了, 如冯康、越民义、万哲先、陆启铿、龚升、许孔时、王元、陈景润、丁石孙、丁夏畦、王光寅、张里千、陈希孺、吴方、魏道政、严士健、潘承洞、任建华、石钟慈、许以超、冯克勤等人. 他还为大学生写了不少教科书.

华罗庚很重视科学普及工作及数学方法在工业生产中的应用. 他是我国数学竞赛活动的创始人并为中学生写了不少课外读物. 华罗庚持续了近二十年在中国各省、市、自治区普及推广工业生产中的数学方法, 给工人们讲课, 产生了很好的经济效益和社会效益. 长期跟他一起工作的有陈德泉、计雷、李之杰、徐伟宣、杨德庄等人. 他非常重视发展应用数学的探索创新工作, 与他密切合作的有王元, 受他学术思想、方法论引领与影响下工作的有曾肯成、裴定一、方开泰、杨德庄等人.

当然, 华罗庚也得到了他的前辈对他的教导与培养, 得到了他的同辈数学家对他的关心与帮助. 特别在他年轻处于最困难处境的时候, 得到了熊庆来、杨武之、叶企孙等先生对他的提拔与帮助.

我们应该全面总结华罗庚的一生,以便后辈们能更好地以他为榜样,将中国的数学事业搞上去,更好地服务于祖国.同时,研究华罗庚无疑也是中国近代数学史研究的重要任务之一.

科学出版社邀请长期与华罗庚一起工作的几个学生负责编辑《华罗庚文集》,无疑是一项非常有眼光的举措.作为他的学生与晚辈,我们都愿意积极奉献力量.我们将首先编辑出版他的原始论文与学术专著,将按数论、代数几何、分析、应用数学来分类编辑.

最后,我们在此对于支持这项工作的单位与友好人士表示衷心的感谢,特别要感谢中国科学院数学与系统科学研究院的创新资金的支持,感谢国家出版基金的支持,感谢中国科学院知识创新工程资助项目“中国近现代科学技术发展综合研究”(KJCX-W6)与国家自然科学基金委“20世纪数学史”研究项目(2052100)的支持.科学出版社的编辑同志对本书的出版做了大量深入细致的工作,在此一并感谢.

《华罗庚文集》应用数学卷编辑组

序

在纪念数学大师华罗庚 100 周年华诞之际, 纵观中国应用数学发展史, 从探路工作以及始于 1958 年的数学普及工作, 到创造型工作 (以闻名国际的华-王方法为代表), 到应用数学人才的培养工作, 人们清楚地看到了华罗庚和王元对中国应用数学发展的引领和推动作用, 他们是探路人和开拓者; 人们还清楚地看到他们的应用数学工作始终就密不可分. 他们是应用数学紧密合作 (团队式工作) 的典范. 因此, 出版他们的应用数学文集, 科学的、恰当的做法, 就是把华、王的工作成果放在一起出版. 这就是本书在编辑时最初确定的书名为《华罗庚、王元应用数学文集》的缘故. 但是, 王元认为他的应用数学一直都是在华老指导与影响下, 与他共同进行的, 应该属于“华罗庚应用数学体系与工作”中的一部分, 应该以华罗庚冠名出文集是最适当的, 所以本文集最后定名为《华罗庚文集: 应用数学卷》.

紧密合作的典范

1. 探路工作的密不可分

为什么要探路?

数学是什么? 应用数学是什么? 应用数学应该是什么样子? 时至今日, 国际数学界仍在争论之中. 众所周知, 尽管有争论, 但是对于纯粹数学研究而言, 国际上已有几百年来逐步形成的一种套路可循, 而应用数学则没有. 因此, 各国为发展本国的应用数学的领头人, 首先要探路 (通俗地讲, 就是应用数学搞什么? 怎么搞?).

数学研究, 领头的数学家的视点, 具有导向作用, 纯粹数学是如此 (如 Hilbert 1900 年提出的 23 个问题, 就是他汇总了前人的观点, 加他本人的感悟, 形成的一种对数学今后发展的观点, 它影响了 20 世纪的数学发展方向), 应用数学也是如此. 在探索中国应用数学之路时, 需要观点导向, 在中国应用数学起步时, 导向观点集中体现在华罗庚、王元合作的文章《有限与无穷, 离散与连续》中. 因为应用数学主要涉及数学外部的实际问题和纯粹数学与别的学科 (分支) 的交叉应用的问题, 它要构建数学模型或重构数学模型, 它还要研究对模型的数值求解的好算法. 因此, 《有限与无穷, 离散与连续》的辩证统一的观点与技巧, 极为重要. 文中的观点与实例导引人们对离散性、非线性、随机性的特殊视角, 那是近年来应用数学家才充分认识到的“三性”难点, 在 20 世纪五六十年代华罗庚和王元就已点明了. 文中还强调了离散问题特殊性和离散逼近思想的重要性.

探路工作还需要寻找“问题”。

华罗庚和王元认为“问题”对纯粹数学研究和应用数学研究一样重要,这与许多著名数学家观点一致,比如 M. Atiyah 就强调“问题”在数学发展中起关键作用。但是,应用数学“问题”的寻觅与纯粹数学不同。纯粹数学“问题”主要来自数学内部,大量的猜想和各纯粹数学分支文献中的问题展现在读者的面前,应用数学的问题多来自数学的外部,寻找这样的“问题”具有相当的难度,多数“问题”还只是自然语言的表述,未形成数学问题;即使与纯粹数学有关的应用数学“问题”,没有洞察力和数学的慧敏,也难以捕捉到。华罗庚和王元从事应用数学工作起步时,首先要寻觅应用数学“问题”。他们毕竟首先是纯粹数学家,在中国对应用数学需求先天不足的那个时代,他们只好先从书本上、文献上找“问题”。他们成功了,他们找到了“问题”。他们在寻找“问题”的工作上,就密不可分,那是一个个过程,是一个个有趣的故事。这里叙述两个故事。华罗庚想到采矿与水利等方面可能有数学问题,于是他让王元到北京各有关部门去了解情况。王元在北京矿业学院的教师那里借来了几本“矿体几何学”的书。华罗庚从他的朋友陆漱芬那里学到了地理学家计算坡地表面积的方法。这样结合起来,他们共同找到了应用数学的第一个“问题”,研究完成了第一篇应用数学论文。第二个故事是“华-王方法”的“问题”,关于数论在多重积分近似计算中的应用问题。苏联是世界数学强国,1957年苏联科学院的工作总结中提到了两项重要数学成果,两项之一为数论在多重积分近似计算中的应用。有一篇俄文的文章中讲到积分近似计算中的蒙特卡罗方法,讲到其中所需的随机数服从一致分布等。王元拿了文章去找华罗庚谈。那天华罗庚很累,不想看。王元说:“就看这一行,行不行?”华罗庚看后很兴奋地说:“蒙特卡罗方法实质上就是数论中的一致分布论的应用,这就好像隔着一层纸,戳穿了就那么一点点东西。”此时他们俩心有灵犀一点通,已经共同洞察到这个问题更深层的数学现象。他们立即捕捉住他们共同寻觅的“问题”。这是他们共同寻觅的第二个“问题”。

2. 创造型攻关研究的紧密合作。

纯粹数学研究成果主要靠纯粹数学家个体完成的。比如,华罗庚、王元、陈景润在数论领域的辉煌成就,都是靠他们个人的聪慧才智登上了别人达不到的高峰。当然也有特例,比如,“对于整整一代人来说,哈代、利特伍德的合作主宰了英国的纯粹数学,也在很大程度上主宰了世界的解析数论。但是至今没有人知道他们是如何合作的”。应用数学攻关研究要靠团队的合作力量,华罗庚、王元从事应用数学研究一开始,就给后来人树立了榜样。他们对共同寻找到的应用数学问题进行攻关研究时,紧密合作。对于第一个“问题”,华罗庚首先证明了一个漂亮的不等式

$$V \leq B \leq S$$

(V 、 B 、 S 分别表示地理学家伏尔柯夫方法、矿业学家包曼方法求坡面面积的极限结果, S 是坡面的真面积).

王元用华罗庚的方法对“矿体几何学”书上介绍的估计矿床体积的方法进行理论探讨, 得到了一系列好结果. 他们一起只用一点微积分, 只用了 12 页, 就把 300 多页的“矿体几何学”上的计算方法全写出来了. “关于在等高线图上计算矿藏储量与坡地面积的问题”, 就是他们共同攻关的第一个“问题”的成果.

对于第二个“问题”, 华罗庚、王元密切合作进行攻关研究就更精彩了. 就在 1958 年, 华罗庚与王元在苏联的《科学通报》上见到数论方法用于高维数值积分的第一篇理论文章, 他们有特殊的敏感性和洞察力, 看到了更深层的问题, 他们立即开展深入研究. 他们从 2 维入手, 华罗庚猜出用斐波那契数列来构造 2 维一致分布点列的方法可以得到最佳求积公式, 王元只用两页纸就证明了一个重要的公式, 虽然同时代其他数学家也得到同样的结果, 但所用的方法要间接而麻烦得多.

接着, 他们要转向高维空间, 华罗庚凭他特有的数学直觉, 从斐波那契数列中相邻两数之比是黄金数 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 的渐近分数出发, 又提出理想的思路. 但高维问题逻辑推理遇到了困难. 他们仍然紧密合作进行攻关研究, 有半年多时间, 王元一清早就去华罗庚家, 在他家一起进早餐, 饭后就演算, 但仍无进展, 攻关陷入困境. 后来新的转机出现了, 是历史的巧合, 也是播种与收获. 他们的攻关研究在中国第一台电子管电子计算机上算出结果. 华罗庚正是中国电子计算机研制的倡导者和组织者, 由于他的工作, 中国才有了第一台电子管计算机. 攻关成功还在于王元的另一个创造性思维, 他借助文献的启发, 放弃了逻辑推导来证明定理的手段, 改用计算机模拟的手段, 即根据华罗庚关于分圆域的想法, 编了一个计算程序, 先在台式计算器上算出点列, 然后请计算所的人在电子计算机上算出这个点列对应的求积公式的最大误差, 最终在电子计算机上算出了结果. 这是华罗庚、王元的密切合作的成果, 它是一个“构造性的方法”. 计算量是 $\log n$ 数量级, 而一般的计算量是 n^2 数量级. 他们把结果发表在《中国科学》的《研究简报》栏上. “文革”爆发后, 他们的工作中断了. 至 1972 年, 华罗庚参加了由廖承志率领的一个代表团访问了日本. 日本数学家告诉他, “华-王方法”很成功, 并在有关文献中看到了首次以“华-王方法”来命名他们的成果. “文革”结束前夕, 他们将研究结果写成几篇论文发表在《中国科学》上, 并着手撰写专著《数论在近似分析中的应用》, 全面总结了这一领域的成就, 该书于 1978 年由科学出版社出版. 1981 年, 施普林格出版社与科学出版社联合出版了这本书的英文版.

我们将两位数学家华罗庚、王元关于“华-王方法”陆续发表的论文, 以及施普林格出版社与科学出版社联合出版英文版《数论在近似分析中的应用》一并编辑出版. 做出范式以便后来者评读.

用计算机模拟代替逻辑推导来证明定理的手段, 不但产生了“华-王方法”, 而

且在中国可能是最早成功的范例。计算机模拟技术, 后来发展为计算机仿真技术, 其核心是数学技术, 俄罗斯数学家 A. A. Samarskii 称其为“数值实验”方法, 并称其为一种新的科学方法。

“华-王方法”的产生, 还给人们一个启示: 灵活性的重要性, 假若华罗庚、王元坚持用逻辑推导来证明定理的手段不放弃, 可能要很长时间才出成果, 而且还失去了创造性的构造性方法的产生。灵活地转换手法和途径, 是应用数学家最重要的素质之一。

华罗庚与王元的密切合作, 完全不同于哈代与利特伍德的合作。他们的数学思想、方法技巧的结合, 我们可以从王元的相关回忆文章中得到更深刻的感悟。

这项工作能够顺利完成是华罗庚与王元密切合作的结果, 王元非常感谢华罗庚对他的指导, 并屡次提出宝贵的原始数学思想; 华罗庚也对王元提出来要研究这一课题而感到满意, 他在一张字条上谦虚地写道“被王元拉上一条路”, 又写道“我对蒙特卡罗方法的一知半解, 就是在年轻人帮助之下学来的”, 真是“多年师生成兄弟, 共同学习共钻研”。

“一些对华罗庚了解不深的人往往以为他的最大优点是逻辑推导与计算能力强, 其实他最强的数学才能恰好是他的数学直觉。华罗庚的另一个特点是先从一个具体而简单的特例着手研究的单刀直入式的研究方式。”

两个层面的工作, 两种不同的成果

华罗庚、王元在中国发展应用数学, 一直是在两个层面上开展工作: 一个层面是普及型, 另一个层面是创造型。普及型工作分成两类: 一类是面向中学生的, 另一类是面向大众的。面向大众的普及型工作和创造型工作都始于 1958 年。那一年, 全国首次推广运筹学中的线性规划方法——中国独特的“图上作业法”, 曾形成群众运动, 并在山东济南召开过现场会; 那一年, 在应用数学人才培养方面, 在新创建的中国科学技术大学, 设立“应用数学与计算技术系”(这是在高校首次开办应用数学系), 华罗庚、王元从基础课教学开始, 在中国科大培养应用数学人才; 还在那一年, 华罗庚、王元探索创造型层面的研究也开始了。就在那一年, 他们找到了后来世称“华-王方法”的“问题”, 从找到“问题”并立即投入研究, 持续到 1978 年科学出版社出版专著, 再到 1981 年施普林格和科学出版社联合出版专著的英文版, 一系列高水平成果遍布在这 20 多年期间 (尽管“文革”中中断了几年); 另一项创造型的研究——数学在国民经济中的应用, 同一时间也开始了, 有关思想和成果在“有限与无穷, 离散与连续”中已有展示, 这项工作被盗毁于“文革”期间, 华罗庚在 1981 年开始又重新回忆并加上新的创造形成新的成果, 王元又对这个成果进行整理改写, 到此为止, 也持续了 20 多年。

华罗庚的前期数学普及工作,从1958年开始到1960年,除了普及“线性规划”外,还有农村“麦场设置”,以他名义曾在《光明日报》和《数学学报》上发表过有关文章,王元与万哲先执笔写了《物资调运工作中的数学方法》一书,王元与朱永津等又执笔撰写了一本教科书《线性规划的理论及其应用》.这些都未收录到本文集中.华罗庚的后期数学普及工作始于1965年,以普及推广统筹法、优选法为主要内容.统筹法、优选法也是从书本、文献中选出来的,但与创造型不同,创造型挑选的是“问题”,普及型挑选的是“方法”,是“技术”,是可以加工成通俗易懂的方法或技术.华罗庚在“学术上洞察之深、选材之妙、加工之巧、表达之深入浅出”,他写的普及读本,真正让大众看得懂、学得会、用得上、见成效.在编辑这本文集时,普及型的文集首选的是两个评话,它是普及著作的精品,是范本.

华罗庚面向中学生的教学普及著作精品已有专辑出版.一般说来,它不属于应用数学文集范围,本文集不再重复刊登.但有一文例外,“谈谈与蜂房结构有关的数学问题”,它既是给中学生讲的数学普及读物,又是从刊物上找到的应用数学“问题”的研究成果.蜂房的优化结构、生物现象、自然界奇迹,其中最迷人的是数学现象.小小的蜜蜂怎么解决蜂房优化结构的数学问题.华罗庚的“始之以有趣”、“好奇”,使他放不下在通俗读物上看到的奇观,他抓住了这个“问题”,展开研究.怎么展开,怎么深入,怎么……,只要看他写的十六个小标题,任何人都会被吸引住(0楔子、一有趣、二困惑、三访实、四解题、五浅化、六慎微、七切方、八疑古、九正题、十设问、十一代数、十二几何、十三推广、十四极限、十五抽象).这又是一篇创造型的范文.

应用统计中的数论方法,“问题”来自实际——导弹设计中提出的试验设计问题.王元、方开泰提出的“均匀设计”是具有独创性的成果.“追本溯源,若无华罗庚对近似分析中数论方法的倡导与工作,很难设想这项工作能在中国这样快地发展起来,所以也应该部分地归功于华罗庚”.本文集选用了这领域的几篇最重要的,与数学关系较多原创性文章.

华罗庚曾写过《数学方法与国民经济》一书的征求意见初稿,该书分三部分,用“前言”、“中论”、“后语”分开.该书初稿中提到“在本世纪(指20世纪)中叶……想把国民经济提上去的愿望,明知学识和经验不足,宁可放着驾轻就熟的理论专长于第二位,硬着头皮进行尝试,初步归纳出12个字:大统筹,广优选,联运输,策发展.再经过发展,又提出36字:大统筹,广优选,联运输,精统计,抓质量,理数据,建系统,策发展,利工具,巧计算,重实践,明真理.

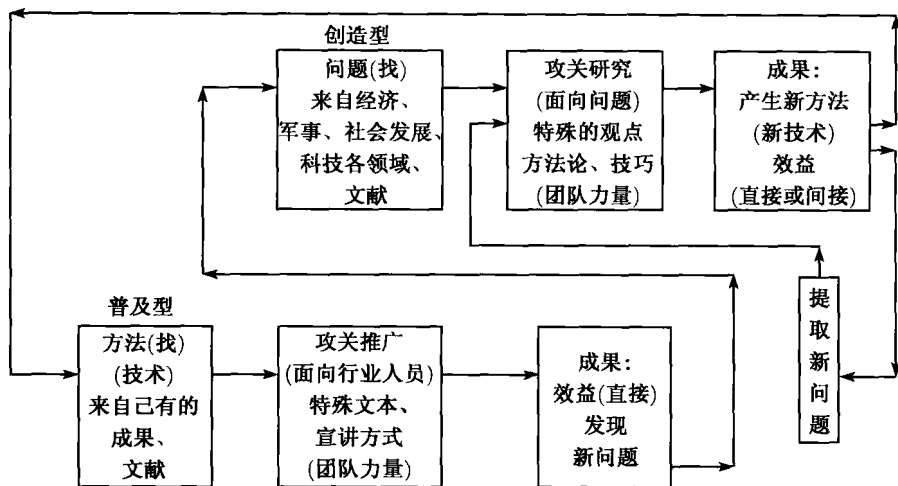
从12字发展到36字.以建系统,策发展的“正特征矢量法”的优化经济数学理论与技术为终结.该书未经作者审定出版,本文集也未把这部分内容收集在内.

华罗庚在评论一个人的工作时,曾说过“一个人的工作有几项,比如讲有两三项,在历史上留下来就很了不起.一个人一辈子发表了几百篇论文,许多著作,真正

能在历史上记一笔的就那么几项,其他就随风飘了”。他在谈自己工作时,在应用数学方面,就提到了两项:其一就是数论在近似分析中的应用(华-王方法);其二是经济系统优化方法,并且他把它和普及统筹法、优选法放在一起。他说从60年代初开始,为中国经济建设服务的应用数学工作,主要是建了一个“门”,“门”字的两竖杠是两根柱子:一边是“统筹法”,另一边是“优选法”;“门”的横梁是“正特征矢量法”。他明确指出,统筹法和优选法可以作为他经济系统优化理论与方法(技术)的基础性方法(技术)。

本文集仅收集华罗庚、王元的应用数学方面已发表的论文,不包含他们纯粹数学方面的论文。即使应用数学方面,也不是他们的全部工作的反映,这与纯粹数学不同,因为应用数学的许多工作是不能以论文形式发表的。再者,我们也不做他们的成果评价,只不过应用数学特殊性(人们对它的认识等方面),我们不得不多花了一些笔墨去描述,比如探路工作、工作特点、普及型、创造型等等;但是,从文集的文章还不能全面反映他们应用数学观点和方法论特色,比如数学现象、数学技术、数学工程、模型论、算法论、团队论、交叉综合论等观点。请见附录2、3。

两个层面的工作和两种不同的成果,还要补充几句话。首先两者工作过程和工作模式不同,我们用以下框图表示:



框图表示意在给人以明快、直观的逻辑思维模式和整体的工作流程。从框图可见:

创造型研究,始于“问题”,经过奋力攻关,形成的成果是产生新的数学技术(新的数学方法),同时产生直接或间接的效益。

例如,

① 始于“数论在近似分析中的应用”的问题,奋力攻关后,产生了“华-王方

法”(新的数学技术). 应用于各个领域, 产生了效益, 也具有很高的学术水平.

② 始于中国经济背景的“经济优化发展”问题, 奋力攻关后, 产生了“正特征矢量法”(新的数学技术). 它与列昂铁夫的“投入产生法”不同: “投入产生法”意在经济系统的平衡; “正特征矢量法”旨在经济系统的优化发展, 给出优化发展的策略. “正特征矢量法”, 虽未有实践, 那是因为各种条件限制以及认知不足, 终究可能会被采用的, 华罗庚的学生们一直在为此而努力. 即使在西方经济, 社会发展条件下, 列昂铁夫的“投入产出法”(1936 年提出) 也经过了 11 年(1947 年) 才在实际中列出第一张投入产出表.

普及推广型, 始于数学技术(数学方法), 经过成功的加工运作, 努力普及推广, 产生直接(或间接)的经济社会效益.

华罗庚的普及数学技术工作与众不同, 极具创造性. 在广度、深度上都是史无前例的, 形成了规模空前宏大的群众运动. 他在普及文本加工时, 采用通俗易懂的平话形式, 并用高超的、深入浅出的、形象化的讲授方式向大众介绍数学技术. 他的普及数学工作是开创性的, 在国际上引起了极大反响, “从来没有一位数学家有他这么多的听众”、“百万人的数学”, 产生“万项成果”的效益, “对所有数学家是一种挑战”.

本文集的编撰得到王元老师的指导和帮助, 还得到华老亲属的关怀和帮助, 以及中国科学院自然科学史研究所张利华研究员的全力支持和帮助, 她不仅帮助收集文献, 还帮助编辑文集和修改有关说明性文章, “华罗庚应用数学与信息科学研究中心”的全体研究人员也给予大力支持和帮助, 特别是“华中心”的华光常务副主任, 始终把编撰本文集作为发展他父亲的应用数学事业的大事与编者一起工作, 在此一并表示衷心的感谢.

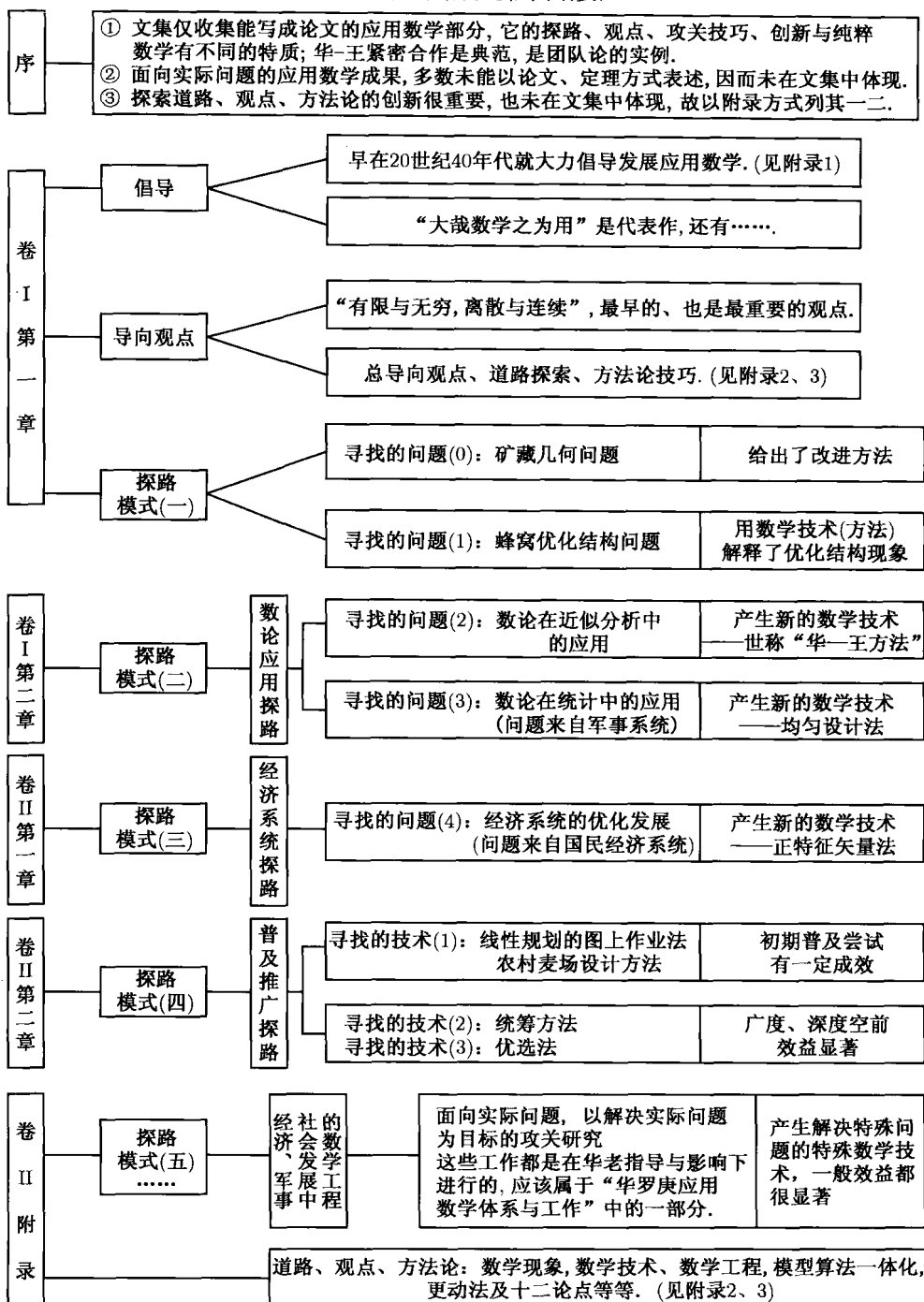
华罗庚应用数学与信息科学研究中心主任

杨德庄

2009 年 8 月

华罗庚文集应用数学卷

(内容结构之框图纲要)



目 录

第一章 创造型工作 (II)、探路 (III) 之代表作	1
• 计划经济大范围最优化的数学理论	(华罗庚) 3
• 关于经济优化平衡的数学理论	(华罗庚) 39
第二章 数学普及工作之初 (探路 (IV)) 及后期数学普及工作	55
• 数学普及之初简介	57
• 统筹方法平话及补充	(华罗庚) 61
• 优选法平话及补充	(华罗庚) 98
• 优选学	(华罗庚) 137
附录 (I) 历程、倡导	285
附录 (II) 应用数学之观点与方法论	288
附录 (III) 数学现象、数学技术和数学工程	319

第一章

创造型工作(II)、探路(III)之代表作

- 计划经济大范围最优化的数学理论……………(华罗庚) 3
- 关于经济优化平衡的数学理论……………(华罗庚) 39

