



中等职业教育国家规划教材
全国中等职业教育教材审定委员会审定

数 学

(提高版)

第三册

主编 张又昌 丁百平

 高等教育出版社

中等职业教育国家规划教材
全国中等职业教育教材审定委员会审定

数 学

(提高版)

第三册

主 编 张又昌 丁百平
责任主审 李文林
审 稿 潘一民 项静怡 胥鸣伟

07A - 59

高等教育出版社

内容提要

本书是根据教育部 2000 年颁布的《中等职业学校数学教学大纲(试行)》组织编写的中等职业学校数学教材。与本教材配套的教学参考书和习题册同时出版。

本教材内容包括:排列与组合,概率初步,统计初步,极限与导数,导数的应用,积分及其应用。

本书可作为中等职业学校数学课程的教材,也可作为自学者的教材或参考书。

本书采用出版物短信防伪系统,用封底下方的防伪码,按照本书最后一页“郑重声明”下方的使用说明进行操作可查询图书真伪并赢取大奖。

本书同时配套学习卡资源,按照本书最后一页“郑重声明”下方的学习卡使用说明,登录 <http://sve.hep.com.cn>,上网学习,下载资源。

图书在版编目(CIP)数据

数学. 第3册:提高版 / 张又昌, 丁百平主编. —北京:高等教育出版社, 2002.8(2009 重印)
中等职业学校教材
ISBN 978 - 7 - 04 - 011105 - 7

I. 教... II. ①张... ②丁... III. 数学课 - 专业学校 - 教材 IV. G634.601

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 043357 号

责任编辑 邵 勇 封面设计 刘晓翔 责任绘图 朱 静
版式设计 马静如 责任校对 俞声佳 责任印制 毛斯璐

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
总 机 010 - 58581000

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 国防工业出版社印刷厂

开 本 787 × 1092 1/16
印 张 17.5
字 数 190 000

购书热线 010 - 58581118
免费咨询 800 - 810 - 0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

版 次 2002 年 7 月第 1 版
印 次 2009 年 7 月第 10 次印刷
定 价 17.90 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究
物料号 11105 - A0

中等职业教育国家规划教材出版说明

为了贯彻《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》精神,落实《面向 21 世纪教育振兴行动计划》中提出的职业教育课程改革和教材建设规划,根据《中等职业教育国家规划教材申报、立项及管理意见》(教职成[2001]1 号)的精神,教育部组织力量对实现中等职业教育培养目标和保证基本教学规格起保障作用的德育课程、文化基础课程、专业技术基础课程和 80 个重点建设专业主干课程的教材进行了规划和编写,从 2001 年秋季开学起,国家规划教材将陆续提供给各类中等职业学校选用。

国家规划教材是根据教育部最新颁布的德育课程、文化基础课程、专业技术基础课程和 80 个重点建设专业主干课程的教学大纲编写而成的,并经全国中等职业教育教材审定委员会审定通过。新教材全面贯彻素质教育思想,从社会发展对高素质劳动者和中初级专门人才需要的实际出发,注重对学生的创新精神和实践能力的培养,新教材在理论体系、组织结构和阐述方法等方面均作了一些新的尝试。新教材实行一纲多本,努力为教材选用提供比较和选择,满足不同学制、不同专业和不同办学条件的教学需要。

希望各地、各部门积极推广和选用国家规划教材,并在使用过程中,注意总结经验,及时提出修改意见和建议,使之不断完善和提高。

教育部职业教育与成人教育司

2001 年 5 月

前 言

面向 21 世纪,中国的职业技术教育改革迈出了重要的一步.教育部于 2000 年审定并通过了《中等职业学校数学教学大纲(试行)》.这一大纲的颁布与实施,为中等职业学校数学课程的教学改革指明了方向.为了配合此新教学大纲的颁布与实施,我们根据新大纲,并参考普通高中的数学教学基本要求,编写了这套数学教材.为适应各种不同类别的中等职业学校的需要,本教材按照模块式编排,共有七个模块,其中必学部分有四个模块(一、函数;二、向量,复数;三、几何;四、概率与统计初步),选学部分有三个模块(五、微积分初步;六、统计;七、拓宽和提高).全套教材共分四册出版,第一册:函数;第二册:向量,复数,几何;第三册:概率与统计初步,微积分初步,统计.

本教材按照《中等职业学校数学教学大纲(试行)》的要求,贯彻“加强基础,注重能力培养,突出应用,增加弹性,适度更新,兼顾体系”的原则,在教学内容、体例安排、教材结构、练习设置等方面,力求体现中等职业教育专业广、工种多的特点,将现代生活及各类专业学习中均有着广泛应用的基础知识作为必学内容,着重培养学生分析问题和解决问题的能力,以保证高中阶段的基本数学水准.教材通过模块式的编排,让有不同要求的专业及学有余力的学生选择不同的内容,使教材具有了一定的弹性,从而适用面更为广泛.同时,为方便教学,与教材相配套的教学参考书和习题册同步发行.在教材中,练习题附在每节内容之后,供课堂练习使用,复习题附在每章内容之后,供复习本章知识使用;在教学参考书中,给出了教材中练习、复习题及习题册中全部习题参考答案与提示;习题册安排了作为基础内容的 A 类题与作为提高要求的 B 类题供课内或课外作业使用.

参加本教材编写的有上海科技管理学校丁百平,九江职业技术学院胡胜生,芜湖机械学校夏国斌,上海航空工业学校张又昌、潘砣,全书由张又昌、丁百平任主编.第一册、第二册由丁百平统稿,第三册由夏国斌统稿,第四册由潘砣统稿.实验三由九江职业技术学院陈晓江编写.参加审稿的有广东省水利电力职业技术学院沈彩华,渤海船舶职业技术学院杜吉佩,四川工程职业技术学院李以渝,上海环境学校周建和,安徽银行学校余志祖,承德工业学校陈祖泽,北京二轻工

II 前 言

业学校张进军。

本书在编写过程中,得到了教育部职业教育与成人教育司、全国职业教育教学指导委员会、中等职业教育文化基础课程教学指导委员会以及高等教育出版社有关领导和编辑的热情关心和指导,得到了北京、上海、江苏、安徽、江西、四川、广东、辽宁、河北、天津等省市教育部门和部分中等职业学校的大力支持,谨在此表示深切的感谢!

限于编写水平,不妥之处在所难免,衷心欢迎广大从事职业教育的教师、专家和读者批评指正。

编者

2002 年 1 月

目 录

第 12 章 排列与组合	1
§ 12-1 两个基本计数原理	1
§ 12-2 排列与组合	5
§ 12-3 排列、组合的简单应用	13
§ 12-4 二项式定理	18
本章学习讨论题	22
复习题十二	22
【阅读材料】 排列、组合问题的模型	24
第 13 章 概率初步	27
§ 13-1 概率的统计定义	27
§ 13-2 概率的古典定义	33
§ 13-3 互不相容事件的概率加法公式	39
§ 13-4 相互独立事件的概率乘法公式	44
§ 13-5 离散型随机变量和超几何分布	51
本章学习讨论题	59
复习题十三	59
【阅读材料】 概率论的起源	62
第 14 章 统计初步	65
§ 14-1 总体和样本	65
§ 14-2 频数与频率直方图	68
§ 14-3 概率密度曲线、正态分布	72
§ 14-4 随机变量的数字特征	76
§ 14-5 总体数学期望与方差的点估计	79
§ 14-6 质量控制图	82
§ 14-7 一元线性回归	85

本章学习讨论题	88
复习题十四	89
【阅读材料】 数理统计的产生与普及	90
第 15 章 极限与导数	93
§ 15-1 基本初等函数与初等函数	93
§ 15-2 函数的极限	100
§ 15-3 极限的运算	106
§ 15-4 无穷小量与无穷大量	112
§ 15-5 函数的连续性	118
§ 15-6 导数的概念	123
§ 15-7 导数的四则运算	133
§ 15-8 复合函数的求导法则	138
§ 15-9 二阶导数	144
本章学习讨论题	147
复习题十五	147
【阅读材料】	
一、中国古代数学中的极限思想	150
二、导数在经济学中的意义	152
第 16 章 导数的应用	154
§ 16-1 微分	154
§ 16-2 函数单调性的判定法	160
§ 16-3 函数的极值及其求法	165
§ 16-4 函数的最大值和最小值的应用举例	169
* § 16-5 曲率	175
本章学习讨论题	183
复习题十六	183
【阅读材料】 鱼群的适度捕捞	186
第 17 章 积分及其应用	188
§ 17-1 定积分的概念	188
§ 17-2 牛顿-莱布尼茨公式	197
§ 17-3 不定积分的概念	201
§ 17-4 不定积分的线性性质和直接积分法	208

§ 17-5 换元积分法	211
§ 17-6 简易积分表及其使用	216
§ 17-7 定积分计算举例	220
§ 17-8 定积分的应用	226
* § 17-9 反常积分	241
本章学习讨论题	245
复习题十七	246
【阅读材料】 人口统计的一个模型	250
* 实验三 Mathematica 软件在符号 运算与数值计算上的应用	253
附录 简易积分表	260

第 12 章

排列与组合

随着计算机技术的迅猛发展,排列组合知识的应用日趋广泛.本章将首先介绍两个基本计数原理,然后讨论排列、组合的概念和性质,最后运用计数方法推导出二项式定理.

§ 12-1 两个基本计数原理

一、分类计数原理(加法原理)

先看一个例子.

某学校的阅览室中有科普类的杂志 30 种,文艺类的杂志 50 种.现从中任选一种杂志,有多少种不同的选法?

从阅览室中任选一种杂志的方法可以分成两类:一类是从科普类的杂志中任选一种,另一类是从文艺类的杂志中任选一种.由于科普类的杂志有 30 种,因此从中任选一种杂志有 30 种不同选法.同理,从文艺类的杂志中任选一种有 50 种不同选法.从这两类杂志中任选一种的方法共有

$$30 + 50 = 80(\text{种}).$$

一般地,有如下分类计数原理.

完成一件事,有 k 类方法,第 1 类有 m_1 种不同方法,第 2 类有 m_2 种不同方法,……,第 k 类有 m_k 种不同方法.任选一种方法,此事即能完成,那么,完成这件事不同的方法种数为

$$N = m_1 + m_2 + \cdots + m_k. \quad (12-1)$$

这种计数方法因为要把各类方法的数目相加,所以也称为加法原理.

例1 一个袋子里装有 36 个苹果,另一个袋子里装有 52 个橘子.现从中任取一个水果,有多少种不同的取法?

解 任取一个水果的方法可分成两类:一类是从装苹果的袋子里任取一个,另一类是从装橘子的袋子里任取一个.由于有 36 个苹果,因此,从装苹果的袋子里任取一个的方法有 36 种.同理,从装橘子的袋子里任取一个的方法有 52 种.根据分类计数原理,不同的取法一共有

$$N = 36 + 52 = 88(\text{种}).$$

例2 从甲地到乙地,有三类交通工具可供选择,其中火车每日三班,汽车每日四班,轮船每日两班,如图 12-1.在一天中从甲地去乙地,共有多少种不同的走法?

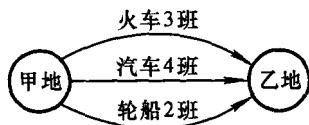


图 12-1

解 从甲地去乙地的走法种数按交通工具选择的不同可以分成三类:第一类,乘火车有 3 种走法;第二类,乘汽车有 4 种走法;第三类,乘轮船有 2 种走法.根据分类计数原理,一天中乘坐这些交通工具从甲地到乙地共有不同的走法

$$N = 3 + 4 + 2 = 9(\text{种}).$$

二、分步计数原理(乘法原理)

某学校的阅览室中有科普类杂志 30 种,文艺类杂志 50 种,现从中任选一种科普类杂志和一种文艺类杂志,有多少种不同的选法?

从阅览室中任选一种科普类杂志和一种文艺类杂志可以分两步来完成:第一步,从 30 种科普类杂志中任选一种,有 30 种不同的选法;第二步,从 50 种文艺类杂志中任选一种,有 50 种不同的选法.这就是说,第一步每选出一种科普类杂志后,第二步再选一种文艺类杂志都各

有 50 种不同的选择. 所以, 总的选法种数为

$$30 \times 50 = 1\,500 (\text{种}).$$

这个例子给出了另一个计数原理, 即分步计数原理.

完成一件事, 有 k 个步骤, 完成第一步有 n_1 种方法, 完成第二步有 n_2 种方法, $\dots$, 完成第 k 步有 n_k 种方法, 依次完成这 k 个步骤, 此事才能完成. 那么, 完成这件事不同的方法种数为

$$N = n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k. \quad (12-2)$$

这种计数方法因为要把各步计数的结果相乘, 所以也称为乘法原理.

例 3 某学校二年级机械制造与控制专业有两个班, 一班有 38 名同学, 二班有 40 名同学. 现从每个班中各选一名同学参加计算机知识竞赛, 有多少种不同的选法?

解 从每个班中各选一名同学参加计算机知识竞赛, 可以分两步完成: 第一步从机械制造与控制专业一班中挑选一名同学, 有 38 种方法; 第二步从机械制造与控制专业二班中挑选一名同学, 有 40 种方法. 根据分步计数原理, 不同的选法种数为

$$N = 38 \times 40 = 1\,520 (\text{种}).$$

例 4 从甲地去丙地, 中间必须经过乙地, 已知从甲地到乙地有 3 条路径, 从乙地到丙地有 2 条路径 (如图 12-2), 问从甲地到丙地共有多少种不同的走法?

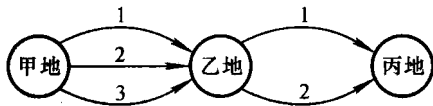


图 12-2

解 从甲地去丙地必须分成两步, 第一步: 从甲地到乙地, 有 3 种不同的走法; 第二步: 从乙地到丙地有 2 种不同的走法. 根据分步计数原理, 不同的走法共有

$$N = 3 \times 2 = 6 (\text{种}).$$

例 5 一批产品中有 42 件为合格品, 8 件为次品,

(1) 从中任取 1 件来检验,有多少种不同的取法?

(2) 从中任取 2 件来检验,恰有一件是合格品的取法种数是多少?

解 (1) 取一件产品的方法可以分成两类:一类是从 42 件合格品中任取一件,有 42 种取法;另一类是从 8 件次品中任取一件,有 8 种取法.根据分类计数原理,不同的取法共有

$$N = 42 + 8 = 50(\text{种}).$$

(2) 任取 2 件产品恰有一件是合格品可以分两步来完成:第一步从 42 件合格品中任取一件,有 42 种取法;第二步从 8 件次品中任取一件,有 8 种取法.根据分步计数原理,恰有一件是合格品的取法共有

$$N = 42 \times 8 = 336(\text{种}).$$

如何确定计数的对象是需要分类还是需要分步来完成,是正确使用两个基本原理的关键.

例 6 某城市的电话号码由七位数字组成,如果号码的第一个数字不能为 0、1,其余数字可从 0,1,2,3,⋯,9 这 10 个自然数中任意选取,允许数字重复,问该城市最多可装电话多少门?

解 组成七位数的电话号码,可以分七步完成,第一步确定首位号码,由于第一个数字不能选 0、1 两个数字,所以,首位号码只能从 2,3,4,⋯,9 这 8 个数字中任取 1 个,有 8 种取法;第二步确定第二位号码,因为电话号码允许重复,不论首位号码是什么,第二位号码均可以从 0,1,2,⋯,9 这 10 个数字中任取 1 个,有 10 种取法;第三步到第七步,分别确定第三到第七位号码,与第二步相同,均有 10 种取法,根据分步计数原理,所有可能的取法共有

$$N = 8 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 8 \times 10^6(\text{个}),$$

即该城市最多可装电话 800 万门.

练习 12-1

1. 加工某零件有三种方法,会第一种方法的有 3 人,会第二

种方法的有 5 人,会第三种方法的有 6 人,现在要选出一人完成该零件的加工任务,有多少种选法?

2. 加工某零件需经过三道工序才能完成,做第一道工序的有 3 人,做第二道工序的有 5 人,做第三道工序的有 6 人,如果每道工序各选出一人来完成该零件的加工任务,有多少种选法?

3. 书架上有 6 本数学书,5 本物理书,4 本语文书,并且各类书均无复本.

(1) 从书架上任取 1 本书,共有多少种取法?

(2) 三类书每类各取一本,共有多少种取法?

4. 在 10 件产品中,有 7 件合格品,3 件次品,从中抽取 2 件来检查,问恰有一件是次品的抽取方法种数是多少?

5. 某城市的电话号码由七位数字组成,其中首位数只能用 3 或 5. 问该城市最多可装电话多少门?

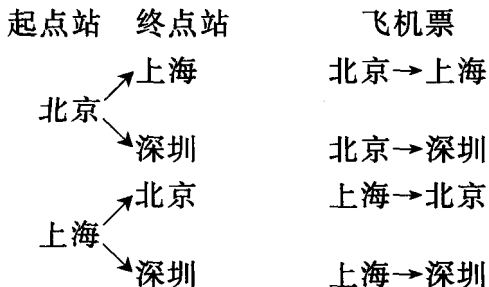
§ 12-2 排列与组合

一、排列

1: 排列的定义

例 1 在北京、上海、深圳三个民航站之间的直达航线上,需要准备多少种不同的飞机票?

由于每一个起点站到一个终点站都需要准备一种飞机票,所以,可以把“一张飞机票”看成是“按照起点站排在前,终点站排在后的顺序的一种排法”,这样,所需准备的飞机票种数就是从北京、上海、深圳这三个站中,每次取出两个站,按起点站在前,终点站在后的顺序的所有排法种数.





完成上述排法可分为两个步骤:第一步从三个站中任选一个站为起点站,有3种方法;第二步从余下的两个站中任选一个站为终点站,有2种方法,根据分步计数原理,共有 $3 \times 2 = 6$ 种不同的排法.这表明,需要准备6种不同的飞机票.

例2 用数字1、2、3可以组成多少个没有重复数字的两位数?

组成两位数的个数,就是从1、2、3三个数中每次取出两个,按照十位在前,个位在后的顺序的所有排法种数.完成上述排法可分为两个步骤:第一步从三个数中任取一个排在十位,有3种方法;第二步从余下的两个数中任取一个排在个位,有2种方法.根据分步计数原理,共有 $3 \times 2 = 6$ 种不同的排法.这表明,可以组成6个没有重复数字的两位数.

十位	个位	两位数
1	↗2	12
	↘3	13
2	↗1	21
	↘3	23
3	↗1	31
	↘2	32

上面两个例子所考察的对象与研究的问题是不同,但是,如果抽去它们的实际意义,把所考察的对象称为元素,那么,它们都可以概括为从3个不同元素中,每次取出2个元素,按照一定的顺序排成一行,共有几种不同的排法的问题.对于此类问题,一般地,有如下定义.

定义 从 n 个不同的元素中,任取 m 个 ($m \leq n$) 不

同元素,按照一定的顺序排成一列,称为从 n 个不同的元素中每次取出 m 个元素的一个排列.当 $m < n$ 时,称为选排列;当 $m = n$ 时,称为全排列.

由定义可知,两个排列相同,不仅元素要完全相同,而且元素排列的顺序也要完全相同.例如,例 2 中 12 和 21 组成的元素相同,但由于元素排列的顺序不同,所以是不同的排列.

2. 排列数的计算公式

从 n 个不同元素中每次取出 m 个 ($m \leq n$) 不同元素的所有排列的个数,称为从 n 个不同元素中每次取出 m 个不同元素的排列数,记作 P_n^m ,当 $m = n$ 时, P_n^n 称为全排列数, P_n^n 常简记为 P_n .

例如,例 1、例 2 中的结果就是从 3 个不同元素中,每次取出 2 个不同元素的排列数,即 $P_3^2 = 3 \times 2 = 6$.我们用类似上例的方法来推导排列数 P_n^m 的计算公式.

从 n 个不同元素中取出 m 个 ($m \leq n$) 不同元素的一个排列,可分成 m 步来完成:第一步从 n 个元素中任取 1 个放在第 1 个位置上,有 n 种方法;第二步从剩下的 $n-1$ 个元素中任取 1 个放在第 2 个位置上,有 $n-1$ 种方法;依次类推,第 m 步只能从剩下的 $n-(m-1)$ 个元素中任取 1 个放在第 m 个位置上,有 $n-(m-1)$ 种方法(参见图 12-3).根据分步计数原理,从 n 个不同元素中每次取出 m 个不同元素的所有排列数为

$$n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1).$$

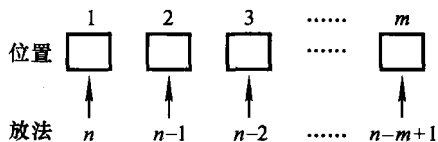


图 12-3

所以,排列数的计算公式为

$$P_n^m = n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1), m \leq n. \quad (12-3)$$

这就是说,从 n 个不同的元素中每次取出 m 个元素的排列数 P_n^m , 等于从 n 开始递减的 m 个连续自然数的乘积.

当 $m = n$ 时,有全排列数的计算公式:

$$P_n = n(n-1)(n-2)\cdots 3\cdot 2\cdot 1.$$

这表明, n 个不同元素的全排列数 P_n 等于自然数 1 到 n 的连乘积.

自然数 1 到 n 的连乘积称为 n 的阶乘,记作 $n!$,即

$$P_n = n(n-1)(n-2)\cdots 3\cdot 2\cdot 1 = n!. \quad (12-4)$$

当 $m < n$ 时,利用公式(12-4)可以得到

$$\begin{aligned} P_n^m &= n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1) \\ &= \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)(n-m)\cdots 3\cdot 2\cdot 1}{(n-m)\cdots 3\cdot 2\cdot 1} \\ &= \frac{n!}{(n-m)!}, \end{aligned}$$

$$\text{即} \quad P_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = \frac{P_n}{P_{n-m}}. \quad (12-5)$$

为了使公式(12-5)在 $m = n$ 时也成立,规定 $0! = 1$.

例3 利用计算器计算:

(1) P_7 ; (2) P_7^4 ; (3) $P_8^4 - 2P_6^3$.

解 计算器的操作过程及显示结果如下(此处使用的计算器型号为 CASIO fx-82LP):

$$(1) \quad \boxed{7} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{n!} \longrightarrow \boxed{5040},$$

所以, $P_7 = 7! = 5\,040$.

$$(2) \quad \boxed{7} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{n!} \boxed{\div} \boxed{3} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{n!} \boxed{=} \longrightarrow \boxed{840},$$

所以, $P_7^4 = P_7 \div P_3 = 840$.

$$(3) \quad \boxed{8} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{n!} \boxed{\div} \boxed{4} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{n!} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{\times} \boxed{6} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{n!} \boxed{\div} \boxed{3} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{n!} \boxed{=} \longrightarrow \boxed{1440},$$

所以, $P_8^4 - 2P_6^3 = P_8 \div P_4 - 2 \times P_6 \div P_3 = 1\,440$.