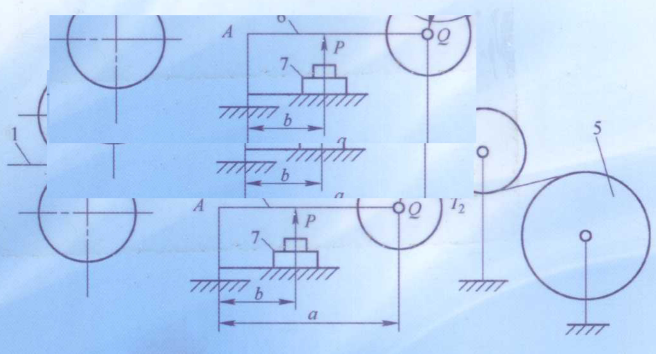
高 等 学 校 规 划 教 材

GAODENG XUEXIAO GUIHUA JIAOCAI

材料加工实验与测试技术

主编 李胜利

副主编 侯忠霖 李春福 李激光



冶 金 工 业 出 版 社
Metallurgical Industry Press

高等学校规划教材

材料加工实验与测试技术

主　编　李胜利
副主编　侯忠霖　李春福　李激光

北　京
冶　金　工　业　出　版　社
2010

内容提要

本书以钢铁材料成型过程为研究对象，系统介绍了研究该过程所涉及的变形实验、变形过程参数检测实验、材料组织与性能检测实验等。全书分为5章，主要内容包括误差与数据处理基础知识，材料成型实验技术，轧制过程参数测试技术，金相显微组织分析技术，材料力学性能测试技术。书后附有每章的复习思考题及附录。

本书可作为高等学校材料加工工程、工程力学、建筑工程、机械工程等专业的实验教材，也可供从事与材料加工有关的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

材料加工实验与测试技术/李胜利主编．—北京：冶金工业出版社，2010.5

高等学校规划教材

ISBN 978-7-5024-4179-1

Ⅰ.①材… Ⅱ.①李… Ⅲ.①钢—金属材料—实验—高等学校—教材 ②钢—金属材料—测试技术—高等学校—教材 ③铁—金属材料—实验—高等学校—教材 ④铁—金属材料—测试技术—高等学校—教材 Ⅳ.①TG14

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第058248号

出 版 人 曹胜利

地　　址 北京北河沿大街嵩祝院北巷39号，邮编100009

电　　话 (010)64027926 电子信箱 postmaster@cnmip.com.cn

责任编辑 王之光 美术编辑 李 新 版式设计 葛新霞

责任校对 栾雅谦 责任印制 牛晓波

ISBN 978-7-5024-4179-1

北京兴华印刷厂印刷；冶金工业出版社发行；各地新华书店经销

2010年5月第1版，2010年5月第1次印刷

787mm×1092mm 1/16；13印张；343千字；198页

30.00元

冶金工业出版社发行部 电话：(010)64044283 传真：(010)64027893

冶金书店 地址：北京东四西大街46号(100711) 电话：(010)65289081

（本书如有印装质量问题，本社发行部负责退换）

前　言

本书以材料加工实验与测试技术为基础，通过变形实验、轧制过程参数测试技术、金相组织分析及材料力学性能测试等内容，加深学生对材料加工实验的基本理论、基本方法和基本概念的理解，拓宽学生的知识面，使其对一些近代材料加工方面新的分支学科有所了解，在此基础上使学生不仅在基本材料加工测试技能和实验动手能力方面有所提高，而且能初步掌握实验科学的基本规律，学会用实验的方法去发现问题、分析问题和解决问题，从多方面提高学生的综合能力。本书是在参考了大量的相关书籍，总结了我校近几年材料加工领域教学改革的一系列成果，并吸取了兄弟院校同行的经验编写而成的。

在编写本书的过程中，力图展现以下几个特点：

(1)测试概念与材料加工实验的结合性。书中全面介绍了测试技术所涵盖的主要内容，重点突出其规律性和共性，同时结合实验使读者对测试技术有一个全面、系统的了解，这对材料领域的创新和研发有一定的指导作用。

(2)综合性强。本书针对冶金、轧制和热处理过程，分别介绍了误差与数据处理的基础知识，相似原理和变形试验，轧制过程参数测试技术，金相显微组织分析技术，材料力学性能测试技术。

(3)反映测试技术的新发展。

本书由辽宁科技大学材料学院李胜利主编，全书共5章：李胜利撰写第2章2.1节，第3章3.1、3.2、3.4节和第5章5.1和5.3节；侯忠霖撰写第1章，第2章2.2节；李春福撰写第4章；李激光撰写第3章3.3节和第5章5.2节。

本书在撰写过程中，胡林、赵红阳、王洪斌、李娜、沙明红和李婷等在材料加工实验与测试技术的一些章、节中的文字、图表绘制及校核方面做了大量的工作，在此向他们和所有指导、帮助过我们的同志表示衷心的感谢。

由于编者水平所限，书中不妥之处在所难免，恳请读者指正。

编　者

2010年1月

目　　录

1　误差与数据处理基础知识

科学技术的发展与实验测量密切相关。在进行实验测量时，由于测量资源的不完善，测量环境的影响，加之受测量人员的认识能力等因素的限制，测量误差自始至终存在于一切科学实验和测量活动中。而测量数据是否准确、数据处理方法是否科学，直接影响科学实验的结果。因此，有必要对测量误差与数据处理方法进行研究。

1.1　测量的基本概念

1.1.1　测量

测量被定义为以确定量值为目的的一组操作，该操作可以通过手动的或自动的方式来进行。从计量学的角度讲，测量就是利用实验手段，把待测量与已知的同类量进行直接或间接的比较，以已知量为计量单位，求得比值的过程。

1.1.2　测量结果

由测量所得的赋予被测量的值称作测量结果。显然，测量结果由比值和测量单位两部分组成，故测量结果多具有单位。如 L(长度)＝100mm。但也有某些物理量不含单位，如相对密度。

1.1.3　测量方法

在测量活动中，为满足各种被测对象的不同测量要求，依据不同的测量条件有着不同的测量方法。测量方法是实施测量中所使用的、按类别叙述的一组操作逻辑次序。常见的测量分类方法有以下几种：

(1)直接测量和间接测量：

1)直接测量是指被测量与该标准量直接进行比较的测量。它是指该被测量的测量结果可以直接由测量仪器输出得到，而不再经过量值的变换与计算。例如，用游标卡尺测量小尺寸轴工件的直径、用天平称量物质的质量、用温度计测量物体的温度等。

2)间接测量是指直接测量值与被测量值有函数关系的量，通过函数关系或者通过图形的计算方能求得被测量值的测量方法。例如，用模拟万用表测量电功率，是先根据万用表指示的电压(电流)和电阻值，再通过功率与电压(电流)和电阻值的数学关系式计算得出被测功率。

(2)等精度测量和不等精度测量：

1)等精度测量是在整个测量过程中，若影响和决定误差大小的全部条件始终保持不变，如由同一观测者，使用同一台仪器，用同样方法，在同样的环境条件下，对同一被测物理量进行次数相同的重复测量，称之为等精度测量。

2)不等精度测量是在整个测量过程中，影响和决定误差大小的条件各异，如由不同的观测者，使用不同仪器，不同方法，在不同的环境条件下，对被测物理量进行不同次数的测量，称之为不等精度测量。

(3)静态测量和动态测量：

1)静态测量是指在测量过程中被测量可以认为是固定不变的，因此，不需要考虑时间因素对测量的影响。在日常测量中，所接触的大多是静态测量。对于这种测量，被测量和测量误差可

以当作一种随机变量来处理。

2）动态测量是指被测量在测量期间随时间（或其他影响量）发生变化。如弹道轨迹的测量、环境噪声的测量等。对这类测量的测量，需要当作一种随机过程的问题来处理。

材料的某些性质可以用动态法测量，也可以用静态法测量。例如，材料弹性模量的测定方法就有动态法和静态法两种，其性质的定义和测量数值是不同的，因此，在材料测量方法的选择和性质的解释中应当予以注意。

（4）工程测量和精密测量：

1）工程测量是指对测量误差要求不高的测量。用于这种测量的设备或仪器的灵敏度和准确度比较低，对测量环境没有严格要求。因此，对于测量结果只需给出测量值。

2）精密测量是指对测量误差要求比较高的测量。用于这种测量的设备和仪器应具有一定的灵敏度和准确度，其示值误差的大小一般需经过计量检定或校准。在相同条件下对同一个被测量进行多次测量，其测得的数据一般不会完全一致，因此，对于这种测量往往需要基于测量误差的理论和方法，合理地估计其测量结果，包括最佳计值及其分散性大小。有的场合，还需要根据约定的规范对测量仪器在额定工作条件和工作范围内的准确度指标是否合格做出合理判定。精密测量一般是在符合一定测量条件的实验室内进行，其测量的环境和其他条件均要比工程测量严格，所以又称为实验室测量。

1.2　误差概述及基本概念

1.2.1　概述

在进行科学实验或生产测定中，得到了一系列测量数据。这只是完成了测定工作的前半部分，后半部分的工作就是要对这一系列的测量数据运用数学方法进行处理与分析，从中引出科学的规律与正确的结论。

在实际测量中，我们发现，尽管在同一测量条件下，采用同一测量仪器（仪表），按照同样的测量程序，对某一个参数进行多次测量，所得的测量数据并不是同一数值，而是波动在某一数值范围内。这样就要求出测定的最佳值、舍弃可疑数、判断误差范围，即需要进行误差计算与分析。

在进行误差计算之后，就要把经过分析的可靠的测量数据，加以归纳整理，并用图、表和数学式表达出来，以便于应用，这也是数据处理的任务之一。

1.2.2　误差相关的基本概念

1.2.2.1　*真值*

真值是指在某一时刻和某一位置的某个物理量客观存在的真实值。研究者在特定条件下用某种测量仪器和方法，对某物理量测量，可得到一系列的测量值。但由于测量仪器、方法、环境、操作等因素影响，严格地讲，真值是无法测得的，只能测得真值的近似值。故真值可理解为，在测量次数为无限多，正负误差出现的几率相等的条件下，将各测量值相加，再加以平均，在无系统误差存在的情况下，可得到极近于真值的数值。故实际应用中真值是指测量次数无限多时，求得的平均值。

在实际测量中，对任一物理量的测量次数都是有限的，故用有限测量次数求出的平均值，只能是近似真值，或称最佳值，称这一最佳值为平均值。

1.2.2.2　*误差*

在实际测量中，由于各种原因，测量值较之真值总是存在一定的误差或偏差。严格地讲，测量误差是指测量值与真值之差（测量误差 = 测得值 - 真值）。而偏差是指测量值与平均值之差。

由于真值是测不到的,一般是以平均值作为真值,故定义误差为测量值与平均值之差。

1.2.2.3 误差的分类

A 按误差表示方法分类

按误差表示方法可将误差分为:

(1)绝对误差。测量值 x 与真值 x_0 之差 δ 为绝对误差,通常称为误差,其表达式为

$$\delta = x - x_0 \tag{1-1}$$

由式(1-1)可知,绝对误差可能是正值或负值。

(2)相对误差。绝对误差与真值之比值为相对误差,因测量值与真值接近,故也可用绝对误差与测量值之比值作为相对误差,即

$$\varepsilon = \frac{\delta}{x_0} \approx \frac{\delta}{x} \tag{1-2}$$

由于绝对误差可能为正值或负值,因此相对误差也可能为正值或负值。相对误差是无名数,通常以百分数表示。

B 按使用条件的满足程度分类

按使用条件的满足程度可将误差分为:

(1)基本误差。仪器仪表在标准条件下使用时所产生的误差称作基本误差或固有误差。

(2)附加误差。仪器仪表的使用,条件偏离标准条件而使误差大于基本误差,其大出的部分即为附加误差。

C 按被测量的变化速率分类

按被测量的变化速率可将误差分为:

(1)静态误差。被测量不随时间变化或输出达到稳态时所测得的测量误差称为静态误差。

(2)动态误差。在被测量随时间变化过程中进行测量,由此产生的附加误差称为动态误差。因为一般它是测量系统(或仪表)对输入信号变化响应的滞后或输入信号中不同频率成分通过测量系统时受到不同的衰减和延迟而造成的误差,因此动态误差应以动态中测量和静态中测量所得误差之差值来表示其大小。

D 按误差与被测量的数值关系分类

按误差与被测量的数值关系可将误差分为:

(1)定值误差(相加误差)。误差 Δx 是一定值,它不随被测量 x 的大小而变化。如仪表指针不指零。

(2)累积误差(相乘误差)。误差值大小和被测量 x 成比例变化。如放大器的放大倍数有误差,那么输出造成的误差随输入的增加而增加。

(3)整量化误差。整量化误差是特殊形式的误差,产生于连续信号转换成离散信号整量化过程中,存在的误差 Δ 在 $+\Delta_m$ 和 $-\Delta_m$ 之间,Δ_m 是半个量化单位。

E 按误差出现的规律性分类

按误差出现的规律性可将误差分为:

(1)系统误差(系差)。系统误差是相同条件下,多次重复测量同一量时,误差的大小和符号均保持不变,或当条件改变时,按某一确定规律变化的误差。测量过程中大小和符号均保持不变的称为恒定系差;随某些因素按某一规律(如线性、周期、多项式或复杂规律)而变化的称为可变系差。

系统误差是某些个别因素影响较大所致,它使测量结果偏离真值,影响准确度,但误差有一定规律,故可以按其规律引入修正量加以校正,或改善测量方法来消除,而单纯增加测量次数是

无法消除的。

(2)随机误差。随机误差是在相同条件下多次重复测量同一量时,误差的大小和符号均发生变化,其值时大时小,符号时正时负,没有确定的规律,无法控制,也不能事前预知的误差。

随机误差是由多个互不相关的独立因素围绕其平均值产生随机起伏(如电磁场微变、热起伏、空气扰动、大地微震、仪器结构参数的波动、测试人员感觉器官的生理变化等),对测量结果产生综合影响所造成的,它使测量结果随机性分散,影响测量的精密度。因为一次测量的单个误差没有任何预知的确定规律,但在多次重复测量的总体上,误差的出现(大的,小的;正的,负的)具有一定的统计规律,最典型的是正态分布规律,因此通过适当增加测量次数、用数理统计的办法可使测量结果尽量接近真值。

(3)缓变误差。缓变误差是指数值上随时间缓慢变化的误差。例如由于零部件老化、机械零件内应力变化等引起的。由于它有不平稳随机过程的特点,误差值在单调缓慢变化,因此不能像对系差那样引进一次修正量来校正,也不能像对随机误差那样按平稳随机过程的特点来处理,因而需不断校正,且测量准确度与校正周期有关。

(4)粗大误差(粗差)。粗大误差也称为过失误差,是误差值超出规定的误差。它无任何规律可循,主要是由于操作者过失或外界的重大干扰造成的,因此无法也不必校正,一旦发现必须剔除该次测量结果。

1.2.3　误差产生的原因

1.2.3.1　测量方法方面——方法误差

由于测量方法的不完善、不适当,原理上的近似,定义的不严密,以及在测量结果表达式中没有得到反映,但在实际测量中又在原理上和方法上起作用的一些因素所引起的误差统称为方法误差。

1.2.3.2　测量设备方面——设备误差

由于测量所使用的仪器、仪表、量具及附件不准确所引起的误差称为设备误差。

1.2.3.3　环境方面——环境误差

测量时由于实际环境条件与规定的条件不一致而引起的误差称为环境误差。

1.2.3.4　测量人员方面——人员误差

由于测量人员的生理特点(分辨能力、反应速度、感觉器官、情绪变化等)、心理的固有习惯(读数的偏大或偏小)、工作责任心、操作经验、知识水平等引起的误差称为人员误差。

1.2.4　精度

精度又称为精确度,是用来描述测量结果与真值的接近程度。它与误差大小相对应,因此可用误差大小来表示精度的高低,误差小则精度高,误差大则精度低。

在测试工作中,通常用准确度、精密度和精确度三个术语来分别描述系统误差、随机误差以及二者的综合误差。这三个概念的区别是:准确度是指测量值与其真值的接近程度,是测量中系统误差大小的反映,系统误差越小,准确度越高。精密度是指在相同的条件下,对同一被测量进行多次重复测量时,测量值的重复程度。说明各测量值之间的重复性或分散程度,它是测量中随机误差大小的反映。精确度是指测量结果与其真值的接近程度。它反映了测量的总误差,是精密度和准确度的综合反映。在消除系统误差的条件下,精密度和精确度是一致的,统称为精度。

精度在数量上有时可用相对误差来表示,如相对误差为0.01%,可笼统称其精度为10^{-4}。若纯属随机误差引起的,则称其精密度为10^{-4},若是由系统误差与随机误差共同引起的,则称其

精确度为 10^{-4}。

对于具体的测量,精密度高的而准确度不一定高,准确度高的而精密度也不一定高,但精密度和准确度都高时,测量精度一定高。

图 1 - 1 所示为准确度、精密度和精确度之间的关系。其中心代表真值位置,各点表示测量值位置。图 1 - 1(a)表示精密度和准确度都高的情况,即精度高的情况。对于一切测量来说,力求做到精度高;图 1 - 1(b)表示精密度高,但准确度不高的情况;图 1 - 1(c)表示精密度和准确度都差。

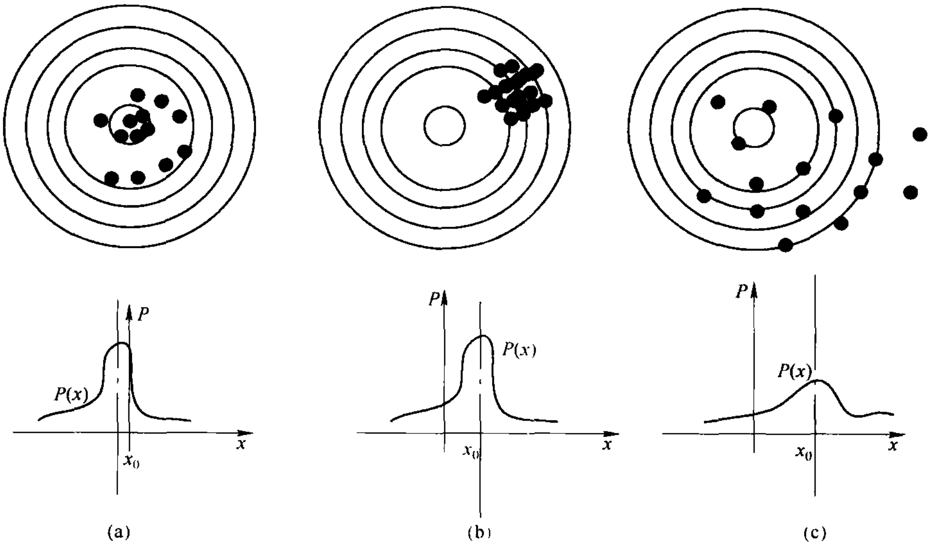


图 1 - 1 准确度、精密度和精确度

1.3 随机误差

1.3.1 误差的正态分布定律

在消除系统误差和过失误差的情况下,对同一物理量进行多次等精度的重复测量,得到一系列不同测量值,这表明在实测数据中包含随机误差。随机误差就每一个个体而言是没有规律和无法控制的,但就误差的总体而言它服从统计规律。实际统计证明,随机误差遵循正态分布定律。正态分布定律指出了随机误差的规律性,是进行误差分析的依据。正态分布定律的数学表达式如式(1 - 3)所示

$$y = f(d) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{d^2}{2\sigma^2}} \qquad (1-3)$$

式中 y——随机误差 d 的概率密度;

d——测量值的随机误差;

σ——标准误差(均方根误差)。

由正态分布定律可做出正态分布曲线,如图 1 - 2所示。由曲线可以看出随机误差分布特性:

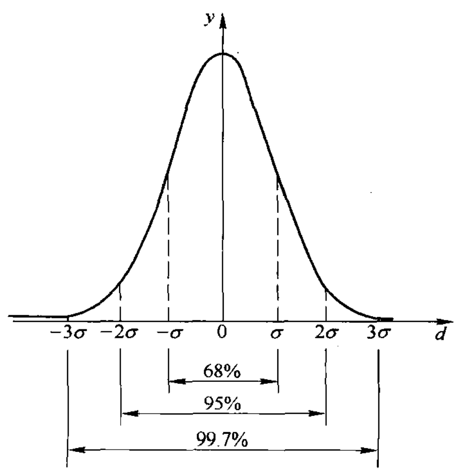


图 1 - 2 误差正态分布曲线

(1)对称性——绝对值相等的正负误差出现的概率相等。

(2)正态性——绝对值小的误差出现的概率高,绝对值大的误差出现的概率低,绝对值很大的误差出现的概率近于零。

(3)有限性——在一定的测量条件下,随机误差的绝对值有一定的界限,超过此界限的误差概率等于零。

(4)补偿性——正号的随机误差之和与负号的随机误差之和的绝对值相等,互相抵消。

1.3.2 测量结果及其误差

1.3.2.1 算术平均值

对某一量值进行一系列等精度测量,由于随机误差存在,其测量值皆不相同,应以全部测量值的算术平均值作为最后测量结果。

设 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 为 n 次测量所得值,则算术平均值 $\bar{x}$ 为

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{\sum x_i}{n} \tag{1-4}$$

算术平均值与被测量的真值最为接近,若测量次数无限增加,则算术平均值 $\bar{x}$ 必然趋近于真值 x_0。

1.3.2.2 标准误差

误差的表示方法有极限误差、算术平均误差、标准误差、或然误差等,其中标准误差最常用。测量值误差 $d_0 = x_i - x_0$,标准误差为:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}} \tag{1-5}$$

式(1-5)表明,标准误差对较大或较小的误差反应比较灵敏,它是表示测量精密度较好的一种方法。

标准误差表示正态分布曲线的形成和分散度。图1-3所示为标准误差不同的三条正态分布曲线,由图可见,σ 越小,曲线形状越陡峭,说明小误差出现的概率大,即精度高;反之,σ 越大,曲线形状越平坦,说明小误差出现的概率小,即其精度较低。因此,标准误差是表明测量精度的重要参数。

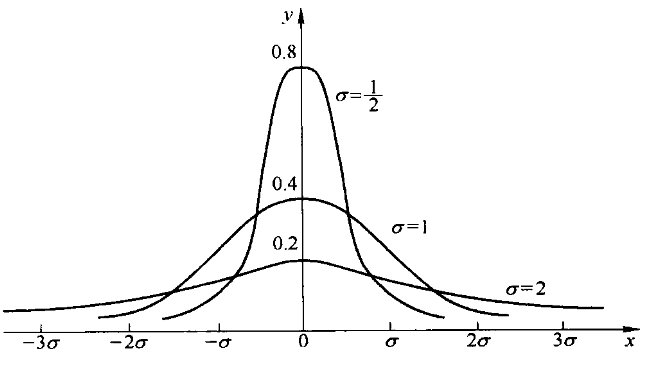


图1-3　标准误差不同的三条正态分布曲线

式(1-5)σ 是以 $d_i = x_i - x_0$ 来定义的,并且是在测量次数 $n \to \infty$ 的情况下的极限值。但实际上真值 x_0 是未知的,而且测量次数 n 也不可能是无穷大,故以有限次的测量值求得平均值。可以推导出,当有限次测量时的标准误差计算式为

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n}} \tag{1-6}$$

设一组观测值的标准误差为 σ,则任一观测值的误差介于 $\pm\sigma$ 范围内的概率为68%,介于 $\pm 2\sigma$ 范围内的概率为95%,介于 $\pm 3\sigma$ 范围内的概率为99.7%,如图1-2所示。误差出现在

$\pm 3\sigma$范围之外的概率只有0.3%，约相当于300多个数据才可能有一个数据出现在$\pm 3\sigma$之外的随机误差，则可认为不属于随机误差，而为系统误差或过失误差。工程技术测量中常用$\pm 3\sigma$表示最大可能误差$\lambda = 3\sigma$。

1.3.2.3 算术平均值的标准误差

上面所讨论的标准误差σ，是指服从正态分布的一组等精度测量中任一测量值的误差，表示其对算术平均值x_0的偏离程度，故称为单次测量误差。而在同一条件下对同一物理量作多次重复测量，各次所求出的算术平均值也不相同，表明算术平均值相对于客观真值也存在误差。所以计算算术平均值的误差，对于表征测量结果的精密度具有重要意义。下面给出算术平均值的标准误差的计算公式：

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n(n-1)}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{1-7}$$

式(1-7)说明，算术平均值的标准误差比测量值的标准误差小$\sqrt{n}$倍。测量次数n越大，算术平均值越接近真值，测得精度越高。

增加测量次数，可以提高测量精度，但由式(1-7)可知，测量精度与测量次数的平方根成反比。由图1-4可知，开始时n增大，$\sigma_{\bar{x}}$减小很快。到n为5~6时，$\sigma_{\bar{x}}$变化开始变慢。当$n>10$次以后，$\sigma_{\bar{x}}$变化很小。此外，由于测量次数越多，越难保证测量条件的恒定，从而带来新的误差。因此一般情况下，n在10次左右已足够。

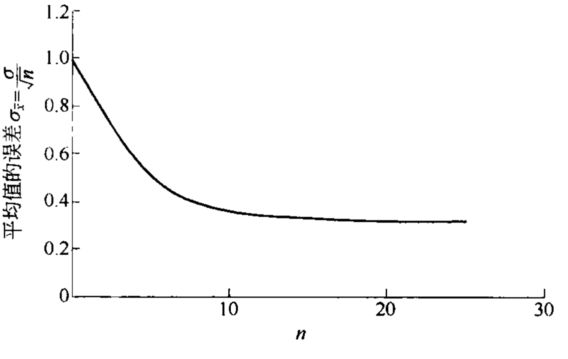


图1-4 平均值的误差

1.3.3 间接测量的误差计算

前面所介绍的误差计算都是对直接测量结果的计算。但对间接测量的物理量，是通过对与该物理量有函数关系的几个变量进行直接测量，再将各直接测得的量代入函数式中计算得出间接测量的量。因为各直接测得量总是带有一定的误差，它对间接测量的影响，反映了函数自变量的误差与函数的总误差之间存在着一定的关系，即误差的传递问题。本节只介绍间接测量误差计算方法，各方法的详细推导请参考有关参考书。

1.3.3.1 误差传递的一般公式

设有函数$Y=f(A,B,\cdots,Z)$。Y由各直接测量值$A,B,\cdots,Z$决定，且各直接测量值的误差分别为$\Delta A,\Delta B,\cdots,\Delta Z$，各标准误差分别为$\sigma_A,\sigma_B,\cdots,\sigma_Z$，间接测量的误差为$\Delta Y$，则得

$$Y+\Delta Y = f(A+\Delta A, B+\Delta B,\cdots,Z+\Delta Z) \tag{1-8}$$

将式(1-8)右端按泰勒级数展开，得

$$Y+\Delta Y = f(A,B,\cdots,Z) + \frac{\partial f}{\partial A}\Delta A + \frac{\partial f}{\partial B}\Delta B + \cdots + \frac{\partial f}{\partial B}\Delta Z + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial A^2}(\Delta A)^2 + \cdots + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial Z^2}(\Delta Z)^2 + 2\frac{\partial^2 F}{\partial A \cdot \partial B}(\Delta A)(\Delta B) + \cdots \tag{1-9}$$

略去二阶与高阶小量，得

$$Y+\Delta Y = f(A,B,\cdots,Z) + \frac{\partial A}{\partial B}\Delta A + \cdots + \frac{\partial A}{\partial Z}\Delta Z \tag{1-10}$$

$$\Delta Y=\frac{\partial f}{\partial A}\Delta A+\frac{\partial f}{\partial B}\Delta B+\cdots+\frac{\partial f}{\partial Z}\Delta Z \tag{1-11}$$

由式(1-10)和式(1-11)可见,间接测量的 Y 的最佳值可由各直接测量的 $A,B,\cdots,Z$ 的算术平均值代入函数式求得,而 Y 的误差可用式(1-11)表示。

1.3.3.2 间接测量的标准误差

设对直接测量的物理量 $A,B,\cdots,Z$ 各做了 n 次测量,可计算出 n 个 Y 值

$$Y_i=f(A_i,B_i,\cdots,Z_i,)\qquad i=1,2,\cdots,n \tag{1-12}$$

每次测量的误差可用式(1-12)以微分表示为

$$\mathrm{d}Y_i=\left(\frac{\partial f}{\partial A}\right)\mathrm{d}A_i+\left(\frac{\partial f}{\partial B}\right)\mathrm{d}B_i+\cdots+\left(\frac{\partial f}{\partial Z}\right)\mathrm{d}Z_i \tag{1-13}$$

两边平方得

$$\mathrm{d}Y_i^2=\left(\frac{\partial f}{\partial A}\right)^2\mathrm{d}A_i^2+\left(\frac{\partial f}{\partial B}\right)^2\mathrm{d}B_i^2+\cdots+\left(\frac{\partial f}{\partial Z}\right)^2\mathrm{d}Z_i^2+2\left(\frac{\partial f}{\partial A}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial B}\right)\mathrm{d}A_i\cdot\mathrm{d}B_i+\cdots \tag{1-14}$$

根据误差正态分布定律,正负误差出现的概率相等。当 n 足够大时,则非平方项对消,得出:

$$\sum\mathrm{d}Y_i^2=\left(\frac{\partial f}{\partial A}\right)^2\sum(\mathrm{d}A_i)^2+\cdots+\left(\frac{\partial f}{\partial Z}\right)^2\sum(\mathrm{d}Z_i)^2 \tag{1-15}$$

两边同除以 n,再开方,得标准误差 σ_Y:

$$\sigma_Y=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial A}\right)^2\sigma_A^2+\left(\frac{\partial f}{\partial B}\right)^2\sigma_B^2+\cdots+\left(\frac{\partial f}{\partial Z}\right)^2\sigma_Z^2} \tag{1-16}$$

1.4 系统误差

研究系统误差具有极其重要的意义,因为一项测量结果的准确度主要取决于该测量的系统误差的大小。在存在着相当大的系统误差时,对随机误差进行的处理与所得结果都将失去意义。因此,对于任何测量过程首先要注意发现与消除系统误差,把它限制在允许的范围内。对于在实验中无法补偿的系统误差应对测量结果进行修正。

1.4.1 系统误差的分类

按系统误差的性质可分为:

(1)固定误差　测量过程中符号和数值大小都不变,如仪器的零点误差。

(2)累进误差　在测量过程中,随某个因素(如时间、长度)而递增或递减,就像用不准确的尺子测量大距离。

(3)周期性误差　误差的数值与符号呈周期性的变化,如辊轴偏心等。

(4)变化规律复杂的误差　需要用公式或曲线表示其变化规律的误差,如光线示波器振动子的圆弧误差。

1.4.2 发现系统误差的简单方法

1.4.2.1 通过观察偏差发现系统误差

一组观测值,在测量条件不变且只有随机误差存在时,各观测值应在算术平均值两侧波动。当存在着变化的系统误差且大于随机误差时,观测值的大小和符号变化趋势取决于系统误差的变化规律,偏差的符号也必然取决于系统误差的变化规律,这是发现变化系统误差的依据。可有下列判断方法:

(1)将观测值依次排列,如偏差的大小有规则地向一个方向变化,即前面为负号,后面为正

号，且符号为（－－－－＋＋＋＋）或相反（＋＋＋＋－－－－－），则说明该组观测值含有累进的系统误差（图 1－5）。如中间有微小波动，则说明有随机误差的影响。

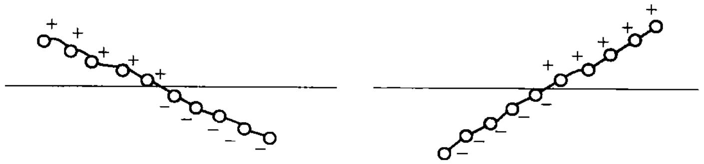


图 1－5 累进的系统误差

（2）将观测值依次排列，如偏差符号作有规律交替变化，则测量中含有周期性误差。如中间有微小波动，则说明有随机误差的影响（图 1－6）。

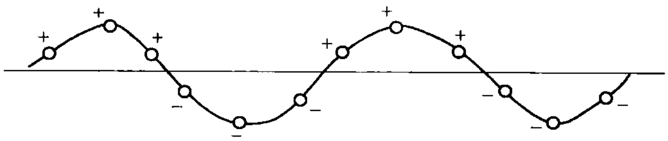


图 1－6 周期性随机误差

例 1－1 对恒温箱的温度测量 10 次，其结果见表 1－1，由偏差符号与大小可见，测量中有累进性误差。

表 1－1 恒温箱温度测量结果

x_i/℃	v_i/℃	x_i/℃	v_i/℃
20.06	－0.06	20.14	＋0.02
20.07	－0.05	20.18	＋0.06
20.06	－0.06	20.18	＋0.06
20.08	－0.04	20.21	＋0.09
20.10	－0.02	$\bar{x}$ 20.12	－0.23
20.12	0.00		＋0.23

（3）在某一测量条件时，测量偏差基本上保持相同符号，当变为另一测量条件时偏差均变号，则表明测量中含有随测量条件改变而变化的固定误差（图 1－7）。

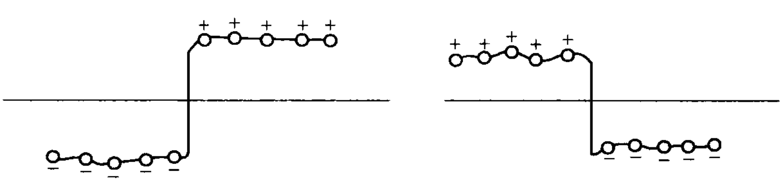


图 1－7 固定系统误差

以上三个方法只有在系统误差比随机误差大时，才能发现系统误差。

（4）按测量次序，若观测值前半部分偏差之和与后半部分偏差之和的差值明显不为零，则该测量中含有累进误差。若测量条件改变前偏差之和与改变后偏差之和的差值显然不为零，则该测量中含有随条件而变化的固定误差。如表 1－1 数据：

$$\Delta = (-0.06-0.05-0.06-0.04-0.02)-(0.00+0.02+0.06+0.06+0.09)$$
$$=(-0.23)-(+0.23)=-0.46$$

Δ 显著不为零，故测量中有累进误差。

例 1-2　测量电感，前 4 次用一个标准电感，后 6 次用另一个标准电感，测量结果见表1-2。由测量结果算得前 4 次偏差为“+”，后 6 次偏差基本为“-”，显然这是测量条件变化引起的，所以这一测量含有固定误差。

表 1-2　电感测量结果

x_i/mH	v_i/mH	
50.82	0.00	均为“+”
50.83	+0.01	
50.87	+0.05	
50.89	+0.07	
50.78	-0.04	基本均为“-”
50.78	-0.04	
50.75	-0.07	
50.85	+0.03	
50.82	0.00	
50.81	-0.01	
$\bar{x}$ 50.82		

根据表 1-2 数据，将换标准电感前后残差求和后相减：

$$\Delta = (0.00 + 0.01 + 0.05 + 0.07) - (-0.04 - 0.04 - 0.06 - 0.07 + 0.03 + 0.00 - 0.01) = (+0.13) - (-0.13) = +0.26$$

Δ 甚大，表明测量中有固定误差。

1.4.2.2　通过对比计算数据发现系统误差

当观测值只包含随机误差时，则应服从正态分布规律，观测值的精密度参数间也存在一定的数量关系。若不服从正态分布规律，则应怀疑有可能存在系统误差。

(1)对一组观测值，依次计算出观测值出现的频数，再在正态概率法上描点，横坐标为各观测值，纵坐标为累积频数，如图 1-8 所示。若各点在一直线上，表明只含随机误差，尤其是中间各点应在直线上。若中间各点明显不在直线上，即连不成一条直线，则表明含有系统误差。

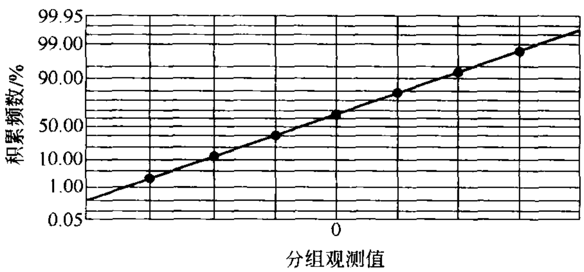


图 1-8　正态概率法

(2)对同一量有多组观测值，并知它们的算术平均值和标准误差为

$$\bar{x}_1 \pm \sigma_1, \bar{x}_2 \pm \sigma_2, \cdots, \bar{x}_n \pm \sigma_n$$

而任意两组结果之差为：

$$\Delta\bar{x} = \Delta\bar{x}_i - \Delta\bar{x}_j$$

其标准误差为：

$$\sigma = \sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_j^2}$$

则任意两组结果 $\bar{x}_i$ 与 $\bar{x}_j$ 之间不存在系统误差的标志是：

$$\Delta\bar{x}_i - \Delta\bar{x}_j < 2\sqrt{\sigma_i^2 - \sigma_j^2}$$

以上介绍的是根据实验数据分析、计算来判断系统误差的存在。但在实际测量中，应对每一观测值即刻进行分析判断，发现可疑数值，就应怀疑是否有系统误差或过失误差。在测量中经常检查仪器工作的稳定性，观察环境条件变化时或人为地变化测量条件对观测值的影响，是及时发现系统误差的有效办法。如经常检查仪表的零点位置和零点漂移，用应变仪的标定装置检查有无系统误差存在。

1.4.3　系统误差的消除

系统误差的消除工作，首先在实际测量之前就应着手进行。对于测量过程的每一环节都要分析可能产生系统误差的根源，并采取相应的防止措施。其次才是测量当中观察判断有无事先没有考虑到的系统误差存在，再及时消除或修正。