新大纲

全国成人高考指导丛书

[高中起点升本、专科]

数学

应试教程

《全国成人高考指导丛书》编委会组织编写

- 考纲**权威**解析
- 考点**全面**涵盖
- 选例**求精**创新
- 测试**高效**实用

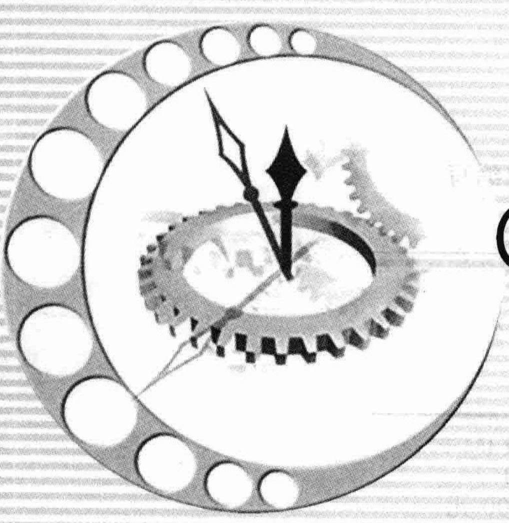
苏州大学出版社

全国成人高考指导丛书

数学

应试教程

《全国成人高考指导丛书》编委会　组织编写



（高中起点升本、专科）

苏州大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学应试教程/杨学坤,张梅,董宁主编. —苏州
:苏州大学出版社,2010.3
(全国成人高考指导丛书)
高中起点升本、专科
ISBN 978-7-81137-460-5

Ⅰ. ①数… Ⅱ. ①杨…②张…③董… Ⅲ. ①数学—成人教育:高等教育—入学考试—自学参考资料 Ⅳ. ①G723.46

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 037659 号

数学应试教程
《全国成人高考指导丛书》编委会 组织编写
责任编辑 管兆宁

苏州大学出版社出版发行
(地址:苏州市干将东路 200 号 邮编:215021)
丹阳市兴华印刷厂印装
(地址:丹阳市胡桥镇 邮编:212313)

开本 880 mm×1 230 mm 1/16 印张 14.75 字数 482 千
2010 年 3 月第 1 版 2010 年 3 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-81137-460-5 定价:24.00 元

苏州大学版图书若有印装错误,本社负责调换
苏州大学出版社营销部 电话:0512-67258835
苏州大学出版社网址 http://www.sudapress.com

《全国成人高考指导丛书》编委会

本书主编　杨学坤　张　梅　董　宁

副 主 编　陆志明　蒋　旭

编　　者　栾　霞　江霞平　陈　会　潘　琦

王会英　张永岩　曹　冬

前 言

随着我国经济的飞速发展，社会对各类人才的需求越来越大，人才的需求层次也越来越丰富.通过成人高考接受多种形式的高等教育，已成为许多青年学子学习成材的重要途径.

为帮助广大有志青年做好参加全国成人高考的复习准备工作，我们特组织了一批既熟悉基础教育相关课程内容和教学实际，又有着长期从事成人高考复习指导经历并积累了丰富经验的专家和一线骨干老师，依据教育部最新颁布的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲(高中起点升本、专科)》，编写了这套全国成人高考指导丛书.

本套丛书分数学、语文、英语三门学科，每门学科包括应试教程和模拟冲刺两册.

“应试教程”在编写中力求体现以下特点：

一、紧扣大纲要求，不仅内容上覆盖了新大纲规定的全部考试知识，而且在体例编排、讲解指导上能突出重点、难点，充分体现了知识内容和考试动向的完美结合.

二、突出素质提升，切实帮助考生在夯实基础的同时，提高分析、解决问题的能力.知识的归纳、讲解言简意赅、深入浅出，便于理解和消化；练习的设计、编排循序渐进、典型精当，便于巩固和提高.

三、合理把握层次，针对参加成人高考考生来源广泛、水平不一的实际，编写中注意起点适当，兼顾不同水平考生复习备考的需要，提高各类考生的复习效率.

“模拟冲刺”包括了近年成人高考动态分析、成人高考历年真题及模拟测试卷多套，供考生在全面系统的复习后进行临考仿真训练，以全面评估自己的复习效果，提高应试水平.

限于时间较紧和编写水平，这套指导丛书难免存在一些不足.我们诚恳地期望有关专家和使用这套资料的老师、考生提出意见和建议，使之不断完善.

衷心祝愿广大考生取得优异成绩，开启人生新的旅程!

丛书编委会

2010 年 2 月

目　　录

第一部分　代　　数

第一章　集合和简易逻辑 …………………………………………………… (1)

第二章　函数 ………………………………………………………………… (8)

第三章　不等式和不等式组 ………………………………………………… (26)

第四章　数列 ………………………………………………………………… (34)

※第五章　复数 ……………………………………………………………… (44)

第六章　导数 ………………………………………………………………… (49)

第二部分　三　　角

第七章　三角函数及其有关概念 …………………………………………… (58)

第八章　三角函数式的变换 ………………………………………………… (66)

第九章　三角函数的图象和性质 …………………………………………… (75)

第十章　解三角形 …………………………………………………………… (83)

第三部分　平面解析几何

第十一章　平面向量 ………………………………………………………… (91)

第十二章　直线 ……………………………………………………………… (103)

第十三章　圆锥曲线 ………………………………………………………… (114)

第四部分 立 体 几 何

※第十四章 直线、平面与空间向量 …………………………………………………… (135)
※第十五章 多面体和旋转体 ……………………………………………………………… (151)

第五部分 概率与统计初步

第十六章 排列、组合与二项式定理 …………………………………………………… (159)
第十七章 概率与统计初步 ……………………………………………………………… (171)

参考答案 …………………………………………………………………………………… (181)

附 录

全国各类成人高等学校招生复习考试大纲(数学) ………………………………… (222)

注:本书所有章节属于理科类考试内容,未加※部分属于文科类考试内容.

第一部分　代　数

第一章　集合和简易逻辑

考点要求

(1) 了解集合的意义及其表示方法;了解空集、全集、子集、交集、并集、补集的概念及其表示方法,并会进行相关运算;了解符号$\subseteq$、$\subsetneqq$、$=$、$\in$、$\notin$的含义,并能运用这些符号表示集合与集合、元素与集合的关系.

(2) 理解(文科:了解)充分条件、必要条件、充分必要条件的概念.

内容提要

一、集合的基本概念

集合的意义　具有某种属性的对象的全体形成一个集合.一般用大写拉丁字母 A、B、C、…表示集合.

元素　集合里的各个对象叫做集合的元素.一般用小写拉丁字母 a、b、c、…表示集合的元素.

集合具有以下特征:

(1) 确定性:对于一个给定的集合,任何一个对象或者是这个集合中的元素,或者不是它的元素.这是集合的最基本特征.

(2) 互异性:集合中的任何两个元素都是能区分的(即互不相同的),相同的对象归入任何一个集合时,只能作为这个集合的一个元素.

(3) 无序性:在一个集合中,通常不考虑元素之间的顺序,如集合$\{5,-7,9\}$与集合$\{-7,5,9\}$是相同的.

有限集　含有有限个元素的集合叫做有限集.

无限集　含有无限个元素的集合叫做无限集.

二、集合的表示法

列举法　把集合的元素一一列举出来，写在大括号{}内表示集合的方法，叫做列举法. 如小于 5 的正整数集合可表示为$\{1,2,3,4\}$.

描述法　把集合中元素的公共属性描述出来，写在大括号{}内表示集合的方法，叫做描述法. 如不等式 $x-5>2$ 的实数解集可表示为$\{x|x-5>2\}$.

常见的几种数集的表示符号：

$\mathbf{N}^*$（或 $\mathbf{N}_+$）表示正整数集.

$\mathbf{N}$ 表示非负整数集，即自然数集.

$\mathbf{Z}$ 表示整数集.

$\mathbf{Q}$ 表示有理数集.

$\mathbf{R}$ 表示实数集，$\mathbf{R}_+$（$\mathbf{R}_-$）表示正（负）实数集.

说明　根据国家标准，自然数集包括“0”，请与以前沿用的所谓自然数集不包括“0”区别开.

三、元素与集合的关系

对于一个给定的集合 A 和确定的元素 a，它们之间有且只有以下两种关系：

(1) 若 a 是 A 的元素，则说 a 属于 A，记为 $a\in A$；

(2) 若 a 不是 A 的元素，则说 a 不属于 A，记为 $a\notin A$.

四、集合与集合的关系

子集　如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，那么集合 A 就叫做集合 B 的子集，记为 $A\subseteq B$或 $B\supseteq A$，读做“A 包含于 B”或“B 包含 A”. 若 A 是 B 的子集且 B 中至少有一个元素不属于 A，那么集合 A 就叫做集合 B 的真子集，记为 $A\subsetneqq B$ 或 $B\supsetneqq A$. 如果 $A\subseteq B$，同时 $B\supseteq A$，则称集合 A 与集合 B 相等，记为 $A=B$.

规定空集是任何集合的子集，空集是任何非空集合的真子集.

子集的性质：(1) $A\subseteq A$；(2) 若 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，则 $A\subseteq C$.

五、集合的运算

交集　由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A 与 B 的交集，记为 $A\cap B$.

交集的性质：(1) $A\cap A=A$；(2) $A\cap\varnothing=\varnothing$.

并集　由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A 与 B 的并集，记为 $A\cup B$.

并集的性质：(1) $A\cup A=A$；(2) $A\cup\varnothing=A$.

全集　在研究集合与集合之间的关系时，所讨论的集合往往都是某一给定集合的子集，这个给定的集合叫做全集，用符号 U 表示.

补集　若 $A\subseteq U$，由 U 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做集合 A 的补集，表示为 $\complement_U A$.

补集的性质：(1) $A\cap \complement_U A=\varnothing$；(2) $A\cup \complement_U A=U$.

六、简易逻辑

(1) 命题的条件和结论.

一个数学命题都有条件和结论两部分. 如果把条件和结论分别用 A、B 表示，那么命题可以写成"如果 A 成立，那么 B 成立"，或简写成"若 A，则 B".

(2) 充分条件.

如果 A 成立，那么 B 成立，即 $A\Rightarrow B$，这时我们就说条件 A 是结论 B 成立的充分条件.

(3) 必要条件.

如果 B 成立，那么 A 成立，即 $B\Rightarrow A$，这时我们就说条件 A 是结论 B 成立的必要条件.

(4) 充要条件.

如果 A 既是 B 成立的充分条件，又是 B 成立的必要条件，即既有 $A\Rightarrow B$，又有 $B\Rightarrow A$，这时我们就说条件 A 是结论 B 成立的充分必要条件，简称充要条件.

典型例题

一、选择题

(1) 已知集合 $A=\{0,3\}$，$B=\{0,3,4\}$，$C=\{1,2,3\}$，则 $(B\cup C)\cap A=$　　(　　)

A. $\{0,1,2,3,4\}$　　B. $\varnothing$　　C. $\{0,3\}$　　D. $\{0\}$

解　$B\cup C=\{0,1,2,3,4\}$，$(B\cup C)\cap A=\{0,3\}$，选 C.

点评　求两个集合的并集，相同的元素只写一个，如 $B\cup C$ 中的元素 3. 在集合的运算中，如有小括号应先算小括号内的.

(2) 以下说法中正确的有　　(　　)

① $M=\{(1,2)\}$ 与 $N=\{(2,1)\}$ 表示同一个集合；② $M=\{1,2\}$ 与 $N=\{2,1\}$ 表示同一个集合；③ 空集是唯一的；④ $M=\{y\mid y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$ 与 $N=\{x\mid x=t^2+1,t\in\mathbf{R}\}$，则集合 $M=N$.

A. 3 个　　B. 2 个　　C. 1 个　　D. 0 个

解　②、③、④ 正确，选 A.

点评　由不等式定义的集合运算，可利用数轴直观地求解.

(3) 设集合 $M=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 10\}$，$N=\{x\mid x>7$ 或 $x<1\}$，则 $M\cap N=$　　(　　)

A. $\{x\mid 7<x\leqslant 10\}$　　B. $\{x\mid -1\leqslant x<1$ 或 $7<x\leqslant 10\}$

C. $\{x\mid -1\leqslant x<1\}$　　D. $\{x\mid 1<x\leqslant 10\}$

解　$M\cap N=\{x\mid -1\leqslant x<1$ 或 $7<x\leqslant 10\}$，选 B.

(4) 下列关系中，正确的　　(　　)

A. $\{0\}=\varnothing$　　B. $\varnothing\in\{0\}$　　C. $\varnothing\subsetneqq\{0\}$　　D. $0\subsetneqq\varnothing$

解 {0}是只含有一个元素 0 的单元素集合，而$\varnothing$是空集，所以 A 不正确；符号"$\in$"用于元素与集合的关系，故 B 也不正确；因为空集是任何非空集合的真子集，所以 C 正确.

(5) 设集合 $M=\{(x,y)|xy>0\}$，$N=\{(x,y)|x>0$ 且 $y>0\}$，则 ( )

A. $M\cup N=M$　　B. $M\cup N=N$　　C. $M\cap N=M$　　D. $\varnothing$

解 M 与 N 都是点的集合.

由 $xy>0$ 知，点(x,y)的横、纵坐标的值同号，集合 $M=\{$第一或第三象限的点$\}$；

由 $x>0$ 且 $y>0$ 知，点(x,y)的横、纵坐标的值均为正，集合 $N=\{$第一象限的点$\}$；

因此 $M\cup N=M$，选 A.

(6) 下列命题：① 空集没有子集；② 空集是任何集合的真子集；③ 任何集合必有两个或两个以上的子集；④ 用列举法表示集合时，只能表示有限集，不能表示无限集. 其中正确的有 ( )

A. 3 个　　B. 2 个　　C. 1 个　　D. 0 个

解 因为$\varnothing\subseteq\varnothing$，所以 A 错；空集为任何非空集合真子集，为任何集合子集，故 B 错；$\varnothing$只有一个子集；用列举法可以表示无限集，例如$\{2,4,6,8,\cdots\}$，表示正偶数组成的集合，故选 D.

(7) 设 $M=\{x||x|\leqslant 1,x\in\mathbf{Z}\}$，$K=\{x|\sqrt{x}<1,x\in\mathbf{Z}\}$，则 $M\cap K$ 为 ( )

A. $\{1\}$　　B. $\{0\}$　　C. $\varnothing$　　D. $\{1,0\}$

解 因为 $M=\{-1,0,1\}$，$K=\{0\}$，所以 $M\cap K=\{0\}$，故选 B.

(8) $X=4$ 是 $X^2=16$ 的 ( )

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　D. 既非充分也非必要条件

解 $X=4\Rightarrow X^2=16$，但 $X^2=16\Rightarrow X=\pm 4$，所以 $X=4$ 是 $X^2=16$ 的充分非必要条件，故选 A.

二、填空题

(1) 若 $A=\{x|x=2k+1,k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x|x=k+3,k\in\mathbf{Z}\}$，则 $A\cap B=$________，$A\cup B=$________.

解 A 为奇数集合，而 B 其实为整数集合，则 $A\cap B=A$，$A\cup B=B$.

(2) 若 $A=\{1,2,3,4,5\}$，$A\cap B=\{1,3,5\}$，$A\cup B=\{0,1,2,3,4,5,6\}$，则 $B=$________.

解 由 A 及 $A\cap B$ 知，1、3、$5\in B$ 且 2、$4\notin B$；由 A 及 $A\cup B$ 知，0、$6\in B$，故 $B=\{1,3,5,0,6\}$.

(3) 若 $M=\{x|2x+a=0\}$，$P=\{x|1<x<4$，且 $x\in\mathbf{N}^*\}$，且 $M\cap P$ 为非空集合，则 $a=$________.

解 由已知，$P=\{2,3\}$，把 $x=2$、3 分别代入 $2x+a=0$ 中，得 $a=-4$ 或 $a=-6$.

(4) $A\cup B=\varnothing$是 $A=\varnothing$的________条件.

解 必要非充分条件.

三、解答题

(1) 设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x|-5<x<5\}$，$B=\{x|0\leqslant x\leqslant 7\}$，求 $\complement_U A$、$\complement_U B$、$\complement_U(A\cap B)$、$\complement_U A\cup\complement_U B$.

解 由已知，得 $\complement_U A=\{x|x\leqslant -5$ 或 $x\geqslant 5\}$，$\complement_U B=\{x|x<0$ 或 $x>7\}$，

所以 $\complement_U A\cup\complement_U B=\{x\mid x<0$ 或 $x\geqslant 5\}$.

因为 $A\cap B=\{x\mid 0\leqslant x<5\}$，故 $\complement_U(A\cap B)=\{x\mid x<0$ 或 $x\geqslant 5\}$.

(2) 已知 $A=\{x\mid x^2+px+q=0\}$，$B=\{x\mid x^2+(p-1)x-q+5=0\}$，满足 $A\cap B=\{1\}$，求 $A\cup B$.

解　因为 $A\cap B=\{1\}$，所以元素 1 既在 A 中也在 B 中，将 1 代入 A、B，得到

$$\begin{cases}1+p+q=0,\\ p-q+5=0,\end{cases}$$

解得 $p=-3$，$q=2$.

故 $A=\{x\mid x^2-3x+2=0\}=\{1,2\}$，$B=\{x\mid x^2-4x+3=0\}=\{1,3\}$，即 $A\cup B=\{1,2,3\}$.

成考真题

(1) (06 年)设集合 $M=\{x\mid x\leqslant -1\}$，集合 $N=\{x\mid x\geqslant -3\}$，则集合 $M\cap N=$　(　　)

A. $\{x\mid -3\leqslant x\leqslant -1\}$　　B. $\{x\mid x\leqslant -1\}$

C. $\{x\mid x\geqslant -3\}$　　D. $\varnothing$

解　本题主要考查集合的交集运算，通过画数轴，可得 $M\cap N=\{x\mid -3\leqslant x\leqslant -1\}$，故选 A.

(2) (08 年)设集合 $A=\{x\mid |x|\leqslant 2\}$，$B=\{x\mid x\geqslant -1\}$，则 $A\cap B=$　(　　)

A $\{x\mid |x|\leqslant 1\}$　　B. $\{x\mid |x|\leqslant 2\}$　　C. $\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$　　D. $\{x\mid -2\leqslant x\leqslant -1\}$

解　本题考查了集合的交运算与绝对值函数的运算.

因为 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 2\}$，所以 $A\cap B=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$，故选 C.

(3) (09 年)集合 A 是不等式 $3x+1\geqslant 0$ 的解集，集合 $B=\{x\mid x<1\}$，则集合 $A\cap B=$　(　　)

A. $\{x\mid -1\leqslant x<1\}$　　B. $\left\{x\,\middle|\, -\frac{1}{3}\leqslant x<1\right\}$　　C. $\{x\mid -1<x\leqslant 1\}$　　D. $\left\{x\,\middle|\, -\frac{1}{3}<x\leqslant 1\right\}$

解　本题考查了集合的交运算，通过画数轴得到 $A\cap B=\left\{x\,\middle|\, -\frac{1}{3}\leqslant x<1\right\}$，故选 B.

(4) (06 年)设甲：$x=1$，乙：$x^2+2x-3=0$，则　(　　)

A. 甲是乙的必要条件，但不是乙的充分条件

B. 甲是乙的充分条件，但不是乙的必要条件

C. 甲不是乙的充分条件，也不是乙的必要条件

D. 甲是乙的充分必要条件

解　本题考查了简易逻辑，甲能推出乙，但乙推不出甲，故选 B.

(5) (07 年)已知直线 m 在平面 α 内，l 为该平面外一条直线，设甲：$l/\!/\alpha$，乙：$l/\!/m$，则　(　　)

A. 甲是乙的必要条件，但不是乙的充分条件

B. 甲是乙的充分条件，但不是乙的必要条件

C. 甲不是乙的充分条件，也不是乙的必要条件

D. 甲是乙的充分必要条件

解 本题考查了简易逻辑，甲推不出乙，但乙可推出甲，故选 A.

(6) (08 年)设甲：$x=\frac{\pi}{6}$，乙：$\sin x=\frac{1}{2}$，则 ( )

A. 甲是乙的必要条件，但不是乙的充分条件

B. 甲是乙的充分条件，但不是乙的必要条件

C. 甲不是乙的充分条件，也不是乙的必要条件

D. 甲是乙的充分必要条件

解 本题考查了简易逻辑，甲能推出乙，但乙推不出甲，故选 B.

(7) (09 年)设甲：$2^a>2^b$，乙：$a>b$，则 ( )

A. 甲是乙的必要条件，但不是乙的充分条件

B. 甲是乙的充分条件，但不是乙的必要条件

C. 甲不是乙的充分条件，也不是乙的必要条件

D. 甲是乙的充分必要条件

解 本题考查了简易逻辑，甲能推出乙，乙也能推出甲，故选 D.

同步练习

一、选择题

(1) 已知全集 $U=\{0,-1,-2,-3,-4\}$，集合 $M=\{0,-1,-2\}$，$N=\{0,-3,-4\}$，则 $\complement_U M\cap N=$ ( )

A. $\{0\}$　　B. $\{-3,-4\}$　　C. $\{-1,-2\}$　　D. $\varnothing$

(2) 设集合 $M=\{x|x\geqslant-4\}$，$N=\{x|x<6\}$，则 $M\cup N=$ ( )

A. $\mathbf{R}$　　B. $\{x|x-4\leqslant x<6\}$

C. $\varnothing$　　D. $\{x|-4<x<6\}$

(3) 设全集 $U=\mathbf{R}$，a、$b\in\mathbf{R}$，$\complement_U P=\{x|x\geqslant a\}$，$\complement_U Q=\{x|x\geqslant b\}$，若 $P\cap Q=P$，则 ( )

A. $a\geqslant b$　　B. $b\geqslant a$　　C. $a\gg b$　　D. $b>a$

(4) 设 $M=\{x|x\leqslant\sqrt{10}\}$，$a=3$，下列各式正确的是 ( )

A. $a\subsetneqq M$　　B. $a\notin M$　　C. $\{a\}\notin M$　　D. $\{a\}\subsetneqq M$

(5) 三角形的两个底角相等是这个三角形为等边三角形的 ( )

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　D. 既非充分也非必要条件

(6) 已知 $M=\{x|1<x<3\}$，$K=\left\{x\middle|2<x<\frac{5}{2}\right\}$，则 M 和 K 的关系是 ( )

A. $K\in M$　　B. $M\notin K$　　C. $K\subsetneqq M$　　D. $M\subsetneqq K$

二、填空题

(1) 若 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{2,4,6\}$，则 $A\cap B=$________，$A\cup B=$________.

(2) 若 $A=\{x|x>-1\}$，$B=\{$非负数$\}$，则 $A\cap B=$________，$A\cup B=$________.

(3) 若 $A=\{x|x\geqslant-2\}$，$B=\{x|-1<x\leqslant4\}$，则 $A\cap B=$________，$A\cup B=$________.

(4) 若 $A=\{$等边三角形$\}$，$B=\{$等腰三角形$\}$，则 $A\cap B=$________，$A\cup B=$________.

(5) 若 $A=\{1,2\}$，$B=\{2,3\}$，$C=\{3,4,5\}$则 $(A\cap B)\cup C=$________，$(A\cup B)\cap C=$________，$(A\cap B)\cap C=$________，$A\cap(B\cup C)=$________，$B\cap(A\cup C)=$________.

(6) $x^2+2x-3=0$ 是 $x=1$ 的____________________.

三、解答题

(1) 在下列各题横线上填写适当的符号($\in$、$\notin$、$=$、$\subsetneqq$、$\supsetneqq$)：

① $\varnothing$ ________ $\{a\}$；② a ________ $\{a\}$；③ $\{a\}$ ________ $\{a\}$；④ $\{a\}$ ________ $\{a,b\}$；

⑤ 6 ________ $\{0,1,2\}$；⑥ 0.5 ________ $\mathbf{Q}$；⑦ $\mathbf{R}$ ________ $\mathbf{Q}$；⑧ $\mathbf{N}$ ________ $\mathbf{Z}$.

(2) 写出集合 $A=\{x|(x^2-1)(x^2-4x+4)=0\}$的所有子集，并指出哪些是真子集.

*(3) 已知 P 是 Q 的充分非必要条件，R 是 Q 的必要非充分条件，S 是 R 的充要条件，问：

① S 是 P 的什么条件？

② Q 是 S 的什么条件？

第二章　函　　数

考点要求

内容提要

注意　只有两个函数的定义域和对应法则都分别相同时，这两个函数才是同一个函数.

函数的表示方法一般有解析法、列表法、图象法.

(3) 函数的性质.

① 函数的单调性.

设 $y=f(x)$是定义在某一个区间上的函数,如果对于此区间上的任意两个值 x_1、x_2,当 $x_1<x_2$ 时,总有 $f(x_1)\leqslant f(x_2)$,则称函数 $f(x)$在此区间上是单调增函数;若总有 $f(x_1)\geqslant f(x_2)$,则称函数 $f(x)$在此区间上是单调减函数.

如果函数 $y=f(x)$在某个区间上是增函数或减函数,就说 $f(x)$在此区间上具有单调性,此区间叫做$f(x)$的单调区间.

② 函数的奇偶性.

如果对于函数 $f(x)$的定义域内的任意一个 x,都有 $f(-x)=f(x)$,则称 $f(x)$是偶函数;如果对于函数 $f(x)$的定义域内的任意一个 x,都有 $f(-x)=-f(x)$,则称 $f(x)$是奇函数.

奇函数的图象关于原点成中心对称,偶函数的图象关于 y 轴成轴对称,它们的定义域关于原点对称.

※③ 反函数的概念.

如果对于函数 $y=f(x)$值域内的每一个确定的值 y_0,自变量 x 都有一个确定的值 x_0 和 y_0 对应,那么,就可以得到一个以 y 为自变量,以对应的 x 值为函数值的函数,这个函数叫做原来函数的反函数,记为 $x=f^{-1}(y)$,习惯上用 x 表示自变量,y 表示函数,把函数 $y=f(x)$的反函数记为 $y=f^{-1}(x)$.

原函数的定义域是反函数的值域,原函数的值域是反函数的定义域.

函数 $y=f(x)$与 $y=f^{-1}(x)$互为反函数.

函数 $y=f(x)$与反函数 $y=f^{-1}(x)$的图象关于直线 $y=x$ 对称.

二、正比例函数、一次函数、反比例函数

1. 正比例函数

(1) 定义 函数 $y=kx(k\neq0,x\in\mathbf{R})$叫做正比例函数.

(2) 性质:

① 正比例函数 $y=kx$ 的图象过点(0,0)与$(1,k)$.

② 当 $k>0$ 时,$y=kx$ 是增函数,它的图象在第一、三象限;当 $k<0$ 时,$y=kx$ 是减函数,它的图象在第二、四象限.

2. 一次函数

(1) 定义 函数 $y=kx+b(k\neq0,x\in\mathbf{R})$叫做一次函数.

当 $b=0$ 时,一次函数就是正比例函数,这说明正比例函数是一次函数的特殊情况.

(2) 性质:

① 一次函数 $y=kx+b$ 的图象过点$(0,b)$且与直线 $y=kx$ 平行.

② 当 $k>0$ 时,$y=kx+b$ 是增函数;当 $k<0$ 时,$y=kx+b$ 是减函数.

③ 当 $b\neq 0$ 时，$y=kx+b$ 既不是奇函数也不是偶函数.

3. 反比例函数

(1) 定义　函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 叫做反比例函数.

(2) 性质：

① 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象是双曲线，当 $k>0$ 时，函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象的两个分支分布在第一、三象限，且在每一个分支内 y 随着 x 的增大而减小；当 $k<0$ 时，函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象的两个分支分布在第二、四象限，且在每一个分支内 y 随着 x 的增大而增大.

② 函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象的两个分支无限接近于 x 轴和 y 轴，但永远不能达到 x 轴和 y 轴.

三、二次函数

函数 $y=ax^2+bx+c$(其中 a、b、c 是常数，且 $a\neq 0$)叫做二次函数.

1. 函数 $y=ax^2$ 的图象和性质

如图 2-1、2-2 所示.

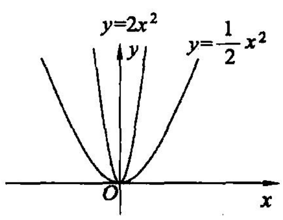


图 2-1

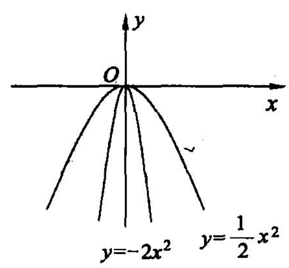


图 2-2

(1) 函数 $y=ax^2$ 的顶点在原点，以 y 轴为对称轴.

(2) 当 $a>0$ 时，抛物线 $y=ax^2$ 在 x 轴的上方(顶点在 x 轴上)，它的开口向上，并且向上无限延伸；当 $a<0$ 时，抛物线 $y=ax^2$ 在 x 轴的下方(顶点在 x 轴上)，它的开口向下，并且向下无限延伸.

(3) 当 $a>0$ 时，在对称轴的左侧，y 随着 x 的增大而减小，在对称轴的右侧，y 随着 x 的增大而增大；函数 y 在顶点处的值最小. 当 $a<0$ 时，在对称轴的左侧，y 随着 x 的增大而增大，在对称轴的右侧，y 随着 x 的增大而减小；函数 y 在顶点处的值最大.

(4) $|a|$ 越大，抛物线的开口越小；$|a|$ 越小，抛物线的开口越大.

2. 函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象和性质

在同一平面直角坐标系里，画出函数

$$y=\frac{1}{2}x^2, y=\frac{1}{2}(x+2)^2, y=\frac{1}{2}(x+2)^2+1$$