

IANZHUGONGCHENG
CELIANG

建筑工程测量

杨凤华 主编



 **北京理工大学出版社**
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内容简介

本书主要内容为建筑工程测量工程测量基本知识；测量仪器使用、测量方法、测量精度、测量误差、测量数据处理、测量成果整理、测量成果应用等。本书可作为高等院校土木工程、测绘工程、建筑学、城乡规划等专业教材，也可供从事工程测量工作的工程技术人员参考。

建筑工程测量

主 编 杨风华

副主编 赵 昕 郑志斌 张 营 郑 恒

参 编 杨 勇 徐洪峰

主 审 王 梅 王怀海



北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

本书以工程测量的基本理论、基本知识为基础;以基本技能及工程实际应用为主要内容。本书共分 14 章,教材内容包括:绪论、水准测量、角度测量、距离测量与直线定向,测量误差理论基础,小区域控制测量,大比例尺测绘,地形图的应用,施工测量的基本工作,施工场地的控制测量,民用建筑施工测量,工业建筑施工测量,建筑变形观测与竣工测量,曲线形建筑物的施工放样等内容。每章都有学习目标、能力标准及要求,同时配有本章小结和思考与习题等。

本书可供工程类院校、建筑施工技术、工程监理、工程测绘等从事土木工程的技术人员使用。

版权专有 侵权必究

图书在版编目(CIP)数据

建筑工程测量 / 杨凤华主编. —北京:北京理工大学出版社,2010.8

ISBN 978-7-5640-3721-5

I. ①建… II. ①杨… III. ①建筑测量-高等学校-教材 IV. ①TU198

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 163113 号

出版发行 / 北京理工大学出版社

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010)68914775(办公室) 68944990(批销中心) 68911084(读者服务部)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京市通州京华印刷制版厂

开 本 / 787 毫米×960 毫米 1/16

印 张 / 17.5

字 数 / 358 千字

版 次 / 2010 年 8 月第 1 版 2010 年 8 月第 1 次印刷

责任校对 / 王 丹

定 价 / 35.00 元

责任印制 / 母长新

对本书内容有任何疑问及建议,请与本书编委会联系。邮箱:bitdayi@sina.com

图书出现印装质量问题,请与本社市场部联系,电话:(010)68944990

前 言

本教材按照建筑工程技术专业领域技能型紧缺人才培养培训指导方案的要求,以岗位职业能力培训为基础构建教材体系,着重介绍了土建生产一线正在使用的国家标准规定的最新技术,容纳了工程所需的建筑、道路、桥梁、水利、管道、圆曲线工程施工测量等内容。

本书突出了技能型紧缺人才培养的特点,符合技能型紧缺人才培养的目标,充分体现了教育改革的思想,以教学目标、能力标准及要求为引导组织教学,进行每章的能力训练,设置了教学目标、能力标准及要求、学习建议、应知内容、职业活动训练项目等内容板块。全书共 14 章,总计 94 学时。教学时数为 64 学时,其中含 20 学时的实习和习题课;一周实训 30 学时。

本书由杨凤华担任主编;赵昕、张营、郑志斌和郑恒担任副主编;杨勇、徐洪峰等参与了本教材部分内容的编写。具体分工如下:杨凤华编写第一、三、九、十一章;赵昕编写第六、七、八章;张营编写第二、十二章;郑志斌编写第十三章;郑恒编写第四、五章;杨勇编写第十四章;徐洪峰编写第十章。全书由王梅和王怀海主审定稿。

由于编者水平有限,书中难免存在不足之处,敬请广大读者及同行批评指正。

编 者

目 录

(18)	向宝对直己量阿离组	第1章
(18)	量册	
(28)	测量尺附	
(28)	量概而附	
(30)	强康中光	
(30)	向宝对直	
第1章 绪论		(1)
1.1 建筑工程测量的任务		(1)
1.2 地面点位的确定		(2)
1.3 测量工作概述		(10)
(301)	市代陆美奥然图	
第2章 水准测量		(15)
2.1 水准测量原理		(15)
2.2 水准测量的仪器与工具		(17)
2.3 水准仪的使用		(22)
2.4 水准测量的施测方法		(25)
2.5 水准测量的误差及注意事项		(29)
2.6 水准测量的成果计算		(32)
2.7 水准仪的检验和校正		(35)
2.8 自动安平、精密、电子水准仪简介		(39)
(331)	量断陆封独因小	
第3章 角度测量		(46)
3.1 水平角和竖直角测量原理		(46)
3.2 光学经纬仪		(47)
3.3 DJ ₂ 级光学经纬仪		(51)
3.4 经纬仪的使用		(53)
3.5 水平角观测		(55)
3.6 竖直角的观测		(58)
3.7 水平角测量误差		(62)
3.8 经纬仪的检验与校正		(63)
3.9 电子经纬仪		(68)
3.10 全站仪		(72)

第4章 距离测量与直线定向	(81)
4.1 概述	(81)
4.2 钢尺量距	(82)
4.3 视距测量	(88)
4.4 光电测距	(92)
4.5 直线定向	(99)
第5章 测量误差理论基础	(104)
5.1 测量误差概述	(104)
5.2 偶然误差的统计规律性	(107)
5.3 偶然误差的分布	(108)
5.4 衡量精度的数字指标	(109)
5.5 精度数字指标的实际计算方法	(110)
5.6 误差传播定律	(112)
5.7 误差传播定律应用	(115)
5.8 相对精度指标——权	(116)
5.9 单位权中误差	(119)
5.10 测量平差原理	(120)
5.11 误差理论基础应用实例	(122)
第6章 小区域控制测量	(127)
6.1 控制测量概述	(127)
6.2 导线测量	(129)
6.3 交会定点	(138)
6.4 高程控制测量	(139)
6.5 GPS测量的实施	(140)
第7章 大比例尺测绘	(150)
7.1 地形图的基本知识	(150)
7.2 地形图的图式	(156)
7.3 大比例尺地形图测绘	(161)
7.4 全站仪数字测图概述	(166)

第 8 章 地形图的应用	(173)
8.1 地形图应用的基本内容	(173)
8.2 地形图在工程中的应用	(175)
第 9 章 施工测量的基本工作	(182)
9.1 施工测量概述	(182)
9.2 测设的基本工作	(183)
9.3 点的平面位置测设方法	(187)
9.4 已知坡度直线的测设	(190)
9.5 曲线的测设	(191)
第 10 章 施工场地控制测量	(196)
10.1 施工控制测量概述.....	(196)
10.2 坐标系统及坐标换算.....	(197)
10.3 建筑基线.....	(198)
10.4 建筑方格网.....	(200)
10.5 施工场地的高程控制测量.....	(201)
第 11 章 民用建筑施工测量	(203)
11.1 概述.....	(203)
11.2 建筑物的定位和放线.....	(205)
11.3 建筑物基础施工测量.....	(208)
11.4 墙体施工测量.....	(210)
11.5 高层建筑施工测量.....	(212)
第 12 章 工业建筑施工测量	(218)
12.1 概述.....	(218)
12.2 厂房控制网测设.....	(219)
12.3 厂房基础施工测量.....	(221)
12.4 厂房构件安装测量.....	(226)
12.5 烟囱、水塔施工测量	(230)
12.6 金属网架安装测量.....	(232)
12.7 管道施工测量.....	(234)

第 13 章 建筑物变形观测与竣工测量	(250)
13.1 建筑物变形观测概述	(250)
13.2 建筑物沉降观测	(252)
13.3 建筑物倾斜观测	(255)
13.4 建筑物位移与裂缝观测	(257)
13.5 竣工测量	(259)
第 14 章 曲线形建筑物的施工放样	(262)
14.1 圆弧形建筑物施工放样	(262)
14.2 椭圆形建筑物施工放样	(264)
14.3 双曲线形建筑物施工放样	(267)
14.4 三角形建筑物施工放样	(269)
14.5 齿形建筑物施工放样	(269)
参考文献	(272)

第1章 绪 论

学习目标

本章主要介绍了测量学的基础知识,地球的形状和大小及研究方法,测量常用的坐标系,分析用水平面代替水准面的限度。其重点内容包括:建筑工程测量的定义、内容和任务;测量工作的基准面、基准线和确定地球表面地面位置的方法;测量的三项基本工作及基本测量原则。

能力标准及要求

在熟悉测量学基础知识的基础上;掌握施工现场的两面一线、高程、高差及测定、测设的测量概念。能正确运用建筑工程测量内容和任务及地球表面点位置的确定方法服务与工程测量。

1.1 建筑工程测量的任务

测量学是研究地球的形状和大小及确定地面点之间相对位置的一门学科。其主要内容包括测定和测设两个部分。测定是指使用测量仪器和工具,通过一系列的观测和计算,获得确定地面点位置的数据,或将建设地区的地表面的地形缩绘成地形图,供建筑工程规划和设计时使用;测设是指把图纸上设计好的建筑物、构筑物的位置,按照设计和施工的要求在地面上标定出来,作为施工的依据。建筑工程测量是研究工业与民用建筑在勘察、设计、施工和管理阶段所进行的各种测量工作,其主要任务是:

1. 测绘大比例尺地形图
把工程建设地区的各种地物(如房屋、道路、森林与河流等)和地貌(地面的高低起伏,如山头、盆地、丘陵与平原等)通过外业实地测量和内业计算整理,按一定的比例尺缩小绘成各种地形图、断面图,或用数字表示出来,为工程建设的各阶段提供必要的图纸和资料。
2. 建(构)筑物的施工放样
将图纸上所设计的建筑物、构筑物,按照设计与施工的要求在现场标定出来,作为施工的

依据。在建筑施工和设备安装过程中,也要进行各种测量工作,配合指导施工,以便保证施工和安装质量。

3. 竣工总平面图的编绘

为了检验工程施工定位质量,工程竣工后,要对建(构)筑物,各种设施,各种生产、生活管道,特别是隐蔽工程的平面位置和高程位置进行竣工测量,并绘制竣工总平面图,为建筑物交付时的验收和以后的改建、扩建及使用中的检修提供资料。

4. 建筑物的沉降与变形观测

在建筑物施工或运营期间,为了监测其基础和结构的安全和稳定状况,了解设计是否合理,需要定期地对其位移、沉降、倾斜及摆动进行观测,以便为鉴定工程质量及工程结构和地基基础研究提供资料。

由此可见,建筑工程测量在城乡规划、建筑学、工业与民用建筑、给水与排水、铁路和公路等专业中有着重要的作用。所以,从事工程建设的技术人员,必须掌握一定的测量知识和技能。

本书主要介绍有关大比例尺地形图的测绘及其应用,以及工业与民用建筑、管道工程、道路工程施工测量等内容。对于土建类专业的学生,本课程的基本要求是:

- (1)掌握建筑工程测量必要的基本理论、基本知识和基本技能。
- (2)了解常用测量仪器(水准仪、经纬仪、全站仪、钢尺)的构造,掌握其使用和检验方法,了解其校正的方法。
- (3)了解小地区大比例尺地形图测绘的过程,并初步掌握其测绘方法。
- (4)学会读图和应用地形图。
- (5)了解建筑工地测量的主要内容和工序,并具有一般工程施工放样的能力。

1.2 地面点位的确定

地球自然表面的形态是多种多样的,地面还有许多各种类型的建筑物,因此,要测绘的地貌和地物是十分复杂的。欲将其测绘到图纸上,就需要在地物和地貌的轮廓线上选择一些具有地形特征的点,只要将这些点测绘到图纸上,就可以参照实地情况比较准确地将地物、地貌描绘出来而获得地形图。从图 1-1(a)中可以看出,房屋的平面位置是由 1、2、3 等表示房屋轮廓的转折点的连线构成的。因此,只要将 1、2、3 等点的平面位置测绘在图纸上,相应地连接这些点,就可以获得房屋在图上的平面位置。一条道路,如图 1-1(b)所示,它的边线不规则,但弯曲部分可以看成是由许多短直线组成的,若能确定 1、2、3 等路边转折点在图上的位置,再考虑到路宽,对照道路形状的变化,就可以在图上描绘出这条道路的平面位置。如图 1-1(c)所示,地面起伏形态可以用地形特征线上的坡度变化点(包括方向变化点)1、2、3 等所组成的线

段来表示,并可以把各线段内的坡度看成是大体一致的,所以测量 1、2、3 等点的高低位置后,地面的起伏也就大概地表达出来了。表示高低变化的 1、2、3 等各点称为地貌特征点。

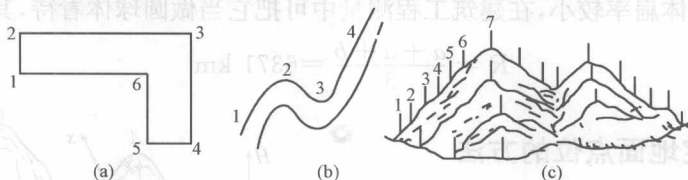


图 1-1 特征点的确定

由此可见,测量工作的基本任务就是确定地面点的位置,无论是测绘地形图还是建筑物的施工放样,都可以归结为确定地面点位置的问题。

1.2.1 地球的形状与大小

测量工作是在地球表面上进行的,测量的成果又需要归算到一定的平面上,才能进行计算和绘图。因此,首先要对地球的形状与大小有一个初步的了解。地球自然表面极不规则,有陆地和海洋。其中我国的珠穆朗玛峰高达 8844.43 m(2005 年测定),是世界上的最高点,而太平洋的马里亚纳海沟深达 11022 m,是世界上的最低点。海洋面积约占地球表面积的 71%,陆地面积仅占 29%,所以人们总是把地球的形状看做是被海水包围的球体。自由静止的水面称为水准面。它是一个封闭的曲面,并处处与铅垂线垂直。过水准面上某点与水准面相切的平面称为水平面。水准面有无数个,其中与平均海水面相吻合并向大陆、岛屿内延伸而形成的曲面称为大地水准面。大地水准面所包围的地球形体称为大地体。由于地球内部质量分布不均匀,引起地面各点的铅垂线方向不规则的变化。因而大地水准面是具有复杂形状的物理曲面,如图 1-2 所示。在实际应用中,大地水准面常用与其非常接近又能用数学公式表示的旋转椭圆体的表面代替,以便把测量结果归算到旋转椭圆体面上进行计算或制图。

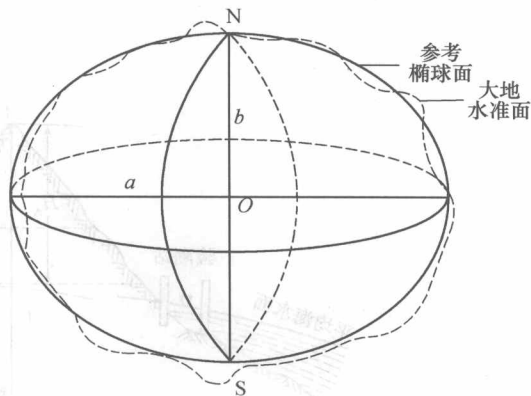


图 1-2 大地水准面与旋转椭球体

旋转椭圆体面是一个数学表面,它的大小可由长半径 a 、短半径 b 和扁率 α 来表示。我国 1980 年以后采用的数值为:

$$a = 6378140 \text{ m} \quad b = 6356755 \text{ m}$$

$$\alpha = \frac{a-b}{a} = \frac{1}{298.257}$$

由于旋转椭圆体扁率较小,在建筑工程测量中可把它当做圆球体看待,其半径取为:

$$R = \frac{a+a+b}{3} = 6371 \text{ km}$$

1.2.2 确定地面点位的方法

测量工作的实质是确定地面点的位置。在数学上,一个点的空间位置通常用它在三维空间直角坐标系中的坐标 x 、 y 、 z 三个量来确定,测量上也采用同样的方法确定点的空间位置。如图 1-3 所示,将地面点 A 、 B 、 C 沿着铅垂线方向投影到大地水准面上(范围较小时可用水平面代替大地水准面),得到 a 、 b 、 c 各投影点位,其平面位置用 x 、 y 表示,其竖向位置用 H 表示。

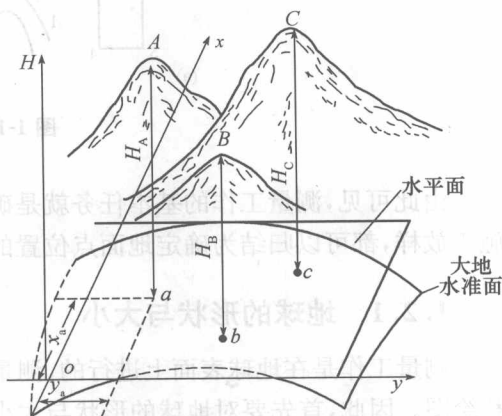


图 1-3 地面点空间位置

1. 地面点的高程位置

(1) 绝对高程。地面点到大地水准面的铅垂距离称为该点的绝对高程,又称海拔,用 H 表示,如图 1-4 所示。地面点 A 、 B 的绝对高程为 H_A 、 H_B 。

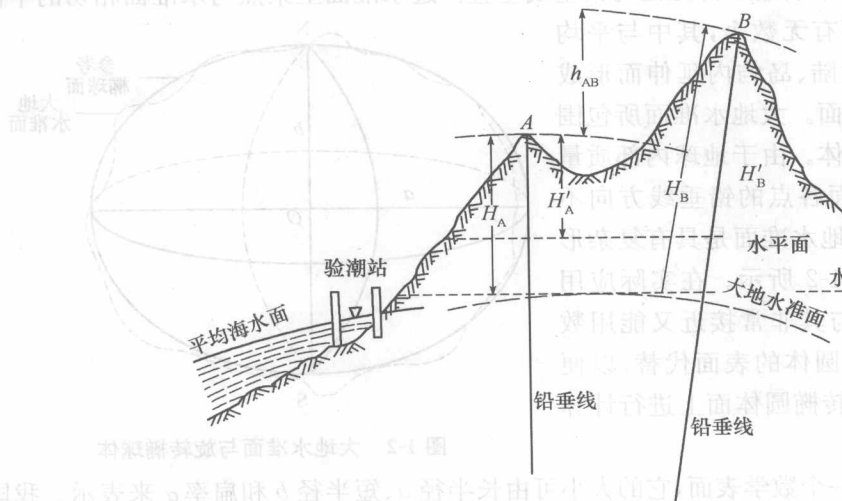


图 1-4 地面点的绝对高程(海拔)示意图

大地水准面是计算高程的基准面,我国采用“1985 年国家高程基准”,它是由青岛验潮站 1953—1979 年的验潮资料计算确定的,并推算得青岛水准原点高程为 72.260 m,全国各地高程都以它为基准进行测算(停止使用 1956 年青岛水准原点的高程 72.289 m)。

在青岛观象山上,有一个神秘的小石屋子,外面有两层高栅栏,石屋子还有铁将军把门。在石屋子里面,有一个价值不菲的拳头大小、浑圆的黄玛瑙,玛瑙上一个红色小点,标志着此高度是海拔 72.260 m,也就是我国的“水准原点”。

(2)相对高程。地面点到水平面(假定水准面)的铅垂距离称为该点的相对高程(假定高程),用 H' 表示,如图 1-4 中的 H'_A 、 H'_B 。

在建筑工程中为了使用的方便,建筑工程标高也就是相对高程,它是以建筑物室内地坪(± 0.000 面)为基准面起算的。

(3)高差。地面上两点间的高程差称为高差,用 h 表示,如图 1-4 所示。高差有方向和正负之分,A 点至 B 点的高差为:

$$h_{AB} = H_B - H_A = H'_B - H'_A$$

可见对于相同的两点,不论采用绝对高程还是相对高程,其高差值不变,均能表达两点间的相对高低关系。

当 h_{AB} 为正时,说明 B 点高于 A 点。而 B 点至 A 点的高差为:

$$h_{AB} = H_B - H_A$$

当 h_{BA} 为负时,说明 A 点低于 B 点。

$$h_{AB} = -h_{BA}$$

2. 地面点的平面位置

(1)高斯平面直角坐标系。在解决较大范围的测量问题时,应将地面上的点投影到椭圆体面上,再按一定的条件投影到平面上来,形成统一的平面直角坐标系,通常采用高斯投影的方法来解决这个问题。

如图 1-5 所示,高斯投影是将地球按每经差 6° 划为一带(称为六度带),自西向东将整个地球划分成经差相等的 60 个带,带号从首子午线起向东,用阿拉伯数字编定,即用 1,2,3,...,60 表示。位于各带中央的子午线称为该带的中央子午线。第一个六度带的中央子午线的经度为 3° ,任意带的中央子午线经度 L_0 为:

$$L_0 = 6N - 3^\circ$$

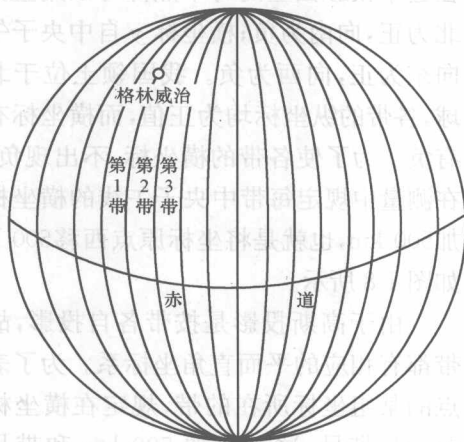


图 1-5 高斯投影分带

式中 N ——投影带的号数。

分带后,每一个六度带仍然是一个曲面。为了能用平面直角坐标表示点的位置,必须将曲面按高斯正形投影条件转换成平面。如图 1-6 所示,把地球作为一个圆球看待,设想把一个与地球同直径的横圆柱切于圆球面上,使圆柱面与圆球体某六度带的中央子午线相切,将整个六度带在保持角度不变的条件下投影到横圆柱面上。然后将横圆柱面沿着通过南北极的母线切开并展成平面,便得到该六度带在平面上的图形,此平面称为高斯投影平面,如图 1-7 所示。

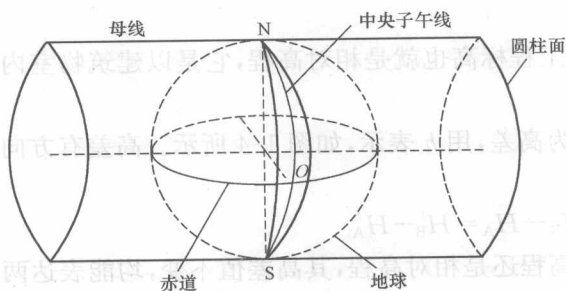


图 1-6 高斯投影

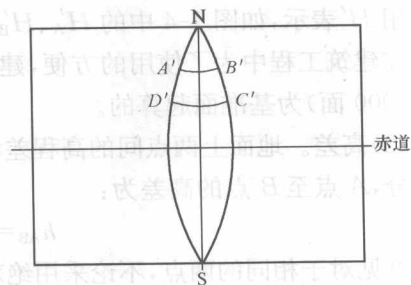


图 1-7 高斯投影平面图

投影后,在高斯平面上,中央子午线和赤道投影为互相垂直的直线,取中央子午线为坐标纵轴 x ,赤道为横轴 y ,它们的交点 O 为坐标原点,从而构成这一带的高斯平面直角坐标系。在这个投影面上的每个点都可以用直角坐标值 x 、 y 来表示。该坐标系的纵坐标 x 自赤道向北为正,向南为负;横坐标 y 自中央子午线向东为正,向西为负。我国领土位于北半球,各带的纵坐标均为正值,而横坐标有正有负。为了使各带的横坐标,不出现负值,在测量中规定每带中央子午线的横坐标都加 500 km,也就是将坐标原点西移 500 km,如图 1-8 所示。

由于高斯投影是按带各自投影,故每带都有相应的平面直角坐标系。为了表明点的某组坐标所在的带,规定在横坐标值前加写带号,这种增加 500 km 和带号的坐标,称国家统一坐标,因此,带内任一点的坐标值为:

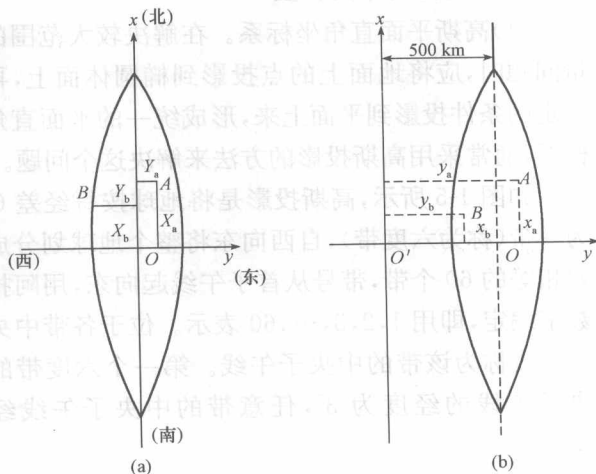


图 1-8 高斯平面直角坐标

式中 X, Y ——相对赤道和中央子午线的自然坐标值。

例如： $x=321821.98 \text{ m}$
 $y=20587307.25 \text{ m}$

可以看出 A 点在第 20 带, 点位是由赤道向北 321821.98 m 与中央子午线向东 $587307.25 - 500000 = 87307.25 \text{ m}$ 的交点处。

在高斯平面直角坐标系中, 离中央子午线愈近的部分其长度变形愈小, 随着离中央子午线愈远, 其长度变形愈大, 且中央子午线两侧对称位置的变形是相互对称的。在工程和城市测量中, 要求长度变形较小时, 应采用高斯投影三度带坐标系。三度带是从东经 $1^\circ 30'$ 起, 每隔经差 3° 划分一带, 将整个地球划为 120 个带, 它与六度带的关系如图 1-9 所示。三度带中单数带的中央子午线与六度带的中央子午线重合。而双数带的中央子午线则与六度带的边界子午线重合。三度带中央子午线的经度 L'_0 可按式计算:

$$L'_0 = 3n$$

式中 n ——三度带的带号。

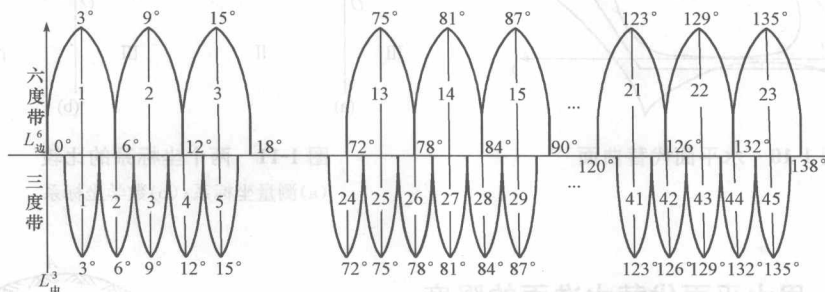


图 1-9 高斯投影的分带

我国境内六度带的带号最西为第 13 带, 最东为第 23 带, 全国共 11 个六度带。由此可以推算出我国境内三度带的带号及带数。

(2) 地理坐标系。在地理坐标系中, 地面点在椭圆体面上的投影位置用经度与纬度来表示, 地面上每个点都有一对地理坐标。例如, 位于北京地区某点地理坐标为东经 $116^\circ 28'$ 、北纬 $39^\circ 54'$ 。知道了点的地理坐标, 就可以确定该点在椭圆体面上的投影位置。这种表示点位的方法常用在大地测量学中, 在建筑工程测量中一般不使用此坐标系。

(3) 独立(假定)平面直角坐标系。当测量区域较小且相对独立时(较小的建筑区和厂矿区), 通常把较小区域的椭球面当做水平面看待, 即用过测区中部的水平面代替曲面, 如图 1-10 所示。

地面点在水平面上的投影位置,可以用该平面的直角坐标系中的坐标 x 、 y 来表示。这样选择坐标系对测量工作的计算和绘图都较为简便。

测量上都以某点的子午线为基准方向,由子午线的北端起按顺时针确定直线方向,使平面直角坐标系的纵轴即 x 轴与子午线北方一致,象限排列如图 1-11 所示。这样选择直角坐标系可使数学中的解析公式不做任何变动地应用到测量计算中。显然坐标纵轴 x (南北方向)向北为正,向南为负;坐标横轴(东西方向)向东为正,向西为负。平面直角坐标系的原点,可按实际情况选定。通常把原点选在测区西南角,其目的是使整个测区内各点的坐标均为正值。

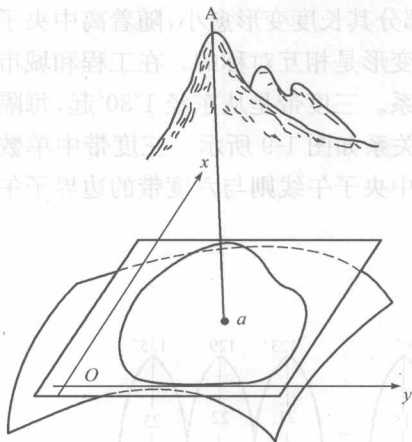


图 1-10 水平面代替曲面

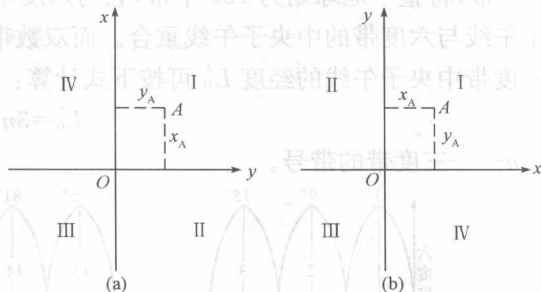


图 1-11 两个坐标系的比较

(a)测量坐标系;(b)数学坐标系

1.2.3 用水平面代替水准面的限度

前面已经提到,在小区域内测量时可用水平面代替水准面,把地面点直接投影到水平面上以确定其位置。那么在多大范围内才能允许用水平面代替水准面呢?下面就其对距离和高程的影响进行分析。为讨论方便,仍假设地球是一个圆球体。

1. 对距离的影响

如图 1-12 所示,设地面两点 A 、 B 投影到大地水准面为 a 、 b ,设 ab 的弧长为 D , D 所对圆心角为 θ ,而 A 、 B 在水平面上的投影为 a' 、 b' 。设 $a'b'$ 长度为 D' ,水平面代替水准面所引起的距离误差用 ΔD 表示,即

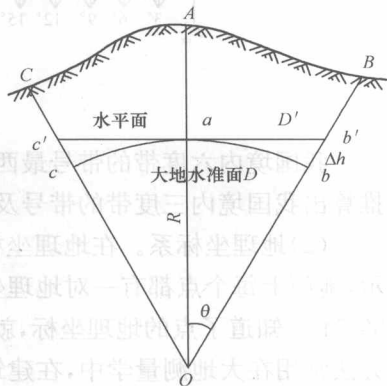


图 1-12 用水平面代替水准面的限度

$$\Delta D = D\theta - D = R \tan \theta - R\theta = R(\tan \theta - \theta) \quad (1-1)$$

根据三角函数的级数展开公式:

$$\tan \theta = \theta + \frac{1}{3}\theta^3 + \frac{5}{12}\theta^5 + K$$

由于 θ 值很小,只取上式右边前两项,代入式(1-1),得

$$\Delta D = R(\theta + \frac{1}{3}\theta^3 - \theta) = \frac{R\theta^3}{3}$$

因为 $\theta = \frac{D}{R}$, 所以

$$\Delta D = -\frac{D^3}{3R^2} \text{ 或 } \frac{\Delta D}{D} = \frac{D^2}{3R^2} \quad (1-2)$$

以 $R=6371 \text{ km}$ 和不同的 D 值,代入式(1-2)进行计算,结果填入表 1-1。

表 1-1 用水平面代替水准面对距离的影响

D/km	$\Delta D/\text{m}$	$\Delta D/D$
10	0.008	1/1220000
20	0.066	1/304000
50	1.027	1/48700
100	8.212	1/12000

由表 1-1 可以看出,当距离为 10 km 时,用水平面代替水准面所产生的距离误差为 1/1220000,而目前最精密的距离测量,其相对误差约为 1/1000000,因此可以得出结论:在半径为 10 km 的圆内,用水平面代替水准面对距离的影响可忽略不计。

2. 对高程的影响

如图 1-12 所示,地面点的高程为 $H_B = Bb$,当用水平面代替大地水准面时, B 点高程为 $H_B = Bb'$,其差值 Δh 就是水平面代替水准面所产生的高程误差,即地球曲率对高程的影响。由图 1-11 可看出:

$$(R + \Delta h)^2 = R^2 + (D')^2$$

即

$$\Delta h = \frac{(D')^2}{2R + \Delta h}$$

因为 D' 和 D 相差很小,取 $D' = D$;又因 Δh 与 R 值相比也很小,取 $2R + \Delta h = 2R$,则

$$\Delta h = \frac{D^2}{2R} \quad (1-3)$$

将不同的 D 值和 $R=6371 \text{ km}$ 代入式(1-3),求出平面代替曲面所产生的高差误差,见表 1-2。