

土 木 工 程 教 材 精 选

结构力学解疑

(第2版)

雷钟和 江爱川 郝静明 编著
Lei Zhonghe Jiang Aichuan Hao Jingming



清华大学出版社

土 木 工 程 教 材 精 选

结构力学解疑

(第2版)

雷钟和 江爱川 郝静明 编著

Lei Zhonghe Jiang Aichuan Hao Jingming



清华大学出版社

北 京

内 容 简 介

本书为结构力学的教学参考书,内容范围符合高等学校工科结构力学课程教学基本要求。全书分13章。每章简要介绍本章的基本知识与学习要求,并对解题方法作出提示,然后对学生学习中有代表性的疑难问题进行解疑,对容易混淆、出错的问题加以指导,共有126个解疑问题。全书内容涉及基本概念、基本原理、解题方法与技巧等方面的内容。

本书适合土建类、水利类、道桥类专业本科生作为学习参考书,也可供研究生、结构力学教师与工程技术人员参考。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

结构力学解疑/雷钟和,江爱川,郝静明编著.—2版.—北京:清华大学出版社,2008.8
(土木工程教材精选)

ISBN 978-7-302-17529-2

I. 结… II. ①雷… ②江… ③郝… III. 结构力学—高等学校—教学参考资料 IV. O342

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 063069 号

责任编辑:汪亚丁

责任校对:刘玉霞

责任印制:李红英

出版发行:清华大学出版社

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn>

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:清华大学印刷厂

经 销:全国新华书店

开 本:203×253 印 张:21.25 字 数:542 千字

版 次:2008 年 8 月第 2 版 印 次:2008 年 8 月第 1 次印刷

印 数:1~4000

定 价:45.00 元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:(010)62770177 转 3103 产品编号:023165-01

第 2 版前言

本书第 1 版承蒙读者错爱经过了多年使用。根据教学发展的要求与读者的意见和建议,现对原书作如下三方面的修订。

(1) 增设“结构稳定计算”、“结构极限荷载”两章专题内容,与一般结构力学教材相对应。

(2) 对原书中 126 个解疑问题重新筛选,进行适当的增、删与修改。共删去原有的 21 个问题,新增 21 个问题,现仍共有 126 个解疑问题。对其余部分问题的内容和文字作了必要修改。

(3) 在每章(第 1 章除外)前面均增加了“基本知识”、“学习要求”和“解题方法提示”三部分简要文字,意在帮助读者在复习总结时抓住课程的主要内容和主要解题方法。

第 1 版中两位作者江爱川、郝静明未参加此次修订工作,第 2 版的修订工作均由雷钟和完成。由于编者水平有限,书中难免有错漏之处,恳请读者批评指正。

雷钟和

2007 年 4 月于清华大学

第 1 版前言

本书是结构力学课程的一本教学参考书。我们在多年教学实践中把学生学习中出现的一些有代表性的疑难问题和容易混淆、容易出错的问题,以及在因材施教与教学研究过程中探讨的一些较为深入的问题,经过整理与提高编写成此书,共 126 道答疑题。解疑方式有基本概念与原理的阐述、解题基本方法与技巧的讨论、对易出错或混淆之处加以指导等。

本书符合工科多学时结构力学课程基本要求,编写顺序与多数教材基本一致,分为:绪论与几何组成分析、静定结构受力分析、虚功原理与位移计算、力法、位移法、渐近法、超静定结构特性、影响线及应用、结构矩阵分析、结构动力计算等十章,各章之间也有部分内容互相穿插渗透。

本书可供工科大专院校土建类、水利类、道桥类学生及研究生作为参考读物,也可供结构力学教师及工程技术人员参考。

本书承西安建筑科技大学王荫长教授审阅,审阅人提出了很多宝贵的修改意见,特此致谢。在编写过程中得到清华大学结构力学教研室老师们的大力支持,在此一并致谢。

由于水平所限,书中错漏之处难免,恳请指正。

编 者

1993 年 10 月于清华大学

主要符号表

A	截面面积, 振幅	u	水平位移
c	支座广义位移	U	应变能
C	弯矩传递系数	U_p	荷载势能
d	节间距离	v	竖向位移, 挠度, 速度
E	弹性模量	W	功, 重量, 计算自由度, 弯曲截面系数
f	矢高, 工程频率	X	广义未知力, 多余未知力
G	切变模量	y	竖向位移, 动位移
H	水平推力	$\dot{y} = \frac{dy}{dt}$	速度
i	线刚度	$\ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2}$	加速度
I	惯性矩, 惯性力幅值	y_{st}	动荷载幅值作用下的静位移
k	刚度系数, 切应力分布不均匀系数	Y	竖向反力, 振幅
k^*	换算刚度	Z	影响线量值
$[k]^{(e)}$	整体坐标下的单元刚度矩阵	α	线膨胀系数, 初相位角
$[K]$	整体刚度矩阵	β	动力系数
m	质量, 固端弯矩	r_0	平均切应变
$\bar{m}$	线分布质量	δ	柔度系数, 位移影响系数, 变分符号
M	力矩, 力偶矩, 弯矩, 集中质量	Δ	结构广义位移
M_s	屈服弯矩	ϵ	线应变
M_u	极限弯矩	η	剪力分配系数
N	轴力	θ	截面转角, 简谐荷载频率
P	集中荷载, 广义力	χ	曲率
P_{cr}	临界荷载	λ	自振频率参数, 线位移
P_u	极限荷载	$\{\lambda\}^{(e)}$	单元定位向量
P^+	可破坏荷载	μ	力矩分配系数
P^-	可接受荷载	ξ	阻尼比
q	均布荷载集度	Π	体系总势能
Q	剪力	ρ	曲率半径
Q^L, Q^R	截面左、右的剪力	σ	正应力
r	半径, 单位位移引起的广义反力	σ_s	屈服应力
R	广义反力, 反力合力, 半径	τ	切应力
S	转动刚度, 体系自由度	φ	弦转角
t	时间	ω	圆频率, 内力图面积
T	周期, 动能		
$[T]^{(e)}$	单元坐标转换矩阵		

目 录

第 1 章 结构计算简图	1
1.1 基本知识	1
1.2 问题解疑	2
1-1 两端铰支座的水平梁与简支梁在竖向荷载作用下受力相同吗?	2
1-2 为什么说杆系结构的分类是按计算简图划分的?	4
1-3 如何正确理解静力荷载?	4
第 2 章 平面体系的几何组成分析	6
2.1 基本知识	6
2.2 学习要求	9
2.3 解题方法提示	9
2.4 问题解疑	13
2-1 确定计算自由度 W 时应注意些什么?	13
2-2 如何解释三刚片六链杆的几何不变体系?	14
2-3 在几何组成分析中,装置能重复利用吗?	15
2-4 在几何组成分析中,瞬铰在无穷远时如何下结论?	16
2-5 体系内部作构造等效变换时会改变其几何组成特性吗?	17
2-6 瞬变体系的特点是什么?	18
2-7 瞬变体系为何不能用作结构?	19
2-8 如何区别瞬变体系和常变体系?	19
2-9 当体系不能用三角形规则进行几何组成分析时怎么办?	20
2-10 对体系如何进行运动分析?	22
第 3 章 静定结构的受力分析	24
3.1 基本知识	24
3.2 学习要求	29
3.3 解题方法提示	29
3.4 问题解疑	32
3-1 如何理解用分段叠加法作弯矩图?	32
3-2 在竖向荷载下斜梁内力有什么特点?	33

3-3	求静定结构反力和内力时,外力偶可以随意移动吗?	34
3-4	如何快速作出静定刚架的弯矩图?	35
3-5	仅仅已知静定梁的弯矩图,能否求得与其相应的荷载?	39
3-6	如何利用对称性进行静定结构内力分析?	41
3-7	在荷载作用下曲杆内力图有何特点?	44
3-8	任意荷载下拱形结构都存在合理轴线吗?	48
3-9	静定组合结构在受力上有何优点?	50
3-10	什么叫做复杂桁架? 如何求解其内力?	52
3-11	如何选择静定桁架的合理外形与腹杆布置?	55
3-12	如何证明静定结构约束力解答唯一性原理?	59
第4章	虚功原理与结构位移计算	60
4.1	基本知识	60
4.2	学习要求	63
4.3	解题方法提示	63
4.4	问题解疑	65
4-1	利用刚体系虚位移原理求静定结构约束力的优缺点何在? 计算虚位移有哪些方法? ...	65
4-2	利用刚体系虚位移原理能否同时计算多个约束力?	68
4-3	怎样利用刚体系虚位移原理建立静定梁和刚架的弯矩方程?	69
4-4	在变形体虚功原理中,两个状态的变形体是否必须为同一体系?	70
4-5	为什么说荷载作用下的位移计算公式 $\Delta = \sum \int \frac{\bar{M}M_P}{EI}ds + \sum \int \frac{\bar{N}N_P}{EA}ds + \sum \int \frac{k\bar{Q}Q_P}{GA}ds$ 对曲杆来说是近似的?	71
4-6	如何计算静定结构在荷载作用下某点的全量线位移?	75
4-7	计算平面刚架的位移时,忽略剪切变形和轴向变形引起的误差有多大?	76
4-8	用图乘法求位移时,哪些情况容易出错?	77
4-9	增加各杆刚度就一定能减小位移吗?	81
4-10	有应力就有应变,有应变就有应力,这种说法对吗?	82
4-11	功的互等定理中,体系的两种状态应具备什么条件?	82
4-12	在位移互等定理中,为什么线位移与角位移可以互等? 在反力-位移互等定理中,为什么反力与位移可以互等? 互等的两个量的量纲是否相同?	84
第5章	力法	86
5.1	基本知识	86
5.2	学习要求	90
5.3	解题方法提示	90
5.4	问题解疑	91

5-1	在力法中为什么可以采用切断链杆后的体系作为基本体系?	91
5-2	对力法的基本结构有何要求?	92
5-3	在力法计算中可否利用超静定结构作为基本结构?	93
5-4	在超静定桁架和组合结构中, 切开或撤去多余链杆的基本体系, 两者的力法方程有何异同?	94
5-5	应用力法时, 对超静定结构作了什么假定? 它们在力法求解过程中起什么作用? ...	96
5-6	用力法计算超静定结构的解是唯一的吗?	97
5-7	满足力法方程能使基本体系与原结构在所有截面的对应位移都相同吗?	99
5-8	超静定结构发生支座位移时, 选择不同基本体系, 力法方程有何不同?	100
5-9	在力法计算中利用组合未知力有何优点? 组合未知力能否任意选择?	101
5-10	求力法方程中的系数与自由项时, 单位未知力与荷载可否加于不同的基本结构? ...	105
5-11	用变形条件校核超静定结构内力计算结果时应注意什么?	107
5-12	支座位移产生的自内力如何校核?	110
5-13	温度变化引起的自内力如何校核?	111
5-14	在力法计算中, 什么情况下可用刚度的相对值? 为什么?	112
第 6 章	位移法	116
6.1	基本知识	116
6.2	学习要求	118
6.3	解题方法提示	118
6.4	问题解疑	120
6-1	位移法如何体现结构力学应满足的三方面条件(平衡条件、几何条件与物理条件)? ...	120
6-2	在弯曲杆件刚度方程中, 什么情况下可以由杆端内力确定杆端位移?	121
6-3	铰结端角位移和滑动支承端线位移为什么不作为位移法的基本未知量?	122
6-4	固端力表中三类杆件的固端力之间有何关系?	125
6-5	用“铰化法”确定结点独立线位移时应注意些什么?	127
6-6	弹性支座处杆端位移是否应作为位移法基本未知量?	128
6-7	什么情况下独立结点线位移可以不作为位移法基本未知量?	131
6-8	非结点处的截面位移可作为位移法的基本未知量吗?	133
6-9	位移法的两种计算方法的基本方程是否相同? 它们的关系是什么?	135
6-10	位移法可否求解静定结构?	137
6-11	具有刚性杆件的结构用位移法计算时应注意什么问题?	138
第 7 章	渐近法与近似法	141
7.1	基本知识	141
7.2	学习要求	147
7.3	解题方法提示	147

7.4 问题解疑	148
7-1 力矩分配法和位移法有何异同?	148
7-2 连续梁端部若带有静定伸臂部分,用力矩分配法计算时怎样处理? 应注意什么?	149
7-3 力矩分配法的计算过程收敛于真实解吗?	151
7-4 怎样估算力矩分配法的计算误差?	155
7-5 用力矩分配法计算时如何处理结点力偶荷载?	157
7-6 用力矩分配法求出杆端弯矩后,怎样求结点角位移?	160
7-7 柱的侧移刚度和侧移柔度有什么关系? 对于各柱并联的刚性横梁刚架(如图 7-28(a)所示),怎样由各柱的侧移刚度(或柔度)求出刚架的总侧移刚度和总侧移柔度?	161
7-8 各柱串联的刚性横梁多层刚架(如图 7-29(a))顶端的总侧移刚度与单柱侧移刚度是什么关系? 刚架总侧移柔度与单柱侧移柔度又是什么关系?	163
7-9 什么叫复式刚架? 试求图 7-30(a)所示刚架顶端的总侧移刚度,并说明此刚架的计算方法(单柱侧移刚度 $k_1 \sim k_5$ 已知)。	163
第 8 章 超静定结构总论	166
8.1 基本知识	166
8.2 学习要求	167
8.3 解题方法提示	167
8.4 问题解疑	170
8-1 超静定结构在荷载作用下的内力分布随各部分刚度比值变化的规律是什么?	170
8-2 在荷载作用下,当超静定结构各部分刚度比值变化时,内力分布是否必定随之变化?	172
8-3 刚架计算中什么情况下需要考虑轴向变形的影响? 决定轴向变形影响大小的主要因素是什么?	174
8-4 刚架计算中什么情况下需要考虑剪切变形的影响? 决定剪切变形影响大小的主要因素是什么?	178
8-5 荷载作用下超静定梁和刚架的变形图怎样绘制?	185
8-6 当支座位移时,超静定梁和刚架的变形图怎样绘制?	188
8-7 温度变化时,超静定梁和刚架的变形图如何绘制?	189
第 9 章 影响线及其应用	194
9.1 基本知识	194
9.2 学习要求	197
9.3 解题方法提示	198
9.4 问题解疑	198
9-1 如何绘制移动的单位力偶作用下静定结构内力的影响线?	198
9-2 机动法绘制间接荷载作用下的影响线应注意什么?	200

9-3	如何求静定结构位移影响线?	201
9-4	静定结构的位移影响线和超静定结构内力影响线都是由曲线组成的吗?	202
9-5	在行列荷载作用下,确定与某截面剪力极大(小)值对应的荷载临界位置时,如何应用判别式?	203
9-6	当左右微动荷载组而 $\sum R_i \tan \alpha_i$ 均为正值(或负值)时,荷载应怎样移动才能得到临界位置?	204
9-7	行列荷载的临界位置判别式中出现等号是什么含义? 两式是否能同时出现等号? 为什么?	205
9-8	简支梁绝对最大弯矩与跨中截面的最大弯矩相差多少?	209
9-9	移动荷载含有均布荷载时如何确定简支梁绝对最大弯矩?	210
9-10	如何求静定多跨梁的绝对最大弯矩?	212
第 10 章	矩阵位移法	215
10.1	基本知识	215
10.2	学习要求	218
10.3	解题方法提示	218
10.4	问题解疑	220
10-1	矩阵位移法是如何确定基本未知量的?	220
10-2	在矩阵分析中如何处理铰结点?	221
10-3	按单元定位向量“对号入座”集成法的实质是什么?	224
10-4	弹性支座和支座移动如何处理?	228
10-5	如何处理斜支杆支座和斜杆?	233
10-6	不同阶的各种类型单元刚度矩阵能否在一起使用?	236
10-7	矩阵分析中,温度变化如何处理?	239
10-8	不经过单元坐标变换,可用矩阵位移法解题吗?	243
第 11 章	结构动力计算	249
11.1	基本知识	249
11.2	学习要求	254
11.3	解题方法提示	254
11.4	问题解疑	257
11-1	体系的运动自由度和振动自由度有何异同点?	257
11-2	能否不引入惯性力的概念而直接进行动力计算?	258
11-3	求自振频率时,什么情况下采用刚度法? 什么情况下采用柔度法?	260
11-4	在一般情形下如何用位移法计算在求结构自振频率时所用的结构刚度系数?	261

11-5	求解具有多个集中质量和分布质量的单自由度体系的自振频率时,公式 $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1}{m\delta}}$ 是否能应用? 式中的质量是什么?	263
11-6	动荷载作用点不在集中质体上的单自由度体系动力计算如何进行?	265
11-7	什么叫做动力系数? 单自由度体系位移动力系数和内力动力系数是否相同?	268
11-8	柔度法与刚度法所建立的自由振动微分方程是相通的吗?	271
11-9	求自振频率与主振型和坐标选取有关吗?	274
11-10	求自振频率和主振型能否利用对称性?	276
11-11	若单质体位于对称桁架的对称位置上,是否可以看做单自由度体系进行动力 分析?	278
11-12	主振型正交性的意义是什么?	279
11-13	频率相等的两个主振型互相正交吗?	280
11-14	动荷载作用点不在多自由度体系的集中质体上时,动力计算如何进行?	282
11-15	何谓伴生自由振动?	284
第 12 章	结构稳定计算	286
12.1	基本知识	286
12.2	学习要求	290
12.3	解题方法提示	290
12.4	问题解疑	292
12-1	在第一类稳定问题中的小挠度理论和大挠度理论的根本区别是什么? 试比较同一体系按两种理论计算的荷载-位移曲线及其解所代表的 意义有哪些异同点。	292
12-2	增大或减少压杆的杆端约束刚度,对临界荷载与计算长度有什么影响?	293
12-3	试推导图 12-6(a)所示两端弹性抗转且一端弹性抗侧移支承弹性压杆的稳定方程 (k_0 、 k_r 为弹性抗转刚度, k 为弹性抗侧称刚度)。并讨论当 k 、 k_0 、 k_r 分别为常数 或等于零或等于 ∞ 时,弹性压杆的支承状况及相应的稳定方程是什么?	294
12-4	为什么用能量法求得的弹性体系的临界荷载值都是近似值并且都是精确解的 上限? 怎样提高能量法求解的精度?	299
12-5	图 12-11 所示各刚架体系中,哪些宜于简化为弹性支承的单个压杆进行稳定 计算? 哪些不宜于简化为单个压杆而应按刚架进行分析?	301
12-6	在荷载作用下求解超静定结构内力时,各杆刚度 EI 可以使用相对值。在稳定问题 中是否仍可采用刚度的相对值?	302
12-7	在应用压杆刚度方程按矩阵位移法求解刚架稳定问题时,欲获得较好的计算精度 应满足什么条件? 对图 12-13 所示两个刚架用压杆刚度方程分析时,计算误差 孰大孰小? 为什么?	303
12-8	试导出弹性抗转支座(转动刚度为 k_r)等截面对称圆拱在均匀静水压力作用下 的稳定方程。并讨论当 $k_r=0$ 及 $k_r=\infty$ 的情况。	304

12-9 三铰圆拱在静水压力作用下的稳定方程在推导时应注意什么问题? 最小临界荷载对应于什么变形形式?	305
第 13 章 结构的极限荷载	308
13.1 基本知识	308
13.2 学习要求	310
13.3 解题方法提示	311
13.4 问题解疑	312
13-1 为什么塑性铰处截面可以产生显著的有限相对转角? 塑性铰与普通铰有哪些区别?	312
13-2 用虚功法求极限荷载时,为什么不计入弹性变形对应的虚功?	313
13-3 若连续梁各跨为等截面(各跨 M_0 可不同)、荷载成比例且方向相同,试说明:连续梁只可能按单跨机构破坏而不会由相邻跨形成联合机构。	313
13-4 超静定结构的极限荷载是否受支座移动、温度变化、制造误差和材料收缩等非荷载因素的影响? 为什么?	314
13-5 梁和刚架的截面极限弯矩一般采用纯弯截面的极限弯矩值,为什么不考虑轴力、剪力的影响? 什么情况下应考虑轴力的影响?	315
13-6 如何计算理想弹塑性材料的静定结构在荷载作用下的位移?	317
13-7 非弹性体系的超静定结构能否用力法求解?	318
参考书目	321

第 1 章 结构计算简图

1.1 基本知识

1. 支座计算简图

- 1) 滚轴支座 提供一个支座反力,如图 1-1 中的 Y_A 。
- 2) 铰支座 提供两个支座反力,如图 1-2 中的 X_A 、 Y_A 。
- 3) 固定支座 提供三个支座反力,如图 1-3 中的 X_A 、 Y_A 、 M_A 。
- 4) 定向支座(滑动支座) 提供一个支座反力和一个反力偶,如图 1-4(a)中的 X_A 、 M_A 或图 1-4(b)中的 Y_A 、 M_A 。

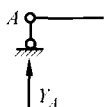


图 1-1

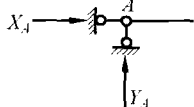


图 1-2

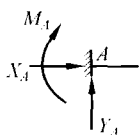
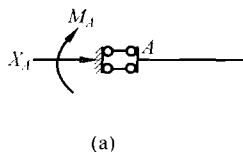
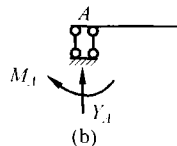


图 1-3



(a)



(b)

图 1-4

2. 结点计算简图

- 1) 铰结点 交于结点的各杆均能绕结点中心自由转动,各杆端能传递力,但不能传递力矩。计算简图如图 1-5 所示。
- 2) 刚结点 交于结点的各杆不能相对转动,各杆端间既能传递力也能传递力矩。计算简图如图 1-6 所示。
- 3) 组合结点 交于结点的各杆,一部分相互铰结,一部分相互刚结。计算简图如图 1-7 所示。



图 1-5



图 1-6



图 1-7

3. 杆件结构分类

- 1) 梁 受弯结构,又分直梁和曲梁,单跨梁和多跨梁。

2) 刚架 直杆受弯结构, 结点一般为刚结点, 也可有部分铰结点或组合结点。

3) 桁架 直链杆结构, 结点均为铰结点。

4) 拱 曲杆结构, 力学特点是在竖向荷载作用下有水平支座反力。

5) 组合结构 包含组合结点与铰结点的直杆结构。

根据结构组成方式和受力状况不同, 杆件结构还可分为平面结构和空间结构。根据静力特性还可分为静定结构和超静定结构。

4. 荷载分类

按荷载作用时间的久暂, 可分为恒载与活载两类。

按荷载作用的性质(加载曲线)不同, 可分为静力荷载与动力荷载两类。

1.2 问题解疑

1-1 两端铰支座的水平梁与简支梁在竖向荷载作用下受力相同吗?

对弯矩和剪力来说, 两者差别很小, 主要差别是前者存在轴力, 即有水平支座反力, 后者无轴力。

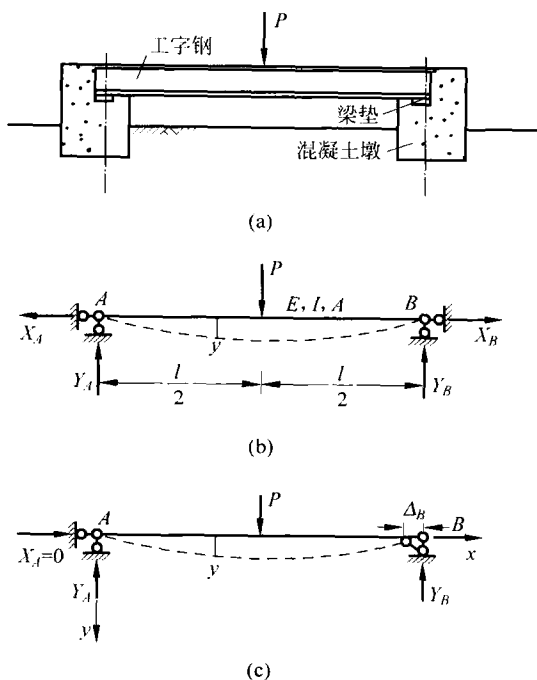


图 1-8

图 1-8(a) 示一工字钢梁, 支承在混凝土墩上, 受竖向荷载 P 作用。钢板梁垫锚固在墩内且与梁焊接在一起。就支座简化来说, 它可以按图 1-8(b) 的两端铰支座梁考虑, 即支座 A 和 B 可提供支座反力 X_A 、 Y_A 、 X_B 和 Y_B (这里不考虑梁高的影响, 即不讨论梁下侧水平反力简化到轴线时引起的附加力矩)。这是一次超静定结构, 而实用上一般简化为图 1-8(c) 的简支梁。两者受力的差别为: 图 1-8(b) 所示梁有水平支座反力 $X_A = X_B$, 图 1-8(c) 梁没有水平支座的反力; 图(b) 梁有轴力 $N = X_A$, 弯矩为 $M = M^0 - N y$, M^0 为图(c) 梁的弯矩, y 为图(b) 梁的挠度; 两者剪力 Q 相同。当不计梁弯曲引起弦长的改变(即设图(c) 中 $\Delta_B = 0$) 时, 两者受力状况相同。

下面研究图(b) 中 $X_A = X_B$ 究竟有多大。若 B 点无水平支杆, 则在力 P 作用下由于梁弯曲而使弦长缩短 Δ_B 。所以当有水平支杆限制其缩短时提供的水平反力为

$$X_B = \frac{EA}{l} \cdot \Delta_B$$

为了求 Δ_B , 从梁中取出微段 CD , 如图 1-9 所示, 弯曲前微段 CD 的原长为 dx , 由图可知, 微段两端点水平位移的差值 $d\Delta$ 为

$$d\Delta = CD - C'D'' = dx - \sqrt{ds^2 - dy^2} = dx(1 - \sqrt{1 - y'^2})$$

由二项式公式, 有

$$(1 - y'^2)^{\frac{1}{2}} \approx 1 - \frac{1}{2}y'^2$$

则

$$d\Delta = \frac{1}{2}(y')^2 dx$$

因此

$$\Delta_B = \int_0^l d\Delta = \frac{1}{2} \int_0^l (y')^2 dx$$

对于图 1-8(c), 有

$$\Delta_B = \frac{1}{2} \times 2 \int_0^{\frac{l}{2}} (y')^2 dx$$

而

$$y = \frac{P}{12EI} \left(\frac{3}{4}l^2x - x^3 \right), \quad y' = \frac{P}{EI} \left(\frac{l^2}{16} - \frac{x^2}{4} \right)$$

则

$$\Delta_B = \frac{P^2 l^5}{960(EI)^2}, \quad X_B = \frac{P^2 l^4 A}{960EI^2}$$

设 $P=10\text{kN}$, $l=6\text{m}$, 梁为 NQ22 a 工字钢, $I=3400\text{cm}^4$, $A=42\text{cm}^2$, $E=2.1 \times 10^5\text{MPa}$, 则

$$X_B = 2336\text{N}, \quad \Delta_B = 1.59 \times 10^{-3}\text{m}, \quad \frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{7500}$$

简支梁最大挠度和弯矩为

$$y_{\max}^0 = 0.63 \times 10^{-2}\text{m}, \quad M_{\max}^0 = \frac{Pl}{4} = 15 \times 10^3\text{N} \cdot \text{m}, \quad \frac{y_{\max}^0}{l} = \frac{1}{952}$$

设图 1-8(b) 最大挠度 $y_{\max} = y_{\max}^0$, 则由 X_B 产生的跨中弯矩为

$$-X_B \cdot y_{\max} = -14.1\text{N} \cdot \text{m}$$

从上述计算可以看出, 对于图 1-8(b), 即使 A, B 支座绝对刚性(受水平力后无任何水平位移)其最大弯矩仅比图 1-8(c) 小约 $\frac{1}{1000}$, 况且支座总有弹性变形, 会减小 X_B 值。因此, 类似于图 1-8(a) 的梁, 如图 1-10 所示, 当对梁进行受力分析时, 总是简化成简支梁计算。

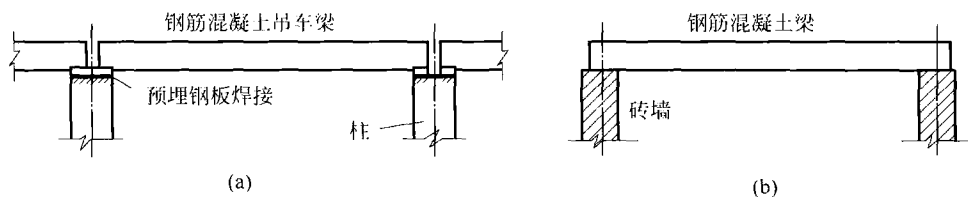


图 1-10

1-2 为什么说杆系结构的分类是按计算简图划分的?

杆系结构的分类实际是依计算简图分类命名的。这是因为同一外形的结构,由于结点构造不同,杆件截面尺寸不同,使得各杆受力性能不同,或对计算精度要求不同等因素所引起的差别均可由计算简图反映出来。例如对图 1-11(a)所示的钢筋混凝土结构,它属于哪种结构呢?要具体分析:(1)如杆件截面均较大且节点构造又能满足刚性结点特征时,计算图就可简化成图(b),则此结构就称刚架。(2)当各杆截面尺寸均较小,节点构造满足铰结点特性时,计算图就取图(c),此时就称为桁架。(3)当弦杆截面尺寸较大,腹杆截面尺寸小且腹杆与弦杆连接不能满足刚性要求时,就可取图(d)为计算简图而称为组合结构。

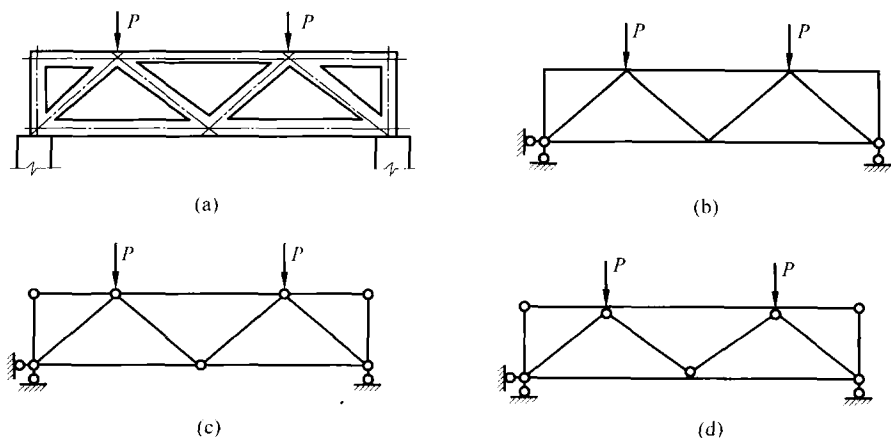


图 1-11

结构分类又可按计算特性分为静定结构和超静定结构。正如不能笼统说图 1-11(a)所示结构是刚架或是桁架或是组合结构一样,也不能笼统说它是静定结构或是超静定结构,仍须按所取计算简图来划分,如图 1-11(b)和图 1-11(d)是超静定结构,图 1-11(c)是静定结构。

应该说,如图 1-11(a)所示的结构,若结点构造满足刚结点条件(其杆端能抵抗弯矩且能保证交于同一结点的各杆端位移相同),不管其截面尺寸大小,按图(b)计算比按图(c)计算更接近实际些,不过计算量要增加很多。

1-3 如何正确理解静力荷载?

作用在结构上的荷载按其性质可分为静力荷载和动力荷载。它们的区别在于在荷载作用下使结构的质体是否产生加速度(产生假想的惯性力)及其对结构影响的程度。静力荷载是指逐渐增加的、不致使结构产生显著的冲击和振动因而可略去惯性力影响的荷载。

一个力作用在结构上,是作为静力还是作为动力考虑,取决于它随时间的变化规律(加载曲线)、加载