

初中数学

2010
详解版

奥林匹克竞赛

全真 试题

- 权威资料
- 方法技巧
- 金牌思路

省市精华卷

总主编 蓝 澍
本册主编 南秀全

湖北教育出版社

(鄂)新登字 02 号

图书在版编目(CIP)数据

初中数学奥林匹克竞赛全真试题. 省市精华卷/南秀全主编. —武汉:湖北教育出版社,2008.7

ISBN 978-7-5351-3496-7

I. 初… II. 南… III. 数学课-初中-试题
IV. G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 033573 号

出版 发行:湖北教育出版社 网址: http://www.hbedup.com	武汉市青年路 277 号 邮编:430015 电话:027-83619605 邮购电话:027-83669149
经 销:新 华 书 店 印 刷:湖北万隆印务有限公司 (430080·武汉市东湖新技术开发区庙山火炬路) 开 本:850mm×1168mm 1/32 版 次:2008 年 7 月第 4 版 字 数:320 千字	13.25 印张 2008 年 7 月第 1 次印刷 印数:1-8 000
ISBN 978-7-5351-3496-7	定价:20.00 元

如印刷、装订影响阅读,承印厂为你调换

前 言

数理化奥林匹克竞赛是覆盖面最广的一种群众性竞赛活动,几乎覆盖了全国各地每一所学校。各级各类的竞赛活动旨在拓宽学生的知识视野,激发学生的学习兴趣,培养学生的思维品质、动手能力,发展学生的个性特长。同时,竞赛活动对促进教师自身素质的提高,促进教学改革深入开展和教学质量的提高,也起到了积极的促进作用。

然而竞赛试题内容广博,命题新颖,思路开阔,对学生的综合素质和创新要求较高。但当我们的父母看到孩子做不出训练题目想帮一把却又感到无助之时,总感叹自己手中没有一本好书,不是太难,就是太易,或是太偏,或是缺少系统性,而面对太多的竞赛资料又总觉得有些茫然。我们的许多教师也为竞赛书太多太滥大伤脑筋,为竞赛缺少一个既有系统性而又不超竞赛大纲的书而犯愁。为此我们广泛收集,将近几年的小学、初中、高中的全国部分省市的数理化竞赛试题进行精选,将全国数理化联赛试题进行汇总,并吸收部分国际竞赛的典型试题,汇编成这套丛书。书中通过对试卷的全面分析和研究,对每道赛题都逐一进行了详细的解析,力求通俗易懂,化难为易,既便于学生自学,也便于家长和教师参考。本套丛书力求体现以下特点:

1. **导向性。**全面反映了近几年来中、小学数理化竞赛的重要题型,及所考查的知识点和解题方法,从而可以看出未来竞赛命题的走向和原则。

2. **新颖性。**所选内容均是经过我们筛选的近几年的国际国内竞赛试题,不仅内容新,题型新,而且具有广泛的代表性和典型性。用后一定会感到内容新鲜,题目新颖,精彩有趣。

3. **精巧性。**因为许多试题虽有一定难度,但难而不怪;灵活性强,高而可攀。当然,解答时具备较强的分析推理能力和灵活运用知识的能力。我们在解析时,注意做到语句通俗、简明,思路清晰、简捷。有的

还配有图表说明,便于学生理解。对于一题多解,限于篇幅,一般只选用了其中的一两种较为简便或典型的方法,这对拓展学生的解题思路、启迪思维、发展智力,将有很大的帮助。

4. 实用性。本丛书中前半部分是试题,后半部分是解析。可供学生在赛前进行检测,检测后再对照答案掌握和理解解题方法。这样既便于学生用,也便于家长和教师参考。

5. 权威性。本丛书是由在各级奥赛中辅导学生屡夺金牌的黄冈的特、高级教师和国家级奥林匹克优秀教练员编写。

参加本书编写的有:石涧、何艳庭、汪彬、秦必耕、余林、魏友成、余光、付峰、姜文清、肖九河、王飞、肖珂、沈立新、肖一鸣、杨仕春、杜江、陈正、段文敏、胡海波、吕中浩、段文涛、南山、杨世俊、徐胜登、刘晓明。

由于时间仓促和水平有限,编写中难免出现错误或不当之处,敬请广大读者提出宝贵意见。希望本套丛书铺就您的金牌之路。

编 者

2008年6月

MU

目录

试题 答案



2003 年北京市初二数学竞赛试题	(1)	(179)
2004 年北京市初二数学竞赛试题	(3)	(182)
2005 年北京市初二数学竞赛试题	(7)	(188)
2006 年北京市初二数学竞赛试题	(8)	(192)
2007 年北京市初二数学竞赛试题	(10)	(197)



2003 年天津市初中数学竞赛试题	(12)	(201)
2004 年天津市初中数学竞赛试题	(14)	(204)
2005 年天津市初中数学竞赛试题	(16)	(209)
2007 年天津市初中数学竞赛试题	(18)	(214)
2008 年天津市初中数学竞赛试题	(20)	(221)



2003 年上海市初中数学竞赛试题	(23)	(227)
2004 年上海市初中数学竞赛试题	(25)	(229)
2005 年上海市初中数学竞赛试题	(26)	(231)
2006 年上海市初中数学竞赛试题	(28)	(236)
2007 年上海市初中数学竞赛试题	(30)	(240)



2003 年重庆市初中数学竞赛试题	(32)	(245)
2004 年重庆市初中数学竞赛试题	(34)	(247)
2005 年重庆市初中数学竞赛试题	(37)	(249)



2003 年山东省初中数学竞赛试题	(40)	(253)
2004 年山东省初中数学竞赛试题	(43)	(255)
2005 年山东省初中数学竞赛试题	(45)	(256)
2006 年山东省初中数学竞赛试题	(47)	(258)

MU

目录

	试题	答案
2007 年山东省初中数学竞赛试题·····	(50)	(264)



2003 年江苏省初中数学竞赛试题·····	(52)	(269)
2004 年江苏省初一数学竞赛试题·····	(55)	(271)
2004 年江苏省初二数学竞赛试题·····	(58)	(272)
2004 年江苏省初三数学竞赛试题·····	(65)	(274)
2005 年江苏省初中数学竞赛试题·····	(71)	(275)
2006 年江苏省初二数学竞赛试题·····	(78)	(280)
2006 年江苏省初三数学竞赛试题·····	(85)	(282)



2003 年湖北省黄冈市初中数学竞赛试题·····	(90)	(290)
2004 年湖北省黄冈市初中数学竞赛试题·····	(93)	(295)
2005 年湖北省黄冈市初中数学竞赛试题·····	(95)	(302)
2006 年湖北省黄冈市初中数学竞赛试题·····	(98)	(305)
2007 年湖北省黄冈市初中数学竞赛试题·····	(101)	(308)
2008 年湖北省黄冈市初中数学竞赛试题·····	(104)	(313)



2003 年武汉市初中数学竞赛试题·····	(106)	(316)
2004 年武汉市初中数学竞赛试题·····	(108)	(318)
2005 年武汉市初中数学竞赛试题·····	(111)	(321)
2006 年武汉市初中数学竞赛试题·····	(113)	(325)
2007 年武汉市初中数学竞赛试题·····	(115)	(328)
2008 年武汉市初中数学竞赛试题·····	(118)	(331)



2003 年太原市初中数学竞赛试题·····	(121)	(334)
2004 年太原市初中数学竞赛试题·····	(123)	(339)

MU

目录

	试题	答案
2005 年太原市初中数学竞赛试题.....	(125)	(343)
2006 年太原市初中数学竞赛试题.....	(127)	(348)
2007 年太原市初中数学竞赛试题.....	(129)	(353)



2003 年河北省初中数学竞赛试题.....	(131)	(357)
2004 年河北省初中数学竞赛试题.....	(133)	(361)
2005 年河北省初中数学竞赛试题.....	(136)	(365)



2003 年四川省初中数学竞赛试题.....	(139)	(369)
2004 年四川省初中数学竞赛试题.....	(141)	(373)
2005 年四川省初中数学竞赛试题.....	(142)	(377)
2007 年四川省初中数学竞赛试题.....	(144)	(380)



2006 年黑龙江省初中数学竞赛试题.....	(146)	(383)
2007 年黑龙江省初中数学竞赛试题.....	(151)	(386)



2006 年浙江省初中数学竞赛试题.....	(156)	(390)
2007 年浙江省初中数学竞赛试题.....	(161)	(400)



2006 年广东省初中数学竞赛试题.....	(167)	(410)
2007 年广东省初中数学竞赛试题.....	(173)	(414)



2003 年北京市初二数学竞赛试题

初 赛

一、选择题(满分 36 分)

1. $2003+2003 \times 2003-2003 \div 2003$ 的值是

- (A) 4065 (B) 2003 (C) 4014011 (D) 8014017

2. 如图 1, 在由单位正方形组成的网格图中标出了 AB, CD, EF, GH 四条线段, 其中能构成一个直角三角形三边的线段是

- (A) CD, EF, GH (B) AB, CD, EF
(C) AB, CD, GH (D) AB, EF, GH

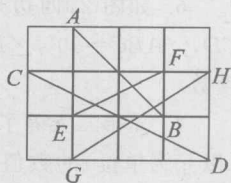


图 1

3. 已知 $\frac{x}{a-b} = \frac{y}{b-c} = \frac{1}{c-a}$, 则 $x+y$ 的值等于

- (A) 0 (B) -1 (C) 1 (D) 0.5

4. 平面内的 7 条直线任两条都相交, 交点数最多有 a 个, 最少有 b 个, 则 $a+b$ 等于

- (A) 42 (B) 41 (C) 21 (D) 22

5. 已知 $a-b=5$ 且 $c-b=10$, 则 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$ 等于

- (A) 105 (B) 100 (C) 75 (D) 50

6. 存在这样的有理数 a, b, c 满足 $a < b < c$, 使得分式 $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-a}$ 的值等于

- (A) -2003 (B) 0
(C) 2003 (D) $-\sqrt{2003}$

二、填空题(满分 64 分)

1. 大、中、小三个正整数, 大数与中数之和等于 2003, 中数减小数之差等于 1000. 试确定这三个正整数的和.

2. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC$, 高线 $AD = \frac{1}{2}BC$, AE 为 $\angle BAC$ 的平分

线,确定 $\angle EAD$ 的度数.

3. 已知 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ 是彼此互不相等的正整数,它们的和等于159,求其中最小数 a_1 的最大值.

4. 四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB + CD = 12$, $AD + BC = 8$, M 为 $\angle A$ 的平分线和 $\angle B$ 的平分线的交点, N 为 $\angle C$ 的平分线和 $\angle D$ 的平分线的交点,求 MN 的长.

5. 若 x, y 是实数,且 $m = x^2 - 4xy + 6y^2 - 4x - 4y$,确定 m 的最小值.

6. 如图2, 四边形 $ABCD$ 中, $AB = BC = CD$, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle BCD = 150^\circ$, 求 $\angle BAD$ 的度数.

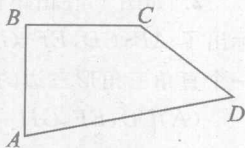


图 2

7. 兄弟二人养了一群羊. 当每只羊的价钱(以元为单位)的数值恰等于这群羊的只数时, 将这群羊全部卖出. 兄弟二人平分卖羊得来的钱; 哥哥先取10元, 弟弟再取10元; 这样依次反复进行. 最后, 哥哥先取10元, 弟弟再取不足10元. 这时哥哥将自己的一顶草帽给了弟弟, 兄弟二人所得的钱数相等. 问这顶草帽值多少钱?

8. 已知 a, b 均为正数, 且 $a + b = 2$, 求 $u = \sqrt{a^2 + 4} + \sqrt{b^2 + 1}$ 的最小值.

复 赛

一、填空题(满分40分)

1. 若 $(2x-1)^5 = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$, 则 $a_2 + a_4 =$ _____.

2. 在 $\triangle ABC$ 中, M 是 AC 边的中点, P 为 AM 上一点, 过 P 作 $PK \parallel AB$ 交 BM 于 X , 交 BC 于 K . 若 $PX = 2$, $XK = 3$, 则 $AB =$ _____.

3. a, b, c 是非负实数, 并且满足 $3a + 2b + c = 5$, $2a + b - 3c = 1$, 设 $m = 3a + b - 7c$, 记 x 为 m 的最小值, y 为 m 的最大值, 则 $xy =$ _____.

4. 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的中线, $AB = \sqrt{2}$, $AD = \sqrt{6}$, $AC = \sqrt{26}$, 则 $\angle ABC =$ _____.

5. 已知 $xyz = 1$, $x + y + z = 2$, $x^2 + y^2 + z^2 = 16$, 则 $\frac{1}{xy+2z} +$

$$\frac{1}{yz+2x} + \frac{1}{zx+2y} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

二、(满分 15 分)如果正数 a, b, c 满足 $a+c=2b$. 求证:

$$\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{b}+\sqrt{c}} = \frac{2}{\sqrt{c}+\sqrt{a}}.$$

三、(满分 15 分)一个直角三角形的边长都是整数, 它的面积和周长的数值相等. 试确定这个直角三角形三边的长.

四、(满分 15 分)以 $\triangle ABC$ 的三边为边向形外分别作正方形 $ABDE, CAFG, BCHK$, 连接 EF, GH, KD , 如图 3. 求证: 以 EF, GH, KD 为边可以构成一个三角形, 并且所构成的三角形的面积等于 $\triangle ABC$ 面积的 3 倍.

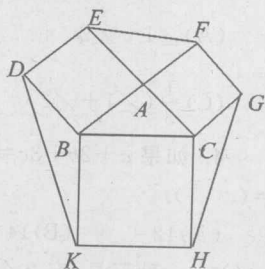


图 3

五、(满分 15 分)13 位小运动员, 他们着装的运动服号码分别是 1~13 号.

问: 这 13 名运动员能否站成一个圆圈, 使得任意相邻的两名运动员号码数之差的绝对值都不小于 3 且不大于 5? 如果能, 试举一例; 如果不能, 请说明理由.



2004 年北京市初二数学竞赛试题

初 赛

一、选择题(每小题 6 分, 共 36 分)

1. 若 $2004 - 200.4 + (-20.04) = x + 2.004$, 则 $x = (\quad)$.

(A) 2182.356

(B) 1821.636

(C) 1785.564

(D) 1781.556

2. 如图 1, $CD \parallel BE$. 则 $\angle 2 + \angle 3 - \angle 1 = (\quad)$.

(A) 90°

(B) 120°

(C) 150°

(D) 180°

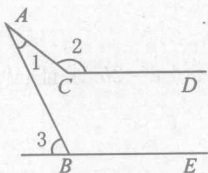


图 1

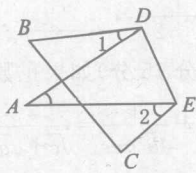


图 2

3. 如图 2, 将纸片 $\triangle ABC$ 沿着 DE 折叠压平. 则 $\angle A = (\quad)$.

(A) $\angle 1 + \angle 2$ (B) $\frac{1}{2}(\angle 1 + \angle 2)$

(C) $\frac{1}{3}(\angle 1 + \angle 2)$ (D) $\frac{1}{4}(\angle 1 + \angle 2)$

4. 如果 $a + 2b + 3c = 12$, 且 $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$, 则 $a + b^2 + c^3 = (\quad)$.

(A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 18

5. 一种玩具, 有 2 个按钮 (1 个黄色, 1 个红色) 和 100 个能站能坐的小木偶. 按一次红色按钮就会有 1 个站着的小木偶坐下; 按一次黄色按钮就可以使站着的小木偶增加 1 倍. 现在只有 3 个小木偶站着, 要使站着的小木偶变为 91 个, 最少需按按钮 $(\quad)$ 次.

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

6. 如图 3, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 、 $\angle D$ 的内角平分线恰相交于一点 P . 记 $\triangle APD$ 、 $\triangle APB$ 、 $\triangle BPC$ 、 $\triangle DPC$ 的面积分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 . 则有 $(\quad)$.

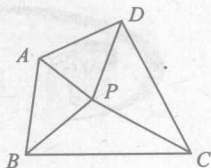


图 3

(A) $S_1 + S_3 = S_2 + S_4$

(B) $S_1 + S_2 = S_3 + S_4$

(C) $S_1 + S_4 = S_2 + S_3$

(D) $S_1 + S_3 \neq S_2 + S_4$

二、填空题 (每小题 8 分, 共 64 分)

1. 计算 $\frac{20042003^2 + 1}{20042002^2 + 20042004^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 已知 x, y 为正整数, 且满足 $2x^2 + 3y^2 = 4x^2y^2 + 1$. 则 $x^2 + y^2 =$

$\underline{\hspace{2cm}}$.

3. 如图4,所有的四边形都是正方形,所有的三角形都是直角三角形,其中最大的正方形的边长是13cm,则四个阴影正方形的面积之和等于_____.

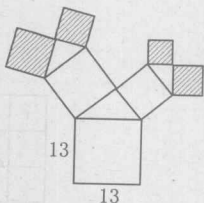


图4

4. 已知 $\frac{y+z-x}{x+y+z} = \frac{z+x-y}{y+z-x} = \frac{x+y-z}{z+x-y} = p$. 则 $p^3 + p^2 + p =$ _____.

5. 化简:

$$\left| \frac{1}{2004} - \frac{1}{2003} \right| + \left| \frac{1}{2003} - \frac{1}{2002} \right| + \left| \frac{1}{2002} - \frac{1}{2001} \right| - \left| \frac{1}{2001} - \frac{1}{2004} \right| = \text{_____}.$$

6. 如果三个边长为整数的正方形纸片的面积之和为2004,其中最大的正方形纸片的面积为 S_1 ,最小的正方形纸片的面积为 S_2 ,则 $\frac{S_1}{S_2}$ 的最大值等于_____.

7. 用正整数 a 去除63、91、129所得的3个余数的和是25. 则 a 的值为_____.

8. 如图5,长方形 $ABCD$ 的面积是 35cm^2 , 阴影 $\triangle ABE$ 的面积是 5cm^2 , 阴影 $\triangle ADF$ 的面积是 7cm^2 . 那么 $\triangle AEF$ 的面积是多少平方厘米?

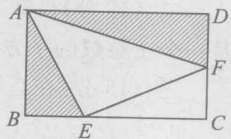


图5

复赛

- 一、填空题(每小题8分,共40分)

1. 如图6,一条两边平行的纸带,纸带的宽度(两平行线间的距离)为10cm. 将纸带折起压平. 那么,重叠部分 $\triangle ABC$ 面积的最小值是_____ cm^2 .

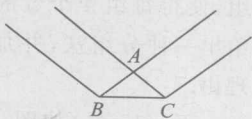


图6

2. 如图7所示,将 4×4 的方格表的每一个方格里都填上1个实数,使得每一行、每一列及两条对角线上的4个数的和都等于2004. 那么,方格表中4个角上的方格里所填的4个数之和 $x+y+u+v$ 的值等于_____.

$\bar{x}$			y
u			v

图 7

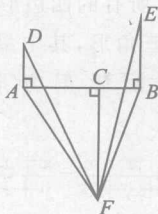


图 8

3. 如图 8, 点 C 在线段 AB 上, $DA \perp AB$, $EB \perp AB$, $FC \perp AB$, 且 $DA = BC$, $EB = AC$, $FC = AB$, $\angle AFB = 51^\circ$. 则 $\angle DFE =$ _____.

4. 有 8 个连续的正整数, 其和可以表示成 7 个连续的正整数的和, 但不能表示为 3 个连续的正整数的和. 那么, 这 8 个连续的正整数中最大数的最小值是 _____.

5. 如图 9, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, I 是 $\angle A$ 、 $\angle B$ 的平分线 AD 与 BE 的交点. 已知 $\triangle ABI$ 的面积为 12. 则四边形 $ABDE$ 的面积等于 _____.

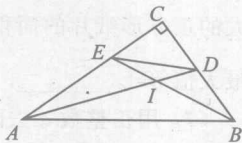


图 9

二、(15 分) 已知 a 是正整数, 且 $a^2 + 2004a$ 是一个正整数的平方. 求 a 的最大值.

三、(15 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$, 且满足

$$a^4 + b^4 + \frac{1}{2}c^4 = a^2c^2 + b^2c^2.$$

试判定 $\triangle ABC$ 的形状.

四、(15 分) 能将任意 8 个连续的正整数分为两组, 使得每组 4 个数的平方和相等吗? 如果能, 请给出一种分组法, 并加以验证; 如果不能, 请说明理由.

五、(15 分) 如图 10, 设 A_1 、 B_1 、 C_1 、 D_1 、 E_1 、 F_1 分别是凸六边形 $ABCDEF$ 的边 AB 、 BC 、 CD 、 DE 、 EF 、 FA 的中点. 已知 $\triangle ABC_1$ 、 $\triangle BCD_1$ 、 $\triangle CDE_1$ 、 $\triangle DEF_1$ 、 $\triangle EFA_1$ 、 $\triangle FAB_1$ 的面积之和为 m , 六边形 $ABCDEF$ 的面积为 S . 证明: $S = \frac{2}{3}m$.

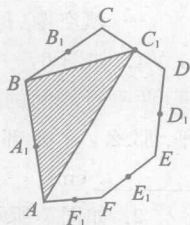


图 10



2005 年北京市初二数学竞赛试题

一、选择题(每小题 5 分,共 25 分)

1. 在 1~100 这 100 个自然数中,质数所占的百分比是().

- (A)25% (B)24% (C)23% (D)22%

2. 一个三角形的三边长都是整数,它的周长等于 10. 则这个三角形是().

- (A)直角三角形
(B)钝角三角形
(C)恰有两边相等的三角形
(D)恰有一个内角为 60° 的三角形

3. 已知 n 为正整数, $S=1+2+\cdots+n$. 则 S 的个位数字不能取到的数字是().

- (A)0,1,2,3 (B)3,4,5,6
(C)3,5,6,8 (D)2,4,7,9

4. 如图 1, 四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O . $S_{\triangle AOB}=4$, $S_{\triangle COD}=9$. 则 $S_{\text{四边形 } ABCD}$ 的最小值是().

- (A)22 (B)25
(C)28 (D)32

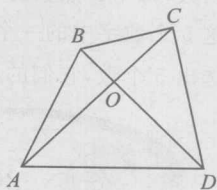


图 1

5. 如果 $|a-b|=1$, $|b+c|=1$, $|a+c|=2$, 则 $|a+b+2c|$ 等于().

- (A)3 (B)2 (C)1 (D)0

二、填空题(每小题 7 分,共 35 分)

1. 如图 2, 大圆的两条直径 AC 、 BD 垂直相交于点 O , 分别以边 AB 、 BC 、 CD 、 DA 为直径向大圆外侧作四个半圆, 图中四个“月形”阴影的总面积是 2cm^2 . 则大圆的半径等于_____ cm.

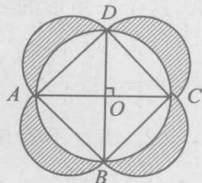


图 2

2. 2005 被两位的自然数去除, 可能得到的最

大余数是_____.

3. 已知 $a^2 + bc = 14$, $b^2 - 2bc = -6$, 则 $3a^2 + 4b^2 - 5bc =$ _____.

4. 如图 3, 在凸六边形 $ABCDEF$ 中, AD 、 BE 、 CF 三线共点于 O , 每相邻三个顶点所组成的三角形的面积都等于 1, 则 $S_{\text{六边形}ABCDEF} =$ _____.

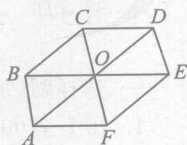


图 3

5. 有 6 个被 12 除所得余数都相同的自然数, 它们的连乘积为 971425. 则这 6 个自然数之和的最小值是_____.

三、(15 分) 已知非零实数 a, b, c 满足 $a + b + c = 0$. 求证:

(1) $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$;

(2) $\left(\frac{a-b}{c} + \frac{b-c}{a} + \frac{c-a}{b}\right)\left(\frac{c}{a-b} + \frac{a}{b-c} + \frac{b}{c-a}\right) = 9$.

四、(15 分) 如图 4, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = \angle BCA = 44^\circ$, M 为 $\triangle ABC$ 内一点, 使得 $\angle MCA = 30^\circ$, $\angle MAC = 16^\circ$. 求 $\angle BMC$ 的度数.

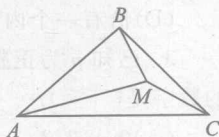


图 4

五、(10 分) 某学生在黑板上写出了 17 个自然数, 每个自然数的个位数只能是 0, 1, 2, 3, 4 这 5 个数字中的一个. 证明: 从这 17 个数中选出 5 个数, 它们的和能被 5 整除.



2006 年北京市初二数学竞赛试题

一、选择题(每小题 5 分, 共 25 分)

1. 在直角三角形中, 斜边的平方恰等于两条直角边乘积的 2 倍. 那么, 这个三角形的三边长之比为().

(A) $3 : 4 : 5$

(B) $1 : 1 : 1$

(C) $2 : 3 : 4$

(D) $1 : 1 : \sqrt{2}$

2. 满足不等式 $|x - 2006| + |x| \leq 9999$ 的整数 x 共有()个.

(A) 9998

(B) 9999

(C) 10000

(D) 10001

3. 从 $1, 2, \dots, 14$ 共 14 个自然数中取出 k 个数, 确保其中有两个

数,满足一个是另一个的 2 倍. 则 k 的最小值是().

- (A)8 (B)9 (C)10 (D)11

4. 一个自然数 q , 任意取出 2 个数字, 如果左边的数字比右边的数字大, 则称这个数有一个逆序. 用 $NX(q)$ 表示 q 的逆序的个数(如 $NX(3214))=3, NX(12344)=0$). 则 $NX(324167895)$ 被 4 除的余数是().

- (A)0 (B)1 (C)2 (D)3

5. 如图 1, P 是函数 $y = \frac{1}{2x} (x > 0)$ 图像上一点, 直线 $y = -x + 1$ 分别交 x 轴、 y 轴于点 A 、 B , 作 $PM \perp x$ 轴于点 M , 交 AB 于点 E , 作 $PN \perp y$ 轴于点 N , 交 AB 于点 F . 则 $AF \cdot BE$ 的值为().

- (A)2 (B) $\sqrt{2}$
(C)1 (D) $\frac{1}{2}$

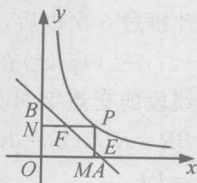


图 1

二、填空题(每小题 7 分, 共 35 分)

6. 若连续的 5 个自然数每一个都是合数, 则称这一组数为“孪生 5 合数”. 那么, 在不超过 100 的自然数中共有孪生 5 合数_____组.

7. 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC$, $\angle ACB = 90^\circ$, D 、 E 是边 AB 上的两点, $AD = 3$, $BE = 4$, $\angle DCE = 45^\circ$. 则 $\triangle ABC$ 的面积 = _____.

8. 某人从住地外出有两种方案: 一种是骑自行车去, 另一种是乘公共汽车去. 公共汽车的速度比自行车的速度快, 但要等候(候车时间可看作固定不变的), 在任何情况下, 他总是选择用时最少的方案. 表 1 表示他到达 A 、 B 、 C 三地采用最佳方案所需时间.

表 1

目的地	目的地离住地距离	最佳方案所需时间
A	2km	12min
B	3km	15.5min
C	4km	18min

为了到达离住地 8km 的地方, 他最少需要_____ min.

9. 如图 2, 在长方形 $ABCD$ 中, $AB=7$, $AD=24$, P 为边 BC 上一个动点, 作 $PE \perp AC$ 于点 E , $PF \perp BD$ 于点 F . 则 $PE+PF=$ _____.

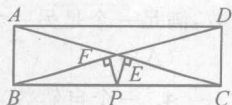


图 2

10. 有大小一样、张数相同的黑白两种颜色的正方形纸片. 小张先用白色纸片拼成中间没有缝隙的长方形, 然后用黑色纸片围绕已经拼成的白色长方形继续拼成更大的长方形后, 又用白色纸片拼下去. 这样重复拼, 当小张用黑色纸片拼过 5 次以后, 黑、白纸片正好用完. 那么, 黑色纸片至少有 _____ 张.

三、(15 分) 在五角星形 $ABCDE$ 中, 相交线段的交点字母如图 3 所示. 已知 $AQ=QC$, $BR=RD$, $CR=RE$, $DS=SA$. 求证: $BT=TP=PE$.

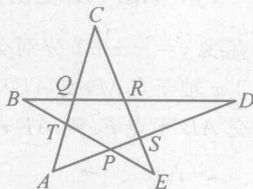


图 3

四、(15 分) 三个互不相同的正整数, 如果任何两个的乘积与 1 的和都恰被第三个数整除, 则称这样的三个正整数为“玲珑三数组”.

- (1) 求证: 玲珑三数组中的三个正整数两两互质;
- (2) 求出所有的玲珑三数组.

五、(10 分) 如图 4, 在一个 $\triangle ABC$ 内部有 m 个点, 在这些点之间及这些点与 A 、 B 、 C 三点之间连接一些线段, 这些线段在三角形内部没有这 m 个点以外的公共点, 并恰将 $\triangle ABC$ 分成的小区域全部都是小三角形. 请你证明:

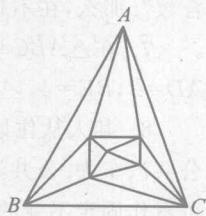


图 4

- (1) 分成的小三角形区域的总个数必为奇数;
- (2) 位于 $\triangle ABC$ 内部的所连接线段的条数是 3 的倍数.



2007 年北京市初二数学竞赛试题

一、选择题(每小题 5 分, 共 25 分)

1. 若 a, b, c 是 3 个不同的正整数, 并且 $abc=16$, 则 $a^b - b^c + c^a$ 可