



双博士系列

KAORYAN SHUXUE GONGSHI

ZHANGZHONGBAO LIGONGLEI

- 花费20%的时间，成就80%的分数
- 经典例题，完全应试技巧
- 考前应急背诵，成绩快速提高

考研 数学公式 掌中宝

理工类

- 主编 考研命题研究组
- 编写 双博士考研数学课题组

 科学技术文献出版社

考研数学

公式掌中宝

(理工类)

主 编
编写人员

考研命题研究组

双博士考研数学课题组

胡东华	刘 茜	李菊川	刘 英
陈 丰	刘晓龙	熊国平	高永军
狄 懿	壘 伟	李 亮	刘立新
郭 娟	刘治国	杨 军	乔海玲
刘 津	刘大庆	汪 萍	胡星期
刘治佳	张 望	韩 彬	林娟娟
丁 晓	刘楣林	胡在斌	朱 傲
蔡贵娟	王绣英	李利娟	闵 伟
高 睿	李秀红	刘素枚	李 芹
韩 珍	周丽红	温 晴	包凌燕
钟崇光	韩 福	高 鑫	温桂荣
韩 琴	郭海权	史 进	温 军
王鸿发	郭洪杰	徐桂株	徐英杰
刘峥嵘	白春红	褚 峥	孙文涛
伍 鹏	刘 阳	杜 鹃	白春燕

总 策 划

科学技术文献出版社

图书在版编目(CIP)数据

考研数学公式掌中宝. 理工类/考研命题研究组主编. -修订本. -北京:科学技术文献出版社, 2008. 9

ISBN 978-7-5023-3543-4

I. 考… II. 考… III. 高等数学-公式(数学)-研究生-入学考试-自学参考资料 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 126102 号

出 版 者	科学技术文献出版社
地 址	北京市复兴路 15 号(中央电视台西侧)/100038
图书编务部电话	(010)51501739
图书发行部电话	(010)51501720, (010)51501722(传真)
邮 购 部 电 话	(010)51501729
网 址	http://www.stdph.com
策 划 编 辑	科 文
责 任 编 辑	李 蕊 杜 娟
责 任 出 版 者	王杰馨
发 行 者	科学技术文献出版社发行 全国各地新华书店经销
印 刷 者	富华印刷包装有限公司
版 (印) 次	2008 年 9 月修订版第 1 次印刷
开 本	787×1092 48 开
字 数	149 千
印 张	5.5
印 数	1~8000 册
定 价	10.00 元

© 版权所有 违法必究

购买本社图书,凡字迹不清、缺页、倒页、脱页者,本社发行部负责调换。

声明:本书封面及封底均采用双博士品牌专用图标(见右图);该图标已由国家商标局注册登记。未经策划人同意,禁止其他单位或个人使用。





再版修订说明

《考研数学公式掌中宝》(经济类/理工类)自出版以来,以其实用性强,效果佳深受读者青睐,开启了一个全新的认识观念:

数学公式不仅可以背,而且公式熟记后对于提高试题求解速度及准确性有非常大的帮助。

鉴于此,双博士考研数学课题组经过调研及征询专家意见,在原有基础上进行再版修订,使其更系统,更科学。

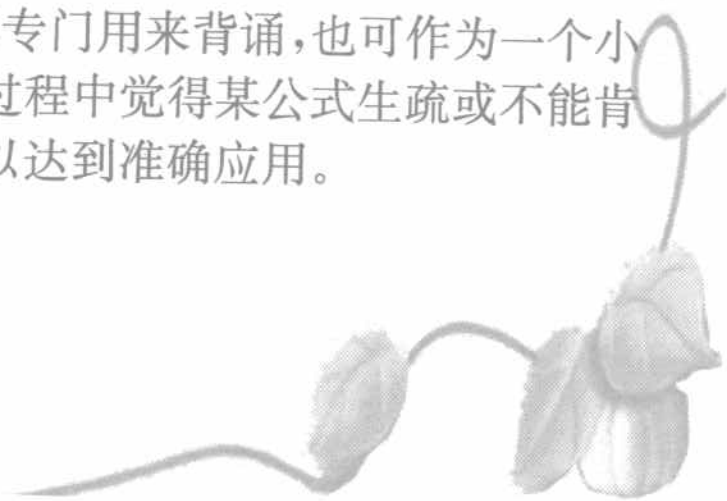
再版修订主要内容如下:

(1)根据最新数学考研大纲范围进行调整,增加最新年份的真题,作为经典题型,使本书更好地体现最新数学考试精神变化的趋势。

(2)根据读者反馈意见,修订原书不规范的数学表达符号。

(3)对经典题型的解题步骤进一步调整,使其更简洁更具科学性。

本书不仅可以专门用来背诵,也可作为一个小工具书,当在解题过程中觉得某公式生疏或不能肯定时,可查阅此书以达到准确应用。





温馨提示：

✿ “双博士品牌图书”是全国最大的大学教辅图书和考研图书品牌，全国有三分之一的大学生和考研学生正在使用“双博士品牌图书”。

✿ 来自北京大学研究生会的感谢信摘要：双博士，您好！……，首先感谢您对北京大学的热情支持和无私帮助！双博士作为大学教学辅导和考研领域全国最大的图书品牌之一，不忘北大莘莘学子和传道授业的老师，其行为将永久被北大师生感怀和铭记！

北京大学研究生会

✿ 现在市场上有人冒用我们的书名，企图以假乱真，因此，读者在购买时，请认准双博士品牌。

编者

2008 年于北京大学





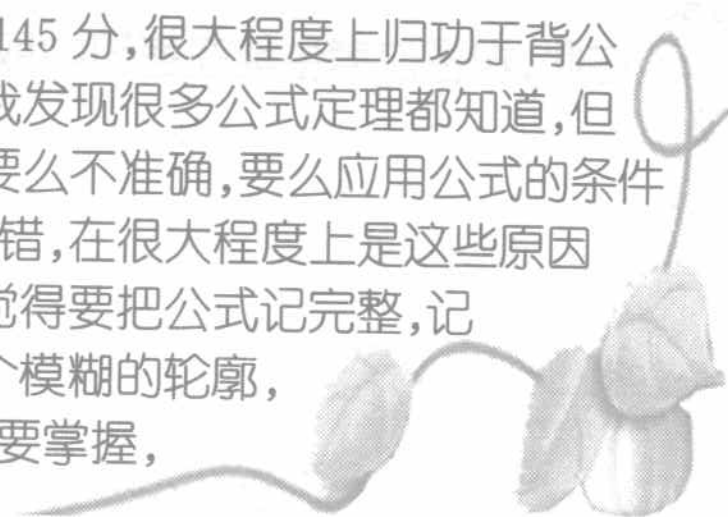
前言

现在考研竞争越来越激烈,而数学是考生普遍觉得较难的一科,且提高比较困难,有效方法甚少。但很庆幸的是,在今年的硕士研究生入学考试中,我数学考得还不错,145分(总分150分)。这或许是幸运,但我更相信是自己找到了合适的学习方法。很多考生朋友“怂恿”我将经验介绍给大家,加之编辑老师的鼓励,我就以濮人献玉的心态将复习时的一些做法和想法行之成文,与大家共同探讨。

我认为对知识点的掌握要有三个层次,第一个层次是理解与运用,要理解与知识点相关的公式定理的内涵与外延,并且在做题时能灵活运用。第二个层次是融汇贯通,要在第一阶段的基础上熟记与知识点相关的公式定理,做模拟题及真题时结合各部分的知识点,把知识点间建立起横向和纵向的联系。第三个层次是触类旁通,通过背诵,一看到试题即可反映出相应的公式定理。

也许很多人会感到奇怪,学习英语要背单词,学习政治要背理论,学习数学难道也有要背的吗?

当然,我能考145分,很大程度上归功于背公式。开始的时候,我发现很多公式定理都知道,但记得要么不完整,要么不准确,要么应用公式的条件没有掌握。题目做错,在很大程度上是这些原因导致的。所以,我觉得要把公式记完整,记准确,而不只是一个模糊的轮廓,定理应用的条件也要掌握,





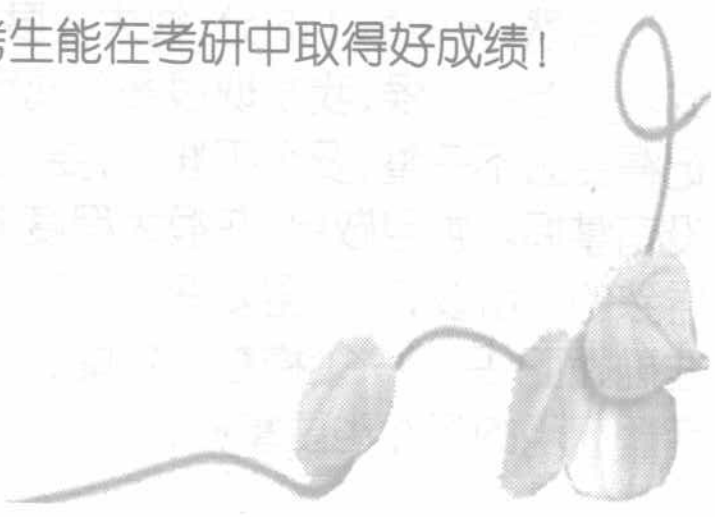
不能只记一个结论。有一点得声明一下,我说的背公式是在已经掌握公式和定理的基础上,使其在头脑中的映像更准确、更清晰,而不是单纯的为了背而背。

我有一个小本子,我把我认为重要的公式、定理抄在上面,不时地拿出来看看。我把相应的解题方式等也记在上面,每当我看到自己的笔记时,我就会想起出题的方法,做过些什么样的题目,有些什么样的经典题型。这样,每次将公式、定理——解题方法——经典题型在头脑中过一遍,效果非常好。掌握基本的公式和定理,附以相应的习题进行演练是提高数学能力的有效途径。

一个很偶然的机会,我认识了双博士图书的总策划胡东华先生,并跟他讲了我数学考 145 分的经验,特别是我背公式的经历,他认为这是一个很有实效的做法,值得向更多的考生推广,于是组织了数位权威考研辅导专家编写了这本集公式、典型例题、解题方法于一身的《考研数学公式掌中宝》。

考研是一个充满汗水,泪水,甚至是血水的长期过程,是一场不见硝烟的战争,是一场智慧与毅力的较量。因此,只讲方法不讲努力是空谈,只讲努力不讲方法也是白费力气。只有既讲努力又讲方法才能双赢。

在此,祝各位考生能在考研中取得好成绩!





目

录

第一部分 高等数学

第一章 函数、极限、连续.....	(2)
§ 1.1 函数	(3)
§ 1.2 极限	(7)
§ 1.3 连续	(15)
第二章 一元函数微分学.....	(18)
§ 2.1 导数与微分	(19)
§ 2.2 中值定理	(24)
§ 2.3 导数的应用	(29)
第三章 一元函数积分学.....	(38)
§ 3.1 不定积分	(39)
§ 3.2 定积分	(49)
第四章 向量代数和空间解析几何*	(61)
§ 4.1 向量	(62)
§ 4.2 直线和平面	(64)
§ 4.3 曲面方程	(69)
第五章 多元函数微分学.....	(73)
§ 5.1 基本定理与公式	(74)
§ 5.2 微分法则	(75)
§ 5.3 几何应用*	(79)
§ 5.4 多元函数的极值	(83)
第六章 多元函数积分学.....	(87)

§ 6.1	二重积分	(88)
§ 6.2	三重积分*	(94)
§ 6.3	曲线积分*	(97)
§ 6.4	曲面积分*	(102)
第七章	无穷级数*	(108)
§ 7.1	常数项级数	(109)
§ 7.2	幂级数	(116)
§ 7.3	傅立叶级数	(122)
第八章	常微分方程	(127)
§ 8.1	一阶微分方程	(128)
§ 8.2	可降阶的高阶方程	(131)
§ 8.3	高阶线性微分方程	(132)

第二部分 线性代数

第一章	行列式	(139)
第二章	矩阵	(144)
§ 2.1	矩阵运算	(145)
§ 2.2	矩阵的逆	(147)
第三章	向量	(152)
§ 3.1	线性空间*	(153)
§ 3.2	向量内积*	(155)
§ 3.3	正交基与正交矩阵*	(156)
§ 3.4	向量的线性相关与线性无关	(158)
第四章	线性方程组	(162)
§ 4.1	求解线性方程组	(163)
§ 4.2	线性方程组解的结构	(166)
第五章	特征值和特征向量	(172)
§ 5.1	特征值与特征向量	(173)
§ 5.2	相似矩阵	(176)
第六章	二次型*	(180)

§ 6.1	二次型矩阵	(181)
§ 6.2	化二次型为标准型和规范型	(183)
§ 6.3	正定二次型	(187)

第三部分 概率统计*

第一章	随机事件与概率	(191)
§ 1.1	随机事件	(192)
§ 1.2	概率	(194)
§ 1.3	条件概率与独立性	(197)
第二章	随机变量及其分布函数	(202)
§ 2.1	随机变量分布函数	(203)
§ 2.2	常见分布	(205)
§ 2.3	随机变量函数的分布	(208)
第三章	二维随机变量及其概率分布	(211)
§ 3.1	二维随机变量及其联合分布	(212)
§ 3.2	边缘分布与条件分布	(216)
§ 3.3	独立性	(219)
§ 3.4	多维随机变量函数的分布	(220)
第四章	数字特征	(225)
§ 4.1	一维随机变量的数字特征	(226)
§ 4.2	二维随机变量的数字特征	(228)
§ 4.3	常见分布	(231)
第五章	大数定律和中心极限定理	(233)
第六章	数理统计的基本概念	(237)
第七章	参数估计	(242)
§ 7.1	点估计	(243)
§ 7.2	区间估计	(246)
第八章	假设检验	(249)



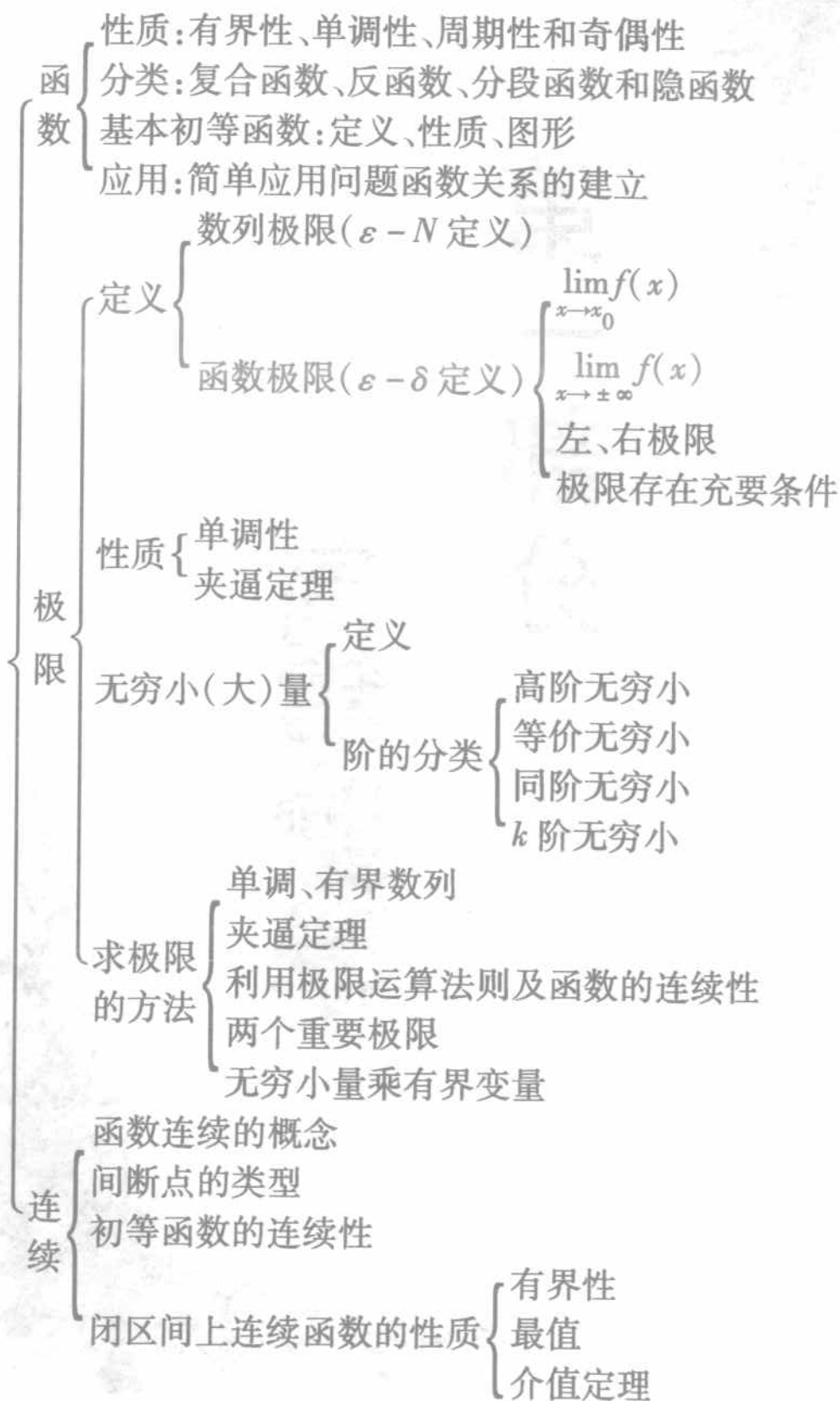
高等数学



第一部分

函数、极限、连续

本章知识网络图



§ 1.1 函数

一、常用函数的定义域

$$y = \frac{1}{x} \quad D_f: x \neq 0, \quad (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$$

$$y = \sqrt[n]{x} \quad D_f: x \geq 0, \quad (0, +\infty) \quad n \in \mathbb{N}^+$$

$$y = \log_a x, \quad D_f: x > 0, \quad (0, +\infty); a > 0, a \neq 1$$

$$y = \tan x, \quad D_f: x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$y = \cot x, \quad D_f: x \neq k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$y = \arcsin x \quad D_f: |x| \leq 1, [-1, 1]$$

(或 $\arccos x$)

名师点睛

求解复杂函数的定义域,一般是求由简单函数的定义域所构成的不等式的解集.

二、六个常见的有界函数

$$|\sin x| \leq 1, \quad |\cos x| \leq 1 \quad x \in (-\infty, +\infty)$$

$$|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}, |\arccos x| \leq \pi, x \in [-1, 1]$$

$$|\arctan x| < \frac{\pi}{2} \quad |\operatorname{arccot} x| < \pi, x \in (-\infty, +\infty)$$

名师点睛

求解函数的值域一般是将函数取绝对值,然后用不等式缩放法;或借助导数求最大(小)值法处理.



三、常用的奇偶函数

偶函数: $ x $	$\cos x$	x^{2n} (n 为正整数)
奇函数: x	$\sin x$	x^{2n+1} (n 为正整数)

名师点睛

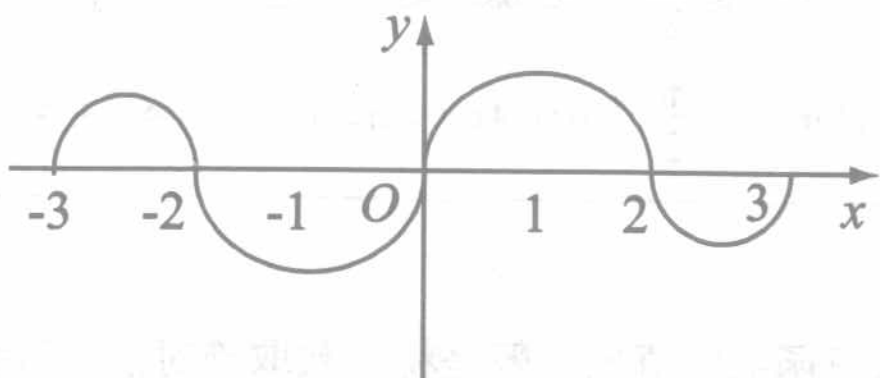
1. 常用 $f(x) + f(-x) = 0$ 判别奇函数.
2. 偶数个奇函数之积为偶函数, 一奇一偶乘积为奇函数.
3. 定义域不关于原点对称, 则不存在奇偶性的问题.

经典题型

【2007 年试卷一】

如图, 连续函数 $y=f(x)$ 在区间 $[-3, -2]$, $[2, 3]$ 上的图形分别是直径为 1 的上、下半圆周, 在区间 $[-2, 0]$, $[0, 2]$ 上图形分别是直径为 2 的上、下半圆周, 设 $F(x) = \int_0^x f(t) dt$, 则下列结论正确的是()

- A. $F(3) = -\frac{3}{4}F(-2)$ B. $F(3) = \frac{5}{4}F(2)$
 C. $F(-3) = \frac{3}{4}F(2)$ D. $F(-3) = -\frac{5}{4}F(-2)$



【答案】 (C)



【解析】 由题给条件知, $f(x)$ 为 x 的奇函数, 则 $f(-x) = -f(x)$, 由 $F(x) = \int_0^x f(t) dt$, 知 $F(-x) = \int_0^{-x} f(t) dt$

$$\stackrel{t=-u}{=} \int_0^x f(-u) d(-u) \stackrel{f(-u)=-f(u)}{=} \int_0^x f(u) du = F(x), \text{故 } F(x) \text{ 为 } x \text{ 的偶函数, 所以 } F(-3) = F(3). \text{ 而}$$

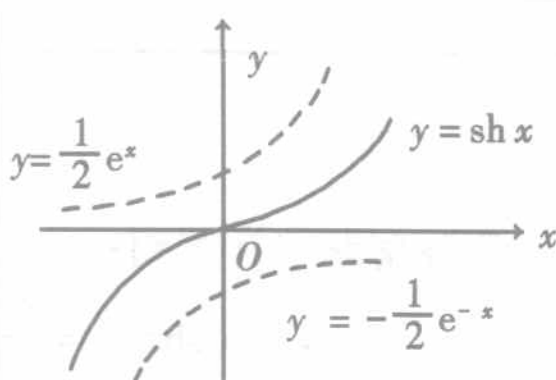
$F(2) = \int_0^2 f(t) dt$ 表示半径 $R=1$ 的半圆的面积, 所以 $F(2) = \int_0^2 f(t) dt = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{\pi}{2}$,

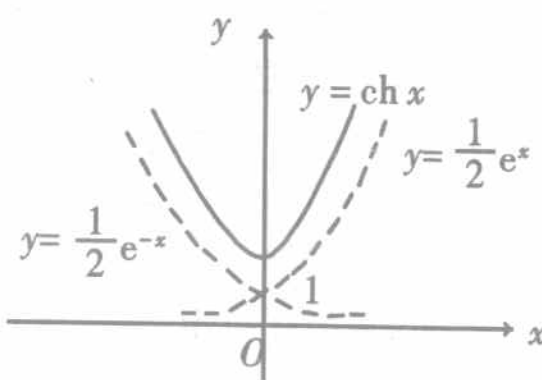
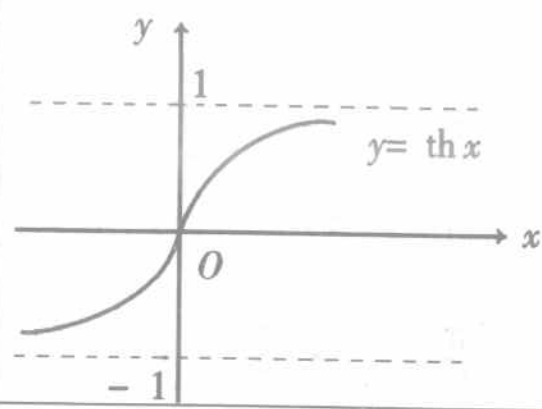
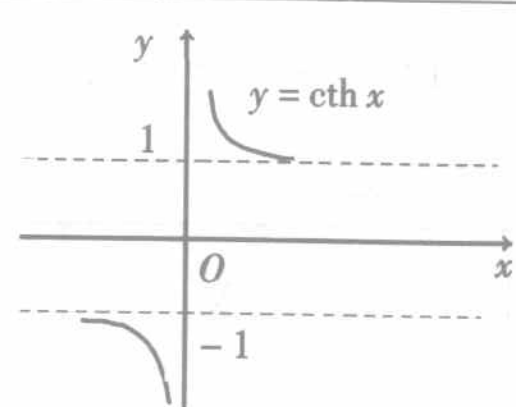
$F(3) = \int_0^3 f(t) dt = \int_0^2 f(t) dt + \int_2^3 f(t) dt$, 其中 $\int_2^3 f(t) dt$ 表示半径 $r = \frac{1}{2}$ 的半圆的面积的负值, 所以 $\int_2^3 f(t) dt = -\frac{\pi r^2}{2} = -\frac{\pi}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{\pi}{8}$

$$\text{所以 } F(3) = \int_0^3 f(t) dt = \int_0^2 f(t) dt + \int_2^3 f(t) dt = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{3\pi}{8} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{3}{4} F(2)$$

所以 $F(-3) = F(3) = \frac{3}{4} F(2)$, 选择 C

四、双曲函数

名称	定义	图形
双曲正弦	$y = \operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$	

名称	定义	图形
双曲余弦	$y = \operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$	
双曲正切	$y = \operatorname{th} x = \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x}$	
双曲余切	$y = \operatorname{cth} x = \frac{\operatorname{ch} x}{\operatorname{sh} x}$	

名师点睛

实际解题中常用到：

$$y' = (\operatorname{sh} x)' = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \operatorname{ch} x$$

$$y' = (\operatorname{ch} x)' = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \operatorname{sh} x$$

§ 1.2 极限

一、数列极限的性质

惟一性	若数列 $\{x_n\}$ 的极限存在, 则极限值是惟一的
有界性	若数列 $\{x_n\}$ 有极限, 则数列 $\{x_n\}$ 有界
保号性	如果 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$, 且 $a > 0$ (或 $a < 0$), 那么存在正整数 $N > 0$, 当 $n > N$ 时, 都有 $x_n > 0$ (或 $x_n < 0$)
收敛数列与子数列的关系性	如果数列 $\{x_n\}$ 收敛于 a , 那么它的任一子数列也收敛, 且极限为 a

二、函数极限的性质

惟一性	若极限 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在, 则极限值惟一
有界性	若极限 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在, 则函数在 x_0 的某一空心邻域内有界
局部保号性	如果 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$, 而且 $A > 0$ (或 $A < 0$), 那么存在常数 $\delta > 0$, 使得当 $0 < x - x_0 < \delta$ 时, 有 $f(x) > 0$ (或 $f(x) < 0$)

