

2009年

全国硕士研究生 入学统一考试

● 数学考试大纲导读

文都考研信息中心



原子能出版社

 文都教育

2009年

**全国硕士研究生
入学统一考试**

● **数学考试大纲导读**

文都考研信息中心



原子能出版社

图书在版编目(CIP)数据

全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲导读/考研命题研究组编.
—北京:原子能出版社,2007.8
ISBN 978 - 7 - 5022 - 3995 - 4

I. 全… II. 考… III. 高等数学—研究生—入学考试—自学参考资料
IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 132021 号

全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲导读

出版发行 原子能出版社(北京市海淀区阜成路 43 号 100037)
责任编辑 谭 俊
特约策划 师 潭
印 刷 湖北新华印务有限公司
经 销 全国新华书店
开 本 850×1168 毫米 1/32
印 张 5.25
版 次 2007 年 8 月第 1 版 2008 年 8 月第 2 次印刷
书 号 ISBN 978 - 7 - 5022 - 3995 - 4
定 价 12.00 元

版权所有 侵权必究

网址:<http://www.aep.com.cn>

前 言

众所周知,时下的全国硕士研究生入学考试竞争异常激烈。要想考试过关绝不是一件轻而易举的事情,必须有一个精心制定的复习方案,并依之有条不紊地进行复习备考才行。如果只是抱着侥幸或不在乎的心理随意应考,那么十有八九是要失败的。复习方案既然如此重要,应该根据什么去制定呢?毫无疑问是要根据考研大纲,因为考研试题是非常严格地依据考研大纲来命制的。大纲的内容主要有两个方面:一是考试要求,二是知识点。但能够在大纲中读懂有用信息并熟练应试技巧,这要求有一定的解读能力:诸如知识点是怎样在试题中体现出来的?考试要求中的“了解、理解、掌握、会”等关键字眼应该怎样去把握?此类问题都需要有相当的经验 and 费很大工夫才能解决。

本书正是为帮助考生有效解读考研数学考试大纲而编写的。相对于其他导读类图书而言,本书的特色在于:

1. 以图表的形式列出了近两年考试大纲中知识点与考试要求的变化之处,让考生对变化的规律一目了然;

2. 对考试内容中每一章的历年真题的基本题型进行了归纳,给出了近几年此知识点所出现的真题,让考生对知识点的出题方式有清楚的了解;

3. 以图表的方式给出了近四年真题中的知识点分布情况,以及大纲规定的试卷结构与真题的试卷结构的比较,让考生更好地理解大纲规定的内容是如何在真题中体现出来的,从而了解命题的规律;

4. 归纳并分析了历年真题的解答中出现的典型错误,以提醒考生在复习时应该注意避免的一些问题;

5. 给出了十种常考题型的解法,让考生能够把握考研试题中的重点;

6. 制订了详细的考研数学复习指南,以便考生作为复习时的参照。

尽管试题千变万化,但我们相信:只要考生在导读的指引下充分理解大纲内容及隐含的信息,掌握应试规律,并以此进行系统深入的复习,就一定能获得好成绩。在此也预祝所有考生考出好成绩!

由于编者水平有限,加之时间仓促,书中疏漏之处在所难免,敬请广大考生和数学同仁批评指正。

编者

2008年8月

目 录

第一章 2009 年全国硕士研究生入学统一考试数学考试	
大纲解读	1
数学一	2
数学二	32
数学三	49
第二章 近两年大纲变化的图表总结	78
一、2009、2008 两年数学一考试大纲变化一览表	78
二、2009、2008 两年数学二考试大纲变化一览表	80
三、2009、2008 两年数学三考试大纲变化一览表	81
四、2008 年数学四考试大纲变化一览表	84
第三章 近四年真题考点分布、试卷结构图表总结	85
一、数学一	85
1. 2008 年数学一试题知识点分布情况表	85
2. 2008 年数学一大纲规定的试卷结构与真题分布 比较表	86
3. 2007 年数学一试题知识点分布情况表	86
4. 2007 年数学一大纲规定的试卷结构与真题分布 比较表	86
5. 2006 年数学一试题知识点分布情况表	87
6. 2006 年数学一大纲规定的试卷结构与真题分布 比较表	87
7. 2005 年数学一试题知识点分布情况表	87

8. 2005 年数学一大纲规定的试卷结构与真题分布 比较表	88
二、数学二	88
1. 2008 年数学二试题知识点分布情况表	88
2. 2008 年数学二大纲规定的试卷结构与真题分布 比较表	89
3. 2007 年数学二试题知识点分布情况表	89
4. 2007 年数学二大纲规定的试卷结构与真题分布 比较表	89
5. 2006 年数学二试题知识点分布情况表	90
6. 2006 年数学二大纲规定的试卷结构与真题分布 比较表	90
7. 2005 年数学二试题知识点分布情况表	90
8. 2005 年数学二大纲规定的试卷结构与真题分布 比较表	91
三、数学三	91
1. 2008 年数学三试题知识点分布情况表	91
2. 2008 年数学三大纲规定的试卷结构与真题分布 比较表	92
3. 2007 年数学三试题知识点分布情况表	92
4. 2007 年数学三大纲规定的试卷结构与真题分布 比较表	93
5. 2006 年数学三试题知识点分布情况表	93
6. 2006 年数学三大纲规定的试卷结构与真题分布 比较表	93
7. 2005 年数学三试题知识点分布情况表	94
8. 2005 年数学三大纲规定的试卷结构与真题分布 比较表	94
四、数学四	94

1. 2008 年数学四试题知识点分布情况表	94
2. 2008 年数学四大纲规定的试卷结构与真题分布 比较表	95
3. 2007 年数学四试题知识点分布情况表	95
4. 2007 年数学四大纲规定的试卷结构与真题分布 比较表	96
5. 2006 年数学四试题知识点分布情况表	96
6. 2006 年数学四大纲规定的试卷结构与真题分布 比较表	96
7. 2005 年数学四试题知识点分布情况表	97
8. 2005 年数学四大纲规定的试卷结构与真题分布 比较表	97
第四章 十种常考题型解法总结	98
题型一 运用洛必达法则和等价无穷小量	98
题型二 导数的应用	101
题型三 微积分中值定理	105
题型四 重积分	109
题型五 曲线积分与曲面积分	112
题型六 幂级数	116
题型七 常微分方程	120
题型八 线性方程组	122
题型九 矩阵的相似对角化	129
题型十 概率论与数理统计	133
第五章 历年真题中的典型错误及例题点拨	140
一、洛必达法则应用的条件	140
二、等价无穷小量代换求极限	142
三、求函数的极值	144
四、一元函数的导数与二元函数偏导数概念的混淆	145

五、化二重积分为二次积分时应选择适当的积分顺序	149
六、隐函数的偏导数	150
七、定积分的几何应用	151
八、联合分布的边缘密度	153
九、最大似然估计法	156
十、错误理解题意	157
第六章 考研数学复习安排建议	162
一、了解考研数学命题原则	162
二、把握考研数学复习规律	162
三、优化考研数学复习方法	163

第一章 2009 年全国硕士研究生入学 统一考试数学考试大纲解读

《2009 年全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》(以下简称《大纲》)主要包括以下内容:考试性质、考试的基本要求、考试方法和考试时间、试卷分类以及各类试卷适用的招生专业、考试内容、考试要求、试卷结构(包括内容比例和题型比例)和样卷等,它是教育部颁布的法规性文件,是命题工作的唯一依据。按照考试大纲命题意味着考查的内容不超过大纲的规定,各科目在试卷中的占分比例、题型比例与大纲要求基本一致,试卷的难易度与样卷的难易度基本一致,试卷中不出现超纲题、偏题和怪题。大纲也是考生复习的重要依据,考生必须根据大纲规定的内容毫无遗漏地全面复习,并以大纲中的考试要求作为检验自己复习程度的标准。

但是考生在使用大纲时往往存在不少问题,致使他们不能从中充分地解读出有利于备考的各种信息。例如,很少有考生对新大纲进行逐字逐句的挖掘;很少有考生对连续几年的大纲进行追踪;很少有考生把大纲修订与该年的真题变化进行对比研究;很少有考生从数学一、数学二、数学三整体角度来看考研数学试题变化的方向;很少有考生能理解知识点是以怎样的规律体现于试题中的;很少有考生能准确把握考试要求中的“了解”、“理解”、“掌握”、“会”等关键字眼的意义。

基于这种现状,考研信息中心的众多老师对这些工作进行了比较系统的调研、分析和总结,把知识性的、规律性的东西集成一册,奉献给广大考生,希望能够给有志于考研的同学以启发,并能切实减轻广大读者的负担。

数 学 一

考试科目

高等数学、线性代数、概率论与数理统计

试卷结构

一、试卷满分及答题时间

试卷满分为 150 分,考试时间为 180 分钟.

二、内容比例

高等数学 约 56%

线性代数 约 22%

概率论与数理统计 约 22%

三、题型结构

单项选择题 8 小题,每小题 4 分,共 32 分

填空题 6 小题,每小题 4 分,共 24 分

解答题(包括证明题) 9 小题,共 94 分

试卷结构的变化

2009 年大纲与 2008 年大纲比较

1. 内容比例

无变化

2. 题型结构

无变化

高 等 数 学

一、函数、极限、连续

考试内容

函数的概念及表示法 函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性

复合函数、反函数、分段函数和隐函数 基本初等函数的性质及其图形 初等函数 函数关系的建立

数列极限与函数极限的定义及其性质 函数的左极限和右极限 无穷小量和无穷大量的概念及其关系 无穷小量的性质及无穷小量的比较 极限的四则运算 极限存在的两个准则:单调有界准则和夹逼准则 两个重要极限:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e$$

函数连续的概念 函数间断点的类型 初等函数的连续性 闭区间上连续函数的性质

考试要求

1. 理解函数的概念,掌握函数的表示法,会建立应用问题的函数关系.

2. 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性.

3. 理解复合函数及分段函数的概念,了解反函数及隐函数的概念.

4. 掌握基本初等函数的性质及其图形,了解初等函数的概念.

5. 理解极限的概念,理解函数左极限与右极限的概念以及函数极限存在与左、右极限之间的关系.

6. 掌握极限的性质及四则运算法则.

7. 掌握极限存在的两个准则,并会利用它们求极限,掌握利用两个重要极限求极限的方法.

8. 理解无穷小量、无穷大量的概念,掌握无穷小量的比较方法,会用等价无穷小量求极限.

9. 理解函数连续性的概念(含左连续与右连续),会判别函数间断点的类型.

10. 了解连续函数的性质和初等函数的连续性,理解闭区间上连续函数的性质(有界性、最大值和最小值定理、介值定理),并会应用这些性质.

2009 年大纲与 2008 年大纲比较

无变化

本章考查焦点

1. 极限的计算及数列收敛性的判断.

2. 无穷小的性质.

本章历年真题

1. (080104) 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内单调有界, $\{x_n\}$ 为数列, 下列命题正确的是 ()

(A) 若 $\{x_n\}$ 收敛, 则 $\{f(x_n)\}$ 收敛.

(B) 若 $\{x_n\}$ 单调, 则 $\{f(x_n)\}$ 收敛.

(C) 若 $\{f(x_n)\}$ 收敛, 则 $\{x_n\}$ 收敛.

(D) 若 $\{f(x_n)\}$ 单调, 则 $\{x_n\}$ 收敛.

2. (070101) 当 $x \rightarrow 0^+$ 时, 与 $\sqrt{x}$ 等价的无穷小量是 ()

(A) $1 - e^{\sqrt{x}}$.

(B) $\ln \frac{1+x}{1-\sqrt{x}}$.

(C) $\sqrt{1+\sqrt{x}} - 1$.

(D) $1 - \cos \sqrt{x}$.

3. (060101) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1+x)}{1 - \cos x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. (060116) 设数列 $\{x_n\}$ 满足 $0 < x_1 < \pi, x_{n+1} = \sin x_n (n=1, 2, \dots)$.

(I) 证明 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 存在, 并求该极限;

(II) 计算 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{x_{n+1}}{x_n} \right)^{\frac{1}{x_n^2}}.$

二、一元函数微分学

考试内容

导数和微分的概念 导数的几何意义和物理意义 函数的可导性与连续性之间的关系 平面曲线的切线和法线 导数和微分的四则运算 基本初等函数的导数 复合函数、反函数、隐函数以及参数

方程所确定的函数的微分法 高阶导数 一阶微分形式的不变性
微分中值定理 洛必达(L'Hospital)法则 函数单调性的判别 函
数的极值 函数图形的凹凸性、拐点及渐近线 函数图形的描绘
函数的最大值与最小值 弧微分 曲率的概念 曲率圆与曲率半径

考试要求

1. 理解导数和微分的概念,理解导数与微分的关系,理解导数的几何意义,会求平面曲线的切线方程和法线方程,了解导数的物理意义,会用导数描述一些物理量,理解函数的可导性与连续性之间的关系.

2. 掌握导数的四则运算法则和复合函数的求导法则,掌握基本初等函数的导数公式,了解微分的四则运算法则和一阶微分形式的不变性,会求函数的微分.

3. 了解高阶导数的概念,会求简单函数的高阶导数.

4. 会求分段函数的导数,会求隐函数和由参数方程所确定的函数以及反函数的导数.

5. 理解并会用罗尔(Rolle)定理、拉格朗日(Lagrange)中值定理和泰勒(Taylor)定理,了解并会用柯西(Cauchy)中值定理.

6. 掌握用洛必达法则求未定式极限的方法.

7. 理解函数的极值概念,掌握用导数判断函数的单调性和求函数极值的方法,掌握函数最大值和最小值的求法及其应用.

8. 会用导数判断函数图形的凹凸性(注:在区间 (a, b) 内,设函数 $f(x)$ 具有二阶导数.当 $f''(x) > 0$ 时, $f(x)$ 的图形是凹的;当 $f''(x) < 0$ 时, $f(x)$ 的图形是凸的),会求函数图形的拐点以及水平、铅直和斜渐近线,会描绘函数的图形.

9. 了解曲率、曲率圆与曲率半径的概念,会计算曲率和曲率半径.

2009 年大纲与 2008 年大纲比较

无变化

本章考查焦点

1. 洛必达法则求极限.

2. 导数的应用.

本章历年真题

1. (080115)求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[\sin x - \sin(\sin x)] \sin x}{x^4}$.

2. (070102)曲线 $y = \frac{1}{x} + \ln(1 + e^x)$ 渐近线的条数为()

(A)0. (B)1. (C)2. (D)3.

3. (070105)设函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上具有二阶导数, 且 $f''(x) > 0$, 令 $u_n = f(n) (n=1, 2, \dots)$, 则下列结论正确的是()

(A) 若 $u_1 > u_2$, 则 $\{u_n\}$ 必收敛.

(B) 若 $u_1 > u_2$, 则 $\{u_n\}$ 必发散.

(C) 若 $u_1 < u_2$, 则 $\{u_n\}$ 必收敛.

(D) 若 $u_1 < u_2$, 则 $\{u_n\}$ 必发散.

4. (070119)设函数 $f(x), g(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内且有二阶导数且存在相等的最大值, $f(a) = g(a), f(b) = g(b)$, 证明: 存在 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f''(\xi) = g''(\xi)$.

三、一元函数积分学

考试内容

原函数和不定积分的概念 不定积分的基本性质 基本积分公式 定积分的概念和基本性质 定积分中值定理 积分上限的函数及其导数 牛顿—莱布尼茨(Newton—Leibniz)公式 不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法 有理函数、三角函数的有理式和简单无理函数的积分 反常(广义)积分 定积分的应用

考试要求

1. 理解原函数的概念, 理解不定积分和定积分的概念.

2. 掌握不定积分的基本公式, 掌握不定积分和定积分的性质及定积分中值定理, 掌握换元积分法与分部积分法.

3. 会求有理函数、三角函数有理式和简单无理函数的积分.

4. 理解积分上限的函数, 会求它的导数, 掌握牛顿—莱布尼茨公式.

5. 了解反常积分的概念, 会计算反常积分.

6. 掌握用定积分表达和计算一些几何量与物理量(平面图形的面积、平面曲线的弧长、旋转体的体积及侧面积、平行截面面积为已知的立体体积、功、引力、压力、质心、形心等)及函数平均值.

2009 年大纲与 2008 年大纲比较

无变化

本章考查焦点

1. 用积分表达、计算几何量与物理量.

2. 积分上限的函数的导数.

3. 积分中值定理.

4. 积分的计算.

本章历年真题

1. (080101) 设函数 $f(x) = \int_0^{x^2} \ln(2+t) dt$, 则 $f'(x)$ 的零点个数为()

(A)0. (B)1. (C)2. (D)3.

2. (080118) 设 $f(x)$ 是连续函数.

(I) 利用定义证明函数 $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ 可导, 且 $F'(x) = f(x)$;

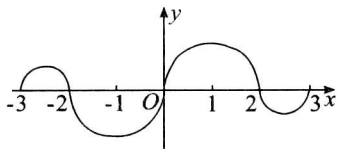
(II) 当 $f(x)$ 是以 2 为周期的周期函数时, 证明函数 $G(x) = 2 \int_0^x f(t) dt - x \int_0^2 f(t) dt$ 也是以 2 为周期的周期函数.

3. (070103) 如图, 连续函数 $y = f(x)$ 在区间 $[-3, -2]$, $[2, 3]$ 上的图形分别是直径为 1 的上、下半圆周, 在区间 $[-2, 0]$, $[0, 2]$ 上的图形分别是直径为 2 的下、上半圆周. 设 $F(x) = \int_0^x f(t) dt$, 则下列结论正确的是()

(A) $F(3) = -\frac{3}{4}F(-2)$. (B) $F(3) = \frac{5}{4}F(2)$.

$$(C) F(-3) = \frac{3}{4} F(2).$$

$$(D) F(-3) = -\frac{5}{4} F(-2).$$



$$4. (070111) \int_1^2 \frac{1}{x^3} e^{\frac{1}{x}} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

四、向量代数和空间解析几何

考试内容

向量的概念 向量的线性运算 向量的数量积和向量积 向量的混合积 两向量垂直、平行的条件 两向量的夹角 向量的坐标表达式及其运算 单位向量 方向数与方向余弦 曲面方程和空间曲线方程的概念 平面方程、直线方程 平面与平面、平面与直线、直线与直线的夹角以及平行、垂直的条件 点到平面和点到直线的距离 球面 柱面 旋转曲面 常用的二次曲面方程及其图形 空间曲线的参数方程和一般方程 空间曲线在坐标面上的投影曲线方程

考试要求

1. 理解空间直角坐标系,理解向量的概念及其表示.
2. 掌握向量的运算(线性运算、数量积、向量积、混合积),了解两个向量垂直、平行的条件.
3. 理解单位向量、方向数与方向余弦、向量的坐标表达式,掌握用坐标表达式进行向量运算的方法.
4. 掌握平面方程和直线方程及其求法.
5. 会求平面与平面、平面与直线、直线与直线之间的夹角,并会利用平面、直线的相互关系(平行、垂直、相交等)解决有关问题.
6. 会求点到直线以及点到平面的距离.
7. 了解曲面方程和空间曲线方程的概念.
8. 了解常用二次曲面的方程及其图形,会求简单的柱面和旋转