

高等教育自学考试 全国统一命题考试

# 高等数学(一)(二) 试题汇编

(1994—2003年)

全国高等教育自学考试指导委员会办公室 编

高等教育自学考试全国统一命题考试

高等数学 (一) (二)  
试题汇编

(1994—2003 年)

全国高等教育自学考试指导委员会办公室 编

经济科学出版社

责任编辑：王蜀伟 王东岗  
责任校对：董蔚挺 王肖楠  
版式设计：波视墨道  
技术编辑：潘泽新

## 高等数学（一）（二）试题汇编

1994—2003 年

全国高等教育自学考试指导委员会办公室 编  
经济科学出版社出版、发行 新华书店经销  
社址：北京海淀区阜成路甲 28 号 邮编：100036  
总编室电话：88191217 发行部电话：88191540

网址：[www.esp.com.cn](http://www.esp.com.cn)

电子邮件：[esp@esp.com.cn](mailto:esp@esp.com.cn)

永恒印刷有限公司印装

787×1092 16 开 18.5 印张 400000 字

2003 年 5 月第一版 2003 年 5 月第一次印刷

印数：0001—5000 册

ISBN 7-5058-3475-4/G·511 定价：24.70 元

（图书出现印装问题，本社负责调换）

（版权所有 翻印必究）

**图书在版编目 (CIP) 数据**

高等数学 (一) (二) 试题汇编: 1994—2003 年/全国高等教育自学考试指导委员会办公室编. —北京: 经济科学出版社, 2003.5

高等教育自学考试全国统一命题考试

ISBN 7-5058-3475-4

I. 高… II. 全… III. 高等数学—高等教育—自学考试—试题 IV. 013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 017059 号

## 郑重声明

《高等教育自学考试全国统一命题考试试题汇编》系列图书，由全国高等教育自学考试指导委员会办公室授权，经济科学出版社独家出版，经济科学出版社总发行。为了维护《中华人民共和国著作权法》的尊严，对于一切形式的侵权行为，必将依法追究侵权者的法律责任。

全国扫黄打非办公室电话：010—65233456

全国出版物市场监管局电话：010—65231148

# 前 言

---

为了完善自学考试的教育功能，促进自学应考者的学习，我们将近年来高等教育自学考试全国统考的公共课程和部分专业课程的试题分类汇编出版，以满足广大自学应考者、辅导老师和自学考试研究人员的需求。

我们希望通过出版试题汇编，一方面可以完整地保存自学考试试题资料；另一方面，有利于命题人员研究试题，更加准确地把握标准，提高命题水平。同时，我们也希望通过试题汇编的出版，帮助广大自学应考者了解历年试题情况，并结合学习中存在的问题，有针对性地加强练习，提高学习能力。

在整理和编辑的过程中，我们力求保持资料的完整性和准确性，但难免有所疏漏，恳请读者指正。

编者

2003年4月

# 目 录

## 高等数学 (一)

<b>1994 年上半年试题</b> .....	(1)
1994 年上半年试题参考答案 .....	(5)
<b>1994 年下半年试题</b> .....	(8)
1994 年下半年试题参考答案 .....	(12)
<b>1995 年上半年试题</b> .....	(15)
1995 年上半年试题参考答案 .....	(19)
<b>1995 年下半年试题</b> .....	(22)
1995 年下半年试题参考答案 .....	(26)
<b>1996 年上半年试题</b> .....	(29)
1996 年上半年试题参考答案 .....	(33)
<b>1996 年下半年试题</b> .....	(36)
1996 年下半年试题参考答案 .....	(40)
<b>1997 年上半年试题</b> .....	(43)
1997 年上半年试题参考答案 .....	(47)
<b>1997 年下半年试题</b> .....	(50)
1997 年下半年试题参考答案 .....	(54)
<b>1998 年上半年试题</b> .....	(57)
1998 年上半年试题参考答案 .....	(61)

1998 年下半年试题 .....	(64)
1998 年下半年试题参考答案 .....	(68)
1999 年上半年试题 .....	(71)
1999 年上半年试题参考答案 .....	(75)
1999 年下半年试题 .....	(78)
1999 年下半年试题参考答案 .....	(82)
2000 年上半年试题 .....	(84)
2000 年上半年试题参考答案 .....	(88)
2000 年下半年试题 .....	(91)
2000 年下半年试题参考答案 .....	(95)
2001 年上半年试题 .....	(98)
2001 年上半年试题参考答案 .....	(102)
2001 年下半年试题 .....	(104)
2001 年下半年试题参考答案 .....	(108)
2002 年 1 月试题 .....	(111)
2002 年 1 月试题参考答案 .....	(114)
2002 年上半年试题 .....	(117)
2002 年上半年试题参考答案 .....	(121)
2002 年 7 月试题 .....	(123)
2002 年 7 月试题参考答案 .....	(127)
2002 年下半年试题 .....	(129)
2002 年下半年试题参考答案 .....	(133)
2003 年 1 月试题 .....	(135)
2003 年 1 月试题参考答案 .....	(139)

## 高等数学(二)

1994 年上半年试题 .....	(143)
1994 年上半年试题参考答案 .....	(147)
1994 年下半年试题 .....	(150)
1994 年下半年试题参考答案 .....	(154)
1995 年上半年试题 .....	(157)
1995 年上半年试题参考答案 .....	(161)
1995 年下半年试题 .....	(164)
1995 年下半年试题参考答案 .....	(168)
1996 年上半年试题 .....	(171)
1996 年上半年试题参考答案 .....	(175)
1996 年下半年试题 .....	(178)
1996 年下半年试题参考答案 .....	(182)



<b>1997 年上半年试题</b> .....	(185)
1997 年上半年试题参考答案 .....	(189)
<b>1997 年下半年试题</b> .....	(192)
1997 年下半年试题参考答案 .....	(196)
<b>1998 年上半年试题</b> .....	(198)
1998 年上半年试题参考答案 .....	(201)
<b>1998 年下半年试题</b> .....	(204)
1998 年下半年试题参考答案 .....	(207)
<b>1999 年上半年试题</b> .....	(210)
1999 年上半年试题参考答案 .....	(213)
<b>1999 年下半年试题</b> .....	(216)
1999 年下半年试题参考答案 .....	(219)
<b>2000 年上半年试题</b> .....	(222)
2000 年上半年试题参考答案 .....	(225)
<b>2000 年上半年试题 (军需管理专业)</b> .....	(228)
2000 年上半年试题 (军需管理专业) 参考答案 .....	(231)
<b>2000 年下半年试题</b> .....	(234)
2000 年下半年试题参考答案 .....	(237)
<b>2001 年上半年试题</b> .....	(239)
2001 年上半年试题参考答案 .....	(242)
<b>2001 年下半年试题</b> .....	(245)
2001 年下半年试题参考答案 .....	(248)
<b>2002 年 1 月试题</b> .....	(251)
2002 年 1 月试题参考答案 .....	(254)
<b>2002 年上半年试题 (四川卷)</b> .....	(257)
2002 年上半年试题 (四川卷) 参考答案 .....	(260)
<b>2002 年上半年试题</b> .....	(263)
2002 年上半年试题参考答案 .....	(266)
<b>2002 年 7 月试题</b> .....	(269)
2002 年 7 月试题参考答案 .....	(272)
<b>2002 年下半年试题</b> .....	(275)
2002 年下半年试题参考答案 .....	(278)
<b>2003 年 1 月试题</b> .....	(281)
2003 年 1 月试题参考答案 .....	(284)



- C. 必要条件  
D. 无关条件
8. 函数  $f(x) = \frac{x-3}{x^2-3x+2}$  的间断点是 ( )  
A.  $x=1, x=2$   
B.  $x=3$   
C.  $x=1, x=2, x=3$   
D. 无间断点
9. 方程  $x^3+2x^2-x-2=0$  在  $-3, +2$  之间 ( )  
A. 有一个实根  
B. 有 2 个实根  
C. 至少有一个实根  
D. 无实根
10.  $[\operatorname{arctg}(-2x)]' =$  ( )  
A.  $\frac{1}{1+4x^2}$   
B.  $\frac{1}{1-4x^2}$   
C.  $-\frac{2}{1+4x^2}$   
D.  $-\frac{2}{1-4x^2}$
11. 设  $y = e^x + e^{-x}$ , 则  $y^{(n)} =$  ( )  
A.  $e^x + e^{-x}$   
B.  $e^x - e^{-x}$   
C.  $e^x + (-1)^n e^{-x}$   
D.  $e^x + (-1)^{n-1} e^{-x}$
12. 设函数  $y = f(x)$  可微, 则当  $\Delta x \rightarrow 0$  时,  $\Delta y - dy$  与  $\Delta x$  相比, 是 ( )  
A. 与  $\Delta x$  等价的无穷小量  
B. 与  $\Delta x$  同阶(不等价)的无穷小量  
C. 比  $\Delta x$  更低阶的无穷小量  
D. 比  $\Delta x$  更高阶的无穷小量
13.  $d(\sin 2x) =$  ( )  
A.  $\cos 2x dx$   
B.  $-\cos 2x dx$   
C.  $2\cos 2x dx$   
D.  $-2\cos 2x dx$
14. 在区间  $[-1, 1]$  上, 下列函数中不满足罗尔定理的是 ( )  
A.  $f(x) = e^{x^2} - 1$   
B.  $f(x) = \ln(1+x^2)$   
C.  $f(x) = \sqrt{x}$   
D.  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$
15. 函数  $f(x) = x^3 + 2x$  在区间  $[0, 1]$  上满足拉格朗日定理, 则定理中的  $\xi =$  ( )  
A.  $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}$   
B.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$   
C.  $-\frac{1}{\sqrt{3}}$   
D.  $\sqrt{3}$
16. 下列极限中, 不能使用洛必达法则的有 ( )  
A.  $\lim_{x \rightarrow 1} x \frac{1}{1-x}$   
B.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x}$   
C.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$   
D.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \frac{x-a}{x+a}$
17.  $f'(x_0) = 0, f''(x_0) > 0$  是函数  $y = f(x)$  在点  $x = x_0$  处有极值的一个 ( )  
A. 必要条件  
B. 充分必要条件  
C. 充分条件  
D. 无关条件
18. 函数  $y = x^2 + 1$  在区间  $(-1, 1)$  上的最大值是 ( )  
A. 0  
B. 1  
C. 2  
D. 不存在
19. 曲线  $y = |x+2|$  在区间  $(0, 4)$  内 ( )  
A. 上凹  
B. 下凹

C. 既有上凹又有下凹

D. 直线段

20. 函数  $y = \frac{4(x+1)^2}{x^2+2x+4}$  的水平渐近线方程为 ( )

A.  $y = 1$

B.  $y = 2$

C.  $y = 4$

D. 不存在

21. 函数的 ( ) 原函数, 称为不定积分 ( )

A. 任意一个

B. 所有

C. 某一个

D. 惟一

22.  $\int 3^x e^x dx =$  ( )

A.  $(3e)^x (1 + \ln 3) + c$

B.  $\frac{(3e)^x}{1 + \ln 3} + c$

C.  $3e^x \ln 3 + c$

D.  $\frac{3e^x}{\ln 3} + c$

23.  $\int \frac{x dx}{\sqrt{1+x^2}} =$  ( )

A.  $\arctg x + c$

B.  $\ln|x + \sqrt{1+x^2}| + c$

C.  $\sqrt{1+x^2} + c$

D.  $\frac{1}{2} \ln|1+x^2| + c$

24.  $\int \frac{2x}{x^2-2x+5} dx = \int \frac{2x-2+2}{(x-1)^2+4} dx =$  ( )

A.  $\ln|x^2-2x+5| + 2\arctg \frac{x-1}{2} + c$

B.  $\ln|x^2-2x+5| + \arctg \frac{x-1}{2} + c$

C.  $\ln|x^2-2x+5| + 2\arctg \frac{x-1}{4} + c$

D.  $\ln|x^2-2x+5| + \frac{1}{2}\arctg \frac{x-1}{4} + c$

25.  $\int_0^1 e^x dx$  与  $\int_0^1 e^{x^2} dx$  相比, 有关系式 ( )

A.  $\int_0^1 e^x dx < \int_0^1 e^{x^2} dx$

B.  $\int_0^1 e^x dx > \int_0^1 e^{x^2} dx$

C.  $\int_0^1 e^x dx = \int_0^1 e^{x^2} dx$

D.  $[\int_0^1 e^x dx]^2 = \int_0^1 e^{x^2} dx$

26.  $\int_{\frac{\pi}{2}}^x \left(\frac{\sin x}{x}\right)' dx =$  (其中  $x > \frac{\pi}{2}$ ) ( )

A.  $\frac{\sin x}{x}$

B.  $\frac{\sin x}{x} + c$

C.  $\frac{\sin x}{x} - \frac{2}{\pi}$

D.  $\frac{\sin x}{x} - \frac{2}{\pi} + c$

27. 若  $\int_0^1 \frac{1}{x^q} dx$  收敛, 则 ( )

A.  $q \geq 1$

B.  $q > 1$

C.  $q \leq 1$

D.  $q < 1$

28. 利用级数收敛时其一般项必趋于 0 的性质, 指出下面哪一个级数一定发散 ( )

A.  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{3^n}$

B.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n2^n}{3^n}$

C.  $\sum_{n=1}^{\infty} \arctg \frac{1}{n^2}$

D.  $1 - \frac{3}{2} + \frac{4}{3} - \dots + (-1)^{n+1} \frac{n+1}{n} + \dots$

29. 下列级数中收敛的是 ( )

A.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2n+1}}$

B.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3n+1}$

C.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{q^n} (|q| < 1)$

D.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{3^n}$

30. 在下面级数中, 绝对收敛的级数是 ( )

A.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2n+1}}$

B.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{3}{2}\right)^n$

C.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{n^3}}$

D.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n-1}{n}$

31. 方程  $(1-x^2)y - xy' = 0$  的通解是 ( )

A.  $y = c\sqrt{1-x^2}$

B.  $y = \frac{c}{\sqrt{1-x^2}}$

C.  $y = cxe^{-\frac{1}{2}x^2}$

D.  $y = -\frac{1}{2}x^3 + cx$

32. 由马克劳林公式, 函数  $f(x) = (1+x)e^{-x}$  的  $x$  幂展开式的前三项是 ( )

A.  $1+x+\frac{x^2}{2}$

B.  $1+x-\frac{x^2}{2}$

C.  $1+0x-\frac{x^2}{2}$

D.  $1+0x+\frac{x^2}{2}$

33. 点  $M(2, -3, 1)$  关于坐标原点的对称点是 ( )

A.  $(-2, 3, -1)$

B.  $(-2, -3, -1)$

C.  $(2, -3, -1)$

D.  $(-2, 3, 1)$

34. 请检验下列各点, 哪一点在球面  $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$  上. ( )

A.  $(1, 0, 1)$

B.  $(2, 0, 2)$

C.  $(1, 1, 1)$

D.  $(1, 1, 2)$

35. 二元函数  $z = \arcsin(1-y) + \ln(x-y)$  的定义域为 ( )

A.  $|1-y| \leq 1$  且  $x-y > 0$

B.  $|1-y| < 1$  且  $x-y > 0$

C.  $|1-y| \leq 1$  且  $x-y \geq 0$

D.  $|1-y| < 1$  且  $x-y \geq 0$

36. 设  $z = \cos x^2 y$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial y} =$  ( )

A.  $\sin x^2 y$

B.  $x^2 \sin x^2 y$

C.  $-\sin x^2 y$

D.  $-x^2 \sin x^2 y$

37. 函数  $f(x, y) = 2(x-y) + x^2 - y^2$  的驻点为 ( )

A.  $(1, 1)$

B.  $(-1, 1)$

C.  $(1, -1)$

D.  $(-1, -1)$

38. 二重积分  $\iint_{\substack{0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1}} xy dx dy =$  ( )

A. 1

B.  $\frac{1}{2}$

C.  $\frac{1}{4}$

D. 2

39. 设二重积分的积分区域  $D$  是  $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$ , 则  $\iint_D dx dy =$  ( )

A.  $\pi$ B.  $4\pi$ C.  $3\pi$ D.  $15\pi$ 

40. 微分方程  $y' + \frac{y}{x} = \frac{1}{x(x^2+1)}$  的通解为 ( )

A.  $\arctg x + c$ B.  $\frac{1}{x} (\arctg x + c)$ C.  $\frac{1}{x} \arctg x + c$ D.  $\arctg x + \frac{c}{x}$ 

## 二、计算题 (每小题 4 分, 共 12 分)

1. 计算不定积分  $\int e^x \sqrt{3+2e^x} dx$ 。

2. 将函数  $f(x) = \frac{1}{3-x}$  展为  $x-1$  的幂级数。

3. 求方程  $(xy^2+x) dx + (y-x^2y) dy=0$  的通解。

## 三、计算题 (每小题 7 分, 共 28 分)

1. 设  $f(x) = \begin{cases} 3x+2, & x \leq 0 \\ x^2+1, & 0 < x \leq 1 \\ \frac{2}{x}, & 1 < x \end{cases}$  分别讨论  $x \rightarrow 0$  及  $x \rightarrow 1$  时  $f(x)$  的极限是否存在。

2. 设  $y = \frac{\cos x}{e^x} - 3(1+x^2) \arctg x$ , 求  $y'(0)$ 。

3. 计算  $\int e^{\sqrt{2x+1}} dx$ 。

4. 设  $u = e^{z+\frac{z}{y}}$ , 求  $du$ 。

## 四、应用题 (每小题 8 分, 共 16 分)

1. 从直径为  $d$  的圆形树干中切出横断面为矩形的梁, 此矩形的底等于  $b$ , 高为  $h$ , 若梁的强度与  $bh^2$  成正比, 问梁的横断面尺寸如何, 其强度最大。

2. 求由  $y=2x$ ,  $y=\frac{x}{2}$ ,  $x+y=2$  围成图形的面积。

## 五、证明题 (本题 4 分)

设  $y(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$  证明:  $y'(x)$  在点  $x=0$  处不连续。

# 1994 年上半年试题参考答案

## 一、单项选择题

1. B

2. A

3. A

4. D

5. C

6. D

7. B

8. A

9. C

10. C

11. C

12. D

- |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 13. C | 14. C | 15. B | 16. B | 17. C | 18. D |
| 19. D | 20. C | 21. B | 22. B | 23. C | 24. B |
| 25. B | 26. C | 27. D | 28. D | 29. D | 30. C |
| 31. C | 32. C | 33. A | 34. C | 35. A | 36. D |
| 37. D | 38. C | 39. C | 40. B |       |       |

## 二、计算题

1. 解  $\int e^x \sqrt{3+2e^x} dx = \int \sqrt{3+2e^x} de^x = \frac{1}{2} \int \sqrt{3+2e^x} d(3+2e^x)$   
 $= \frac{1}{3} (3+2e^x)^{\frac{3}{2}} + c$

2. 解  $f(x) = \frac{1}{3-x} = \frac{1}{2-(x-1)} = \frac{1}{2} \frac{1}{1-\frac{x-1}{2}}$   
 $= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{n-1}}{2^n}, x \in (-1, 3)$

3. 解 原方程即  $\frac{x}{x^2-1} dx = \frac{y}{y^2+1} dy$   
 两端积分  $\ln|x^2-1| = \ln(y^2+1) + \ln c$   
 $\therefore$  通解为  $x^2-1 = c(y^2+1)$  ( $c$  为任意常数)。

## 三、计算题

1. 解 (1)  $x \rightarrow 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (3x+2) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2+1) = 1$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \text{ 不存在}$$

(2)  $x \rightarrow 1$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2+1) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{2}{x}\right) = 2$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$$

2. 解  $y' = \frac{-e^x \sin x - e^x \cos x}{e^{2x}} - 3 [2x \arctg x + (1+x^2) \cdot \frac{1}{1+x^2}]$   
 $= \frac{-(\sin x + \cos x)}{e^x} - 3 (2x \arctg x + 1)$

$$\therefore y'(0) = \frac{-1}{1} - 3 = -4$$

3. 解 设  $t = \sqrt{2x+1}, x = \frac{1}{2}(t^2-1), dx = t dt$

$$\text{原式} = \int e^t t dt = \int t d(e^t) = t e^t - \int e^t dt$$

$$= te^t - e^t + c = (\sqrt{2x+1} - 1) e^{\sqrt{2x-1}} + c \quad (c \text{ 为任意常数}).$$

$$\begin{aligned} 4. \text{ 解 } du &= e^{z-\frac{x}{y}} \cdot d\left(z + \frac{x}{y}\right) = e^{z-\frac{x}{y}} \left[ dz + d\left(\frac{x}{y}\right) \right] \\ &= e^{z-\frac{x}{y}} \left[ dz + \frac{ydx - xdy}{y^2} \right] = \frac{1}{y} e^{z-\frac{x}{y}} dx - \frac{x}{y^2} e^{z-\frac{x}{y}} dy + e^{z-\frac{x}{y}} dz \end{aligned}$$

#### 四、应用题

$$\begin{aligned} 1. \text{ 解 } & \because b^2 + h^2 = d^2 \\ & \therefore h^2 = d^2 - b^2 \\ & \text{考虑函数 } f(b) = bh^2 = b(d^2 - b^2) \\ & \text{何时取最大值} \\ & \text{求 } f'(b) = d^2 - 3b^2 \\ & \text{令 } f'(b) = 0 \text{ 得 } b = \frac{d}{\sqrt{3}} \text{ (只取正值)} \\ & \therefore f''(b) = -6b < 0 \\ & \therefore f\left(\frac{d}{\sqrt{3}}\right) \text{ 为最大值} \end{aligned}$$

因此, 当矩形断面的底  $b = \frac{d}{\sqrt{3}}$ , 高  $h = \sqrt{\frac{2}{3}}d$  时, 其强度最大。

$$\begin{aligned} 2. \text{ 解 } & \text{由 } \begin{cases} x + y = 2 \\ y = 2x \end{cases} \quad \text{得 } x = \frac{2}{3} \\ & \text{由 } \begin{cases} x + y = 2 \\ y = \frac{x}{2} \end{cases} \quad \text{得 } x = \frac{4}{3} \\ & \therefore S = \int_0^{\frac{2}{3}} \left(2x - \frac{x}{2}\right) dx + \int_{\frac{2}{3}}^{\frac{4}{3}} \left[(2-x) - \frac{x}{2}\right] dx \\ & = \frac{3}{2} \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^{\frac{2}{3}} + \left(2x - \frac{3}{2} \cdot \frac{x^2}{2}\right) \Big|_{\frac{2}{3}}^{\frac{4}{3}} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

#### 五、证明题

证 根据导数的定义可求得

$$y'(0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{y(0 + \Delta x) - y(0)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta x \sin \frac{1}{\Delta x} = 0$$

在  $x \neq 0$  时

$$y'(x) = 2x \sin \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x}$$

可见  $\lim_{x \rightarrow 0} y'(x)$  不存在, 这表示  $y'(x)$  在  $x=0$  点不连续。

证毕。



## 1994 年下半年试题

一、单项选择题（在每小题的 4 个备选答案中选出 1 个正确的，将其字母代号填在题干后的括号内。每小题 1 分，共 40 分）

1. 设  $f(x) = \ln 2$ ，则  $f(x+1) - f(x) =$  ( )  
 A.  $\ln \frac{3}{2}$                       B.  $\ln 2$                       C.  $\ln 3$                       D. 0
2. 若  $f(x-a) = x(x-a)$ ，( $a$  为大于零的常数)，则  $f(x) =$  ( )  
 A.  $x(x-a)$                       B.  $x(x+a)$   
 C.  $(x-a)(x+a)$                       D.  $(x-a)^2$
3. 设  $f(x) = \ln x$ ， $g(x) = x+2$ ，则  $f[g(x)]$  的定义域是 ( )  
 A.  $(-2, +\infty)$                       B.  $[-2, +\infty)$   
 C.  $(-\infty, 2)$                       D.  $(-\infty, 2]$
4. 设  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内定义，则下列函数中必为奇函数的是 ( )  
 A.  $y = |f(x)|$                       B.  $y = -|f(x)|$   
 C.  $y = c$                       D.  $y = xf(x^2)$
5. 在  $R$  上，下列函数中为周期函数的是 ( )  
 A.  $\sin x^2$                       B.  $\sin 2x$                       C.  $x \cos x$                       D.  $\arcsin x$
6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{x} =$  ( )  
 A. 0                      B. 1                      C.  $\frac{1}{2}$                       D. 2
7.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{n})^{2n} =$  ( )  
 A.  $e$                       B.  $e^2$                       C.  $e^4$                       D.  $e^{\frac{1}{2}}$
8. 函数  $y = f(x)$  在  $x = a$  点连续是  $f(x)$  在  $x = a$  有极限的 ( )  
 A. 充分必要条件                      B. 充分条件  
 C. 必要条件                      D. 无关条件
9. 根据函数在一点处连续和可导的关系，可知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & x \leq 0 \\ 2x & 0 < x < 1 \\ \frac{1}{x} & x \geq 1 \end{cases}$  的不可导点是 ( )