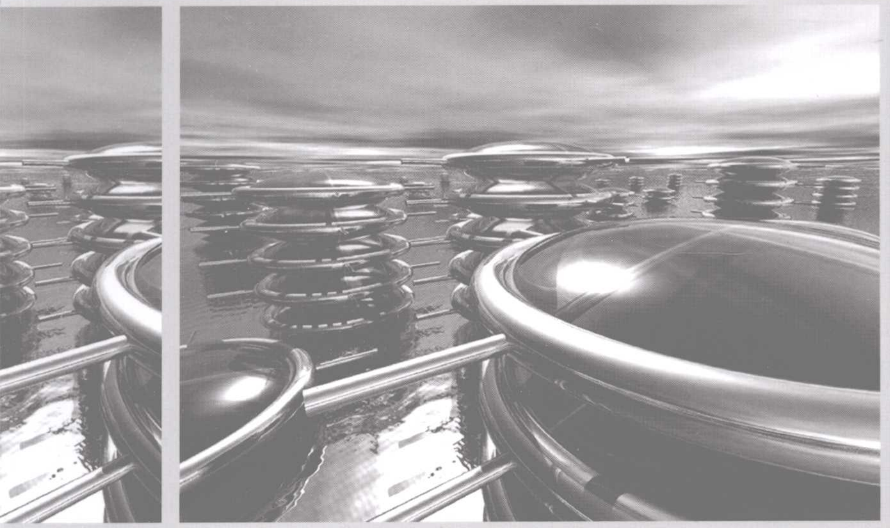
21世纪普通高等教育基础课规划教材

工科物理

戴剑锋　李维学　王青　编



上册

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

21 世纪普通高等教育基础课规划教材

工 科 物 理

上 册

戴剑锋 李维学 王 青 编
王春恒 审

机 械 工 业 出 版 社

本书根据教育部高等学校理工科非物理类专业大学物理课程基本要求和国内工科物理教材改革动态，并结合编者多年教学经验编写而成，特别强调物理知识在工程技术中的应用。全书共分为上、下两册，上册包括：力学、相对论基础和电磁学；下册包括：热学、振动、波动、光学和量子物理基础。本书配有多媒体电子教案，用户可在机械工业出版社教材服务网(www.cmpedu.com)上注册下载。

本书可作为各类工科本科院校的物理课教材，还可作为一般读者了解物理知识与工程技术的参考读物。

图书在版编目(CIP)数据

工科物理．上册/戴剑锋，李维学，王青编．—北京：机械工业出版社，2009.1

21世纪普通高等教育基础课规划教材

ISBN 978-7-111-25499-7

Ⅰ．工…　Ⅱ．①戴…②李…③王…　Ⅲ．物理学—高等学校—教材　Ⅳ．04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第173524号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号　邮政编码100037)

责任编辑：张金奎　版式设计：霍永明　责任校对：陈延翔

封面设计：鞠　杨　责任印制：洪汉军

北京铭成印刷有限公司印刷

2009年1月第1版第1次印刷

184mm×260mm·16印张·395千字

标准书号：ISBN 978-7-111-25499-7

定价：24.00元

前　　言

本书是作者根据教育部最新修订的高等学校理工科非物理类专业大学物理课程基本要求和国内工科物理教材改革动态，并结合编者多年教学经验编写而成。编写过程中参考了国内同类的大学物理优秀教材，特别强调物理知识在工程技术中的应用，从而使内容体系安排更趋合理和丰富。

本书内容安排科学、合理，富于启发性和实用性。编者力求使物理概念阐述清楚，简洁得当，内容条理清晰，层次分明，深入浅出，通俗易懂；加强基础物理知识，拓宽近代物理应用；用物理学原理分析工程实际问题，强调物理知识在工程技术中的应用。本书适当删减了部分中学物理所学过的内容，注重培养学生理解问题、分析问题和解决问题的能力，每章均精选了适量的例题和习题。

全书共分为上、下两册，上册包括：力学、相对论基础和电磁学；下册包括：热学、振动、波动、光学和量子物理基础。本书配有多媒体电子教案，用户可在机械工业出版社教材服务网(www.cmpedu.com)上注册下载。本书由戴剑锋教授、李维学教授和王青教授共同完成。执笔分工如下：第一章至第四章由李维学编写；第五章由王青编写；第六章、第七章由戴剑锋编写；全书由戴剑锋教授负责统稿和定稿。王春恒教授仔细审阅了全书。

在编写的过程中，物理系的部分教师与乜伟、夏咏梅、李新丽、焦鲲、金辉、徐莺歌等研究生给予了作者很大的帮助，提出了许多宝贵意见，在此，对他们表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，不足之处在所难免，恳请读者批评指正。

编　者

2008.8

目　录

前言

绪论 …… 1

第一章　质点运动学 …… 6

第一节　描述质点运动的基本概念和物理量 …… 6

第二节　几种典型的质点运动 …… 12

习题 …… 22

第二章　质点动力学 …… 24

第一节　牛顿运动定律 …… 24

第二节　冲量和动量 …… 30

第三节　功和能 …… 35

习题 …… 45

第三章　刚体与流体 …… 49

第一节　刚体定轴转动运动学 …… 49

第二节　转动定律 …… 53

第三节　刚体定轴转动中的功和能 …… 59

第四节　冲量矩和角动量 …… 62

第五节　理想流体　伯努利方程 …… 68

习题 …… 73

第四章　相对论基础 …… 78

第一节　伽利略变换与经典力学时空观 …… 78

第二节　狭义相对论的基本假设　洛伦兹变换 …… 82

第三节　狭义相对论的时空观 …… 87

第四节　狭义相对论动力学 …… 93

第五节　广义相对论简介 …… 97

习题 …… 100

第五章　静电场 …… 103

第一节　电荷　库仑定律 …… 103

第二节　电场　电场强度 …… 107

第三节　电通量　高斯定理 …… 114

第四节　静电场的环流定理　电势 …… 124

第五节　电场强度与电势的微分关系 …… 131

第六节　静电场中的导体 …… 134

第七节　电介质中的静电场 …… 142

第八节　导体的电容　电容器 …… 150

第九节　静电场的能量 …… 154

习题 …… 157

第六章　稳恒磁场 …… 162

第一节　磁场　磁感应强度 …… 162

第二节　磁感应线　磁通量　磁场的高斯定理 …… 164

第三节　毕奥-萨伐尔-拉普拉斯定律 …… 166

第四节　磁场强度　安培环路定理 …… 173

第五节　磁场对电流的作用　安培定律 …… 176

第六节　磁场对运动电荷的作用 …… 184

第七节　磁场中的磁介质 …… 192

习题 …… 202

第七章　电磁感应及电磁场理论 …… 206

第一节　电源电动势 …… 206

第二节　电磁感应的基本定律 …… 207

第三节　动生电动势和感生电动势 …… 213

第四节　自感和互感 …… 222

第五节　电磁场理论的基本概念 …… 227

习题 …… 237

习题答案 …… 241

参考文献 …… 251

绪　论

一、物理学的研究对象

目前，人们认识到自然界的物质有两大类：一类是由基本粒子组成的实物，如日、月、星辰、原子、电子等；另一类是场，如电场、磁场、重力场和引力场等。这些物质都在不断地运动着、变化着，绝对不动的物质是不存在的。物质运动形式是多种多样的，对各种不同的物质运动形式的研究，形成了自然科学的各个分科。

物理学是研究物质的基本结构和最基本、最普遍的运动形式所遵循规律的一门学科。这些最基本、最普遍的运动形式包括机械运动、分子热运动、电磁运动、原子和原子核内的运动等，对应的物理学分支是力学和声学、热学、电磁学和光学、原子和原子核物理等。

由于机械运动便于直接观察，声音与听觉有关，光现象与视觉有关，热现象也与人的感觉有关，所以力学、声学、光学、热学发展得较早，电磁学与直接感觉联系得较少，直到19世纪，才成为物理学的独立分支。从发展时间上看，力学、声学、热学、电磁学和光学的基本理论在19世纪之前(约在1900年之前)建立，统称为**经典物理学**。自20世纪以后发展起来的相对论和量子力学等称为**近代物理学**。它们的研究对象分别为高速(与真空中的光速相近)运动现象和原子内部等微观领域所遵循的运动规律。相对论和量子力学是近代物理学的两个最重要的分支，它们是近代物理学的基石。

二、物理学与工程技术

物理学是自然科学的基础，也是工程技术的主要源泉。工程技术广泛地应用着物理学中的有关知识。物理学中的每一个重大发现几乎都会导致生产技术上的许多重大突破，人们常说的几次工业革命无不与物理学密切相关。在17、18世纪，由于牛顿力学的建立和热力学的发展，不仅有力地推动了其他学科的进展，而且适应了研制蒸汽机和发展机械工业的社会需要，引起了第一次工业革命，极大地改变了工业生产的面貌。到了19世纪，电磁理论的建立，使人们制造出了发电机、电动机、电话、电报等电器设备，引起了工业电气化，使人类进入了应用电能的时代，这就是第二次工业革命。电磁波的发现和半导体材料的研制成功，诞生了电子技术这门应用学科，从而使广播、电视、雷达、通信、计算机等行业异军突起。近代物理学的发展，为半导体、原子能、激光、量子器件的发现奠定了基础。人类进入了以航天技术、微电子技术、光电子技术、生物技术、计算机及信息技术等高新技术为主要内容的新时代。物理学是当代工程技术的重大支柱，是许多工程技术如机械制造、土木建筑、采矿、水利、勘探、电工、无线电、材料、计算机、航空和火箭等技术的理论基础。

大学工科物理包括经典物理学和近代物理学中的相对论和量子力学基础等内容。工科大学生通过学习，能对物质最普遍、最基本的运动形式及其规律有较系统的认识，树立辩证唯物主义世界观，掌握物理学中的基本概念和规律以及研究问题的方法，在科学实验能力、计算能力和抽象思维能力等方面受到严格的训练，培养用物理原理分析工程技术问题的能力，为将来工作打下坚实的基础。

三、国际单位制和量纲

在确定各物理量的单位时，先选定少数几个物理量作为**基本量**，并人为地规定它们的单位，这样的单位叫**基本单位**。其他的物理量都可以根据一定的代数式从基本量导出，这些物理量叫**导出量**。导出量的单位都是基本单位的组合，叫**导出单位**。基本单位和由它们组成的导出单位构成一套单位制。由于基本单位的选择不同，就组成了不同的单位制。

1960 年第 11 届国际计量大会通过并建议世界各国采用的单位制叫国际单位制，简称国际制，国际代号为 SI。国际单位制也是我国政府规定的我国实行的计量制度。

在国际单位制中，规定了七个基本量的基本单位，它们是：米(m)、千克（kg)、秒(s)、安[培](A)、开[尔文](K)、摩[尔](mol)、坎[德拉](cd)。

“秒(s)”是国际单位制的时间单位。1s 的定义是：铯的一种同位素^{133}Cs 原子发出的一个特征频率光波周期的 9192631770 倍。

“米(m)”是国际单位制长度单位。1983 年国际上规定：1m 是光在真空中 1/299792458 秒内所经过的距离。

“千克(kg)”是国际单位制质量单位。现在仍用“千克标准原器”的质量来规定。千克标准原器是用铂铱合金制造的一个金属圆柱体，保存在巴黎度量衡局的地窖中。它的质量规定为 1kg。为了比较方便起见，许多国家都有它的精确的复制品。

“安培(A)”是国际单位制电流单位。1A 是指，一恒定电流，若保持在处于真空中相距 1m 的两无限长而圆截面可忽略的平行直导线内，则在此两导线之间产生的力在每米长度上等于 2×10^{7}N。

“开尔文(K)”是国际单位制热力学温度的单位。热力学温度单位开尔文是水的三相点热力学温度的 1/273.16。

“摩尔(mol)”是国际单位制物质的量的单位。摩尔是一系统的物质的量，该系统中所含的基本单元数与 0.012kg 碳-12 的原子数目相等。在使用摩尔时，基本单元应予指明，可以是原子、分子、离子、电子及其他粒子，或是这些粒子的特定组合。

“坎德拉(cd)”是国际单位制发光强度的单位。坎德拉是一光源在给定方向的发光强度，该光源发出频率为 540×10^{12} Hz 的单色辐射，且在此方向辐射强度为 1/683W 每球面度。

另外，国际单位制还规定了两个辅助单位，它们是：平面角单位弧度(rad)和立体角单位球面度(sr)。

“弧度(rad)”是圆内两条半径之间的平面角，这两条半径在圆周上截取的弧长与半径相等。

“球面度(sr)”是一立体角，其顶点位于球心，而它在球面上所截取的面积等于以球半径为边长的正方形面积。

有了基本单位，就可以由它们构成导出量的单位。如速度的单位由速度定义式推导，即为长度单位与时间单位的比值，读作米每秒，符号是 $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$。加速度的单位由加速度定义式推导，即为速度的单位与时间单位的比值，读作米每二次方秒，符号是 $\mathrm{m\cdot s^{-2}}$。属于这种形式的单位称为组合单位。

SI 是一贯单位制，每一个量只有一个单位，表 0-1 和表 0-2 共列出具有专门名称和符号的 SI 导出单位，使用这些专门名称以及用它们表示其他导出单位，往往更为方便、明确。例如，力的单位由牛顿第二定律 $F=ma$ 推导出来，为 $\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-2}}$，这样书写繁琐，把它称为牛(顿)，符号是 N，$\mathrm{1N=1kg\cdot m\cdot s^{-2}}$。

其他没有专门名称的组合单位就统称为组合形式的 SI 导出单位。为了学习方便，我们将本书用到的组合形式的导出单位均在有关部分的正文中列出，供查阅。至于其他导出单位，需要时可查阅有关国家标准。

在实际工作中，为了方便起见，常常使用词头。词头与所紧接的单位一起组成一个新单位，这些单位叫十进倍数（或分数）单位，目的是使物理量的数值处于 0.1 ~ 1000。如 23000N 应看成 2.3×10^4N，也就是说，这个量可表示为处于 0.1 ~ 1000 的数值乘以 10 为底的指数幂形式，指数的数目称为数量级，2.3×10^4N 中的数量级为 10^4。同时，也可直接用词头符号来表示数量级，即 23kN。同样，4.2×10^{-8}s 可看成 42ns。但需要注意的是，不能把它写成毫微秒(mμs)，这是因为，词头不能单独使用，也不能重叠使用。词头的名称和符号如表 0-1 所示。

表 0-1　国际单位制常用词头

因　数	词头名称		符　号	因　数	词头名称		符　号
	英文	中文			英文	中文	
10^{24}	yotta	尧[它]	Y	10^{-1}	deci	分	d
10^{21}	zetta	泽[它]	Z	10^{-2}	centi	厘	c
10^{18}	exa	艾[可萨]	E	10^{-3}	milli	毫	m
10^{15}	peta	拍[它]	P	10^{-6}	micro	微	μ
10^{12}	tera	太[拉]	T	10^{-9}	nano	纳[诺]	n
10^{9}	giga	吉[咖]	G	10^{-12}	pico	皮[可]	p
10^{6}	mega	兆	M	10^{-15}	femto	飞[母托]	f
10^{3}	kilo	千	k	10^{-18}	atto	阿[托]	a
10^{2}	hecto	百	h	10^{-21}	zepto	仄[普托]	z
10^{1}	deca	十	da	10^{-24}	yocto	幺[科托]	y

在物理学研究和工程技术中，经常需要量度或估计物理量的大小。但是，由于受测试技术的限制，有些物理量（如原子、分子的直径）只能测出其大致范围，此时可用数量级来估算即可。如原子直径的数量级为 10^{-10}m。另一方面，在某些研究中，准确值对问题的研究影响并不大，而仅需了解其数量级就可以了。例如，常温下教室里的空气分子数目是多少？实际上只要知道其数量级为 10^{22}就可以了。

本书若无特别指明，物理量的单位均为国际单位制。

为了定性地表示导出量和基本量之间的联系，常不考虑数字因素而将一个导出量用若干基本量的乘方之积表示出来。这样的表示式称为该物理量的量纲或量纲式。表示为

$$\dim Q = \mathrm{L}^{\alpha}\mathrm{M}^{\beta}\mathrm{T}^{\gamma}\Theta^{\delta}\mathrm{I}^{\theta}\mathrm{N}^{\xi}\mathrm{J}^{\eta}$$

此式就称为该物理量 Q 对选定基本量的量纲积或量纲，以 $\dim Q$ 表示。式中，L,M,T…表示基本量的量纲符号，SI 有七个基本量，它们的量纲符号见表 0-2；$\alpha,\beta,\gamma\cdots$称为量纲指数，它可以为正，也可以为负，还可以为零。例如，以 L、M、T 分别表示基本量长度、质量和时间的量纲，则速度、加速度、力和动量的量纲可以分别表示如下：

$$\dim \boldsymbol{v} = \mathrm{LT}^{-1}$$

$$\dim \boldsymbol{a} = \mathrm{LT}^{-2}$$

$$\dim \boldsymbol{F} = \mathrm{M\ LT}^{-2}$$

$$\dim \boldsymbol{p} = \mathrm{M\ LT}^{-1}$$

注意，这些量纲是它们的国际单位制表示式。对于不同的单位制，如果基本量的选择不同，则同一物理量的量纲也不同。

表 0-2 基本量的量纲符号

量的名称	长 度	质 量	时 间	电 流	热力学温度	物质的量	发光强度
单位符号	m	kg	s	A	K	mol	cd
量纲符号	L	M	T	I	Θ	N	J

若有一个物理量其所有量纲指数均等于零，则称其为无量纲量，有时也称为量纲为 1 的量，例如，相对密度就是一个无量纲的量。无量纲的量可用纯数表示。

量纲和量纲分析在物理学中很重要。只有量纲相同的量才能相加、相减和用等号相连接。也就是说，能够相加减和列入同一方程（等式）中的每一项，应是具有相同量纲的物理量（同类量）。这就要求：凡是根据物理学基本定律推导出来的方程，其中每一项的量纲必须一致，这一结论称为物理方程的量纲一致性原理。所以用量纲可以检验计算或应用结果的正误。例如，得出了一个力结果是 $F=mv$，左边的量纲为 $\mathrm{M\,LT^{-2}}$，右边的量纲为 $\mathrm{M\,LT^{-1}}$，两者不相符合，所以可以判定这一结果一定是错误的。

另外，从研究一个过程中各个物理量的量纲及其之间的关系，可以推导出必须加于这些物理量的某些限制，得出变量之间必须遵守的关系式，从而进一步确定关系式的一般函数形式。这是量纲分析的一个主要用途。

下面，我们以单摆为例，初步介绍一下量纲分析的应用。

根据实验结果，经分析，单摆的周期 T 可能与摆球的质量 m、摆长 l、摆角 θ、重力加速度 g 有关，于是有如下的函数关系：

$$T=f(m,l,g,\theta) \qquad ①$$

根据量纲一致性原理，由于上述这些量的量纲不同，它们不能相加、减。因而，一般可假设上述函数关系具有这几个量幂次的乘积形式，写作

$$\dim T=\mathrm{m}^{\alpha}\mathrm{l}^{\beta}\mathrm{g}^{\gamma}\theta^{\delta} \qquad ②$$

式中，α，β，γ，δ 为待定指数，把各量的量纲用力学的基本量纲 L、M、T 表示，并且 θ 为无量纲量，则上式的量纲关系式为

$$\dim T=(\mathrm{L^0MT^0})^{\alpha}(\mathrm{LM^0T^0})^{\beta}(\mathrm{LM^0T^{-2}})^{\gamma}(\mathrm{L^0M^0T^0})^{\delta}=\mathrm{L}^{\beta+\gamma}\mathrm{M}^{\alpha}\mathrm{T}^{-2\gamma} \qquad ③$$

上式左边的周期 T，其量纲是时间，故 $\dim T=\mathrm{T}$，于是，按量纲一致性原理，为了使上式两边的量纲相等，其中同一基本量纲的指数应相等，从而有

$$\mathrm{M}:\ \alpha=0$$
$$\mathrm{L}:\ \beta+\gamma=0$$
$$\mathrm{T}:\ -2\gamma=1$$

联立求解得

$$\alpha=0,\ \beta=\frac{1}{2},\ \gamma=-\frac{1}{2}$$

把它们代入式②，得单摆的周期为

$$T=\theta^{\delta}\sqrt{\frac{l}{g}}$$

式中，无量纲系数 θ^{δ} 是摆角 θ 的函数，它无法用量纲分析方法求出，可借用实验或其他方法确定。

在观察和分析一个物理现象时，应尽可能地列举出与该现象有关的主要变量，否则将直接影响分析结果的真实性。这是首要的、也是较困难的一步，往往取决于人们的实验或理论水平以及对所研究现象的分析能力。

第一章　质点运动学

在物质的多种多样的运动形式中，最简单而又最基本的运动是一个物体相对另一个物体位置的变化，这种运动称为**机械运动**。行星绕太阳的转动，宇宙飞船的航行，机器的运转，水、空气的流动等，都是机械运动。本章主要研究物体的位置随时间变化的规律——运动学。首先阐述描述机械运动的基本概念(如参考系、坐标系、质点、时间和时刻)和描写质点运动的基本物理量(如位置矢量、位移、速度、加速度)；其次，讨论几种常见的平面曲线运动(直线运动、抛体运动、圆周运动)中基本物理量之间的关系及其规律。

第一节　描述质点运动的基本概念和物理量

一、参考系和坐标系

为了描述物体的运动，必须选择另一物体作为参考标准，这个被选作标准的物体叫做**参考系**。

同一个运动选择不同的参考系，其描述结果是不同的。例如：在匀速前进的车厢中的自由落体，相对于车厢是直线运动，相对于地面却是抛物线运动，相对于太阳或其他天体，运动情况的描述更为复杂。物体的运动形式随参考系的不同而不同，这个事实叫**运动的相对性**。

在运动学中参考系的选取是任意的。一个物体对一个参考系是静止的，但总能找到一个参考系，此物体对该参考系是运动的。另外，物体是由分子、原子等粒子组成，这些粒子不停地运动着，从这个角度说，自然界中所有的物体都在不停地运动，绝对静止的物体是不存在的，这就是运动的绝对性。

参考系的选择主要取决于所研究的具体问题和问题的性质。例如，要研究物体在地面上的运动，最好选择地球作为参考系。当研究星际火箭的运动时，火箭刚发射，主要研究它相对于地面的运动，所以把地面选作参考系，但是当火箭进入绕太阳运行的轨道时，就可选太阳为参考系。在运动学中，如果不特别说明，一般都是选择地球作为参考系。

为了定量描述质点的位置及其运动，必须在参考系上建立一个**坐标系**，通常采取直角坐标系。常用的坐标系还有极坐标系、球面坐标系、柱面坐标系、自然坐标系等。

二、质点

任何物体都有一定的大小和形状。一般来说，物体在运动时，内部各点的位置变化是各不相同的。因此要精确描述物体的运动，并不是一件简单的事。为使问题简化，可以采取抽象的方法：当物体的线度和形状在所研究的现象中不起作用，或所起的作用可忽略不计时，就可以近似地把物体看做一个只有质量而没有大小和形状的理想物体，称为**质点**。

一个物体是否可以抽象为质点，应根据问题的性质而定。例如，在研究地球绕太阳的公转时，由于地球的直径比地球公转轨道的直径要小得多，因此地球上的各点相对于太阳的运动可视为是相同的，就可以忽略地球的线度和形状，把地球当做一个质点。但是研究地球的

自转时，如果把地球看做一个质点，显然就没有实际意义了。

为了研究物体的运动，需要对复杂的物体运动进行科学合理的抽象，提出物理模型，以便突出主要矛盾，化繁为简，以利于解决问题。这种抽象方法是很有实际意义的。质点就是一个物体的理想模型。今后学到的刚体、理想气体、理想流体等均是物体的理想模型。

因为一般物体可以看做由无数个质点组成，从质点运动的分析入手，采用叠加的方法就有可能了解整个物体的运动规律。所以研究质点的运动规律，是研究一般物体运动的基础。

三、时间和时刻

任何物体的运动都是在时间和空间中进行的。运动不能脱离空间，也不能脱离时间。时间本身具有单方向性的特点。“光阴一去不复返”这句话，正是说明了时间的单方向性。

在运动学中除时间外，还经常用到时刻的概念。在一定的参考系中考察质点的运动时，时刻 t 与运动质点在空间某确定位置相对应，时间是时间间隔 $\Delta t=t_2-t_1$ 的简称，是两个时刻之间的间隔，它与运动质点在空间中的一段位移或一段路程相对应。在时间轴上与一点相对应的是时刻，与轴上的一个区间 t_2-t_1 相对应的是时间。例如，图 1-1 中，与 B、C、D 等点对应的时刻分别为第 1 秒末、第 2 秒末、第 3 秒末。而 CE 段表示第 2 秒末到第 4 秒末的时间间隔。

又如“第 4 秒初”和“第 3 秒末”表述的含义相同，都表示 $t=3\mathrm{s}$ 这一时刻（D 点）。而“第 3 秒钟内”则表示第 3 秒末（$t=3\mathrm{s}$）时刻与第 2 秒末（$t=2\mathrm{s}$）时刻之间的间隔（CD 段）。

图 1-1　表示时间和时刻区别的时间轴

四、位置矢量

在直角坐标系中，一个质点在空间 P 点的位置可以用由原点 O 指向 P 点的有向线段 $\boldsymbol{r}$ 来表示（图 1-2），即

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k} \tag{1-1}$$

矢量 $\boldsymbol{r}$ 叫做质点在空间 P 点的**位置矢量**，**简称位矢**。相应的坐标 x、y、z 是位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 沿坐标轴的三个分量。$\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别表示在三个坐标轴上的单位矢量。

位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 的大小为

$$r=|\boldsymbol{r}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2} \tag{1-2}$$

位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 的方向用它的三个方向余弦表示，即

$$\cos\alpha=\frac{x}{r},\ \cos\beta=\frac{y}{r},\ \cos\gamma=\frac{z}{r} \tag{1-3}$$

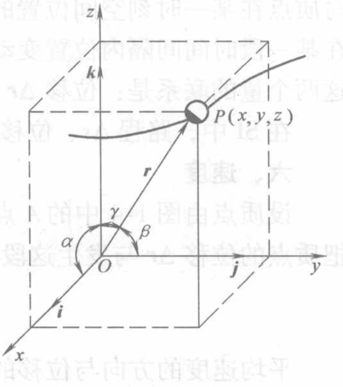


图 1-2　位置矢量

质点运动时，坐标和位置矢量都是时间的函数。位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 随时间的变化关系式称为**运动方程**，其矢量形式为

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t) \tag{1-4}$$

在直角坐标系中，运动方程可表示为如下的标量形式：

$$x=x(t),\ y=y(t),\ z=z(t) \tag{1-5}$$

知道了运动方程，质点的整个运动情况就很清楚了。所以运动学的主要任务之一就是找出各种具体运动所遵循的运动方程。

质点在空间所经历的路径称为**轨道**。质点的运动轨道为直线时，称为直线运动；轨道为曲线时，称为曲线运动。由式(1-5)消去参数 t 后即得**轨道方程**。例如，一个质点在 xOy 平面上运动，质点的运动方程为 $x = R\cos\omega t$，$y = R\sin\omega t$（式中，R 和 ω 均为常数），则该质点的轨道方程为 $x^2 + y^2 = R^2$。

五、位移

设质点由图 1-3 中的 A 点沿曲线运动到 B 点。A、B 点的位置矢量分别为 $\boldsymbol{r}_1$ 和 $\boldsymbol{r}_2$。用位移来描述质点从 A 点到 B 点位置变动的大小和方向，用 $\Delta\boldsymbol{r}$ 表示。从 A 点到 B 点的位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 定义为从 A 点到 B 点的有向线段，表示为

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1 = (x_2 - x_1)\boldsymbol{i} + (y_2 - y_1)\boldsymbol{j} + (z_2 - z_1)\boldsymbol{k} \tag{1-6}$$

位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的大小为

$$\Delta r = |\Delta\boldsymbol{r}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \tag{1-7}$$

位移矢量的三个分量为

$$\Delta x = x_2 - x_1,\ \Delta y = y_2 - y_1,\ \Delta z = z_2 - z_1$$

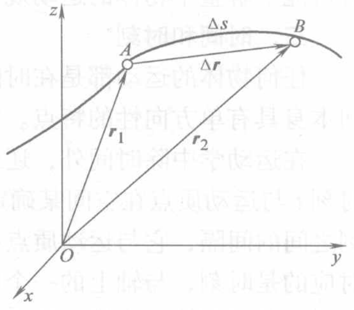


图 1-3 位移

位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的方向余弦为

$$\cos\alpha = \frac{\Delta x}{\Delta r},\ \cos\beta = \frac{\Delta y}{\Delta r},\ \cos\gamma = \frac{\Delta z}{\Delta r} \tag{1-8}$$

物理学中有时用到路程这个概念，它是指质点在空间所经历的实际路径的长短。常用 s 或 Δs 表示，它是标量。在图 1-3 中，质点从 A 点运动到 B 点的路程就是图中 A 点到 B 点的弧长。

注意：位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 和位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 都是矢量，是两个有联系但不相同的概念。位置矢量是描写质点在某一时刻空间位置的物理量，位置矢量与时刻相对应，是状态量；位移是描写质点在某一段时间间隔内位置变动的大小和方向的物理量，位移与时间间隔相对应，是过程量。这两个量的联系是：位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 是位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 的增量。

在 SI 中，路程 Δs、位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 和位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 的单位均为 m。

六、速度

设质点由图 1-4 中的 A 点沿曲线运动到 B 点，质点所用的时间为 Δt，质点的位移为 $\Delta\boldsymbol{r}$，把质点的位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 与发生这段位移所用时间 Δt 的比值称为该段时间内的**平均速度**，表示为

$$\overline{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-9}$$

平均速度的方向与位移的方向相同。显然，平均速度只能描述一段时间内位移的平均变化快慢。

当 Δt 趋近于零时平均速度的极限叫**瞬时速度**，又叫**即时速度**，简称**速度**，表示为

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-10}$$

速度的方向就是 Δt 趋于零时 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的方向，指向质点运动的方向。从图 1-4 中可以看出，当 $\Delta t \to 0$ 时，$\Delta\boldsymbol{r}$ 趋于轨道上 A 点的切线方向，即 A 点的速度的方向是沿着轨道上 A 点的切线方向。所以常常说，速度的方向是沿着轨道的切向。

注意： 平均速度和瞬时速度既有区别，又有联系。瞬时速度是当时间 $\Delta t \to 0$ 时的平均速度的极限，它与时刻相对应，是状态量。平均速度与一段时间间隔相对应，是过程量；平均速度只能粗略地描述质点在一段时间内运动的快慢和方向，而瞬时速度则精确地描述了质点在某时刻运动的快慢和方向。

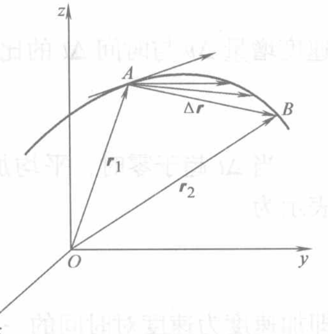


图 1-4　平均速度和瞬时速度是描述质点运动快慢和运动方向的物理量

由位置矢量的分量形式得到速度的分量形式为

$$v = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} \tag{1-11}$$

可以写为

$$v = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k} \tag{1-12}$$

式中，v_x、v_y、v_z 分别叫速度的 x、y 和 z 分量。速度的三个分量为

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\ v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t},\ v_z = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \tag{1-13}$$

速度的大小和方向余弦也可根据矢量运算的一般方法由它的三个分量确定。

若用 Δs 表示 Δt 时间内质点所经历的路程，则把 Δs 与 Δt 的比值叫**平均速率**：

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{1-14}$$

当 Δt 趋于零时，平均速率的极限就是质点在时刻 t 的**瞬时速率**，简称为**速率**，表示为

$$v = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{1-15}$$

注意： 平均速率和平均速度的值一般不相等。当 $\Delta t \to 0$ 时，位移大小等于路程，即 $\mathrm{d}s = |\mathrm{d}\boldsymbol{r}|$，速率与速度的大小才相等。所以，我们常说瞬时速度的大小为瞬时速率，简述为速度的大小为速率。

瞬时速度和瞬时速率是两个既有区别又有联系的概念。瞬时速率描述质点运动的快慢，只有大小，无方向，是标量；而瞬时速度描述了质点运动的快慢和方向，即不仅有大小，而且有方向，是矢量，但两者的大小是相等的。

一般说匀速圆周运动、匀速曲线运动，实际上都省略了一个“率”字，都是匀速率（速率的大小不变）运动，由于匀速曲线运动中运动的方向随时都在变化，所以属于变速运动。

在 SI 中，速率和速度的单位均为 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$。

七、加速度

加速度是描述质点速度变化快慢程度的物理量。由于速度是矢量，所以无论质点的速度大小还是方向发生变化，都意味着质点有加速度。

设质点由图 1-5 中的 A 点沿曲线运动到 B 点，设质点在 t 时刻位于 A 点，速度为 v_A，称为初速度；在时刻 $t+\Delta t$ 位于 B 点，速度为 v_B，称为末速度。在考察的时间段内，质点速度的增量为

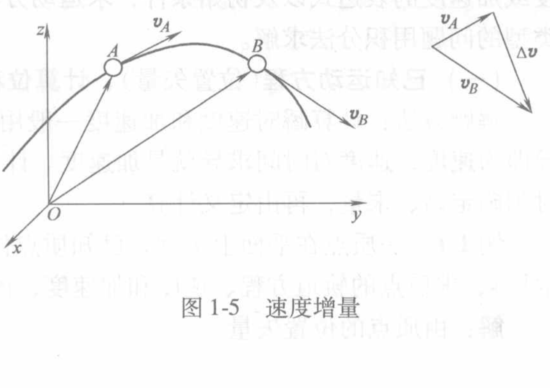


图 1-5　速度增量

$$\Delta \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_B - \boldsymbol{v}_A \tag{1-16}$$

速度增量 $\Delta \boldsymbol{v}$ 与时间 Δt 的比值叫做这段时间内的**平均加速度**，表示为

$$\overline{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{1-17}$$

当 Δt 趋于零时，平均加速度的极限叫做质点在时刻 t 的**瞬时加速度**，简称为**加速度**，表示为

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-18}$$

即加速度为速度对时间的一阶导数或位置矢量对时间的二阶导数。

加速度也是一个矢量。平均加速度的方向就是速度增量 $\Delta \boldsymbol{v}$ 的方向。瞬时加速度的方向就是 Δt 趋于零时，平均加速度 $\overline{\boldsymbol{a}} = \dfrac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$ 或速度增量 $\Delta \boldsymbol{v}$ 的极限方向。因而瞬时加速度的方向与同一时刻速度的方向一般不一致。在直线运动中，加速度的方向与速度方向相同或相反。加速度的方向与速度方向相同时速率增加，如自由落体运动；加速度的方向与速度方向相反时速率减小，如竖直上抛运动。而在曲线运动中，加速度的方向与速度方向并不一致，如斜抛运动中速度方向在抛物线轨迹的切向，而加速度的方向始终在竖直向下的方向上。

加速度矢量还可以表示为

$$\boldsymbol{a} = a_x \boldsymbol{i} + a_y \boldsymbol{j} + a_z \boldsymbol{k} \tag{1-19}$$

式中，a_x、a_y、a_z 分别叫做加速度的 x、y 和 z 分量。根据速度的分量表达式可以得到加速度矢量的三个分量

$$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}$$

$$a_y = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}$$

$$a_z = \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2}$$

由加速度的三个分量可以确定加速度的大小和方向余弦。

在 SI 中，加速度的单位为 $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$。

八、质点运动学的解题方法

质点运动学问题的类型主要有两类：(1)已知运动方程，求速度和加速度；(2)已知速度或加速度的表达式以及初始条件，求运动方程。第(1)类型的问题用微分法求解，第(2)类型的问题用积分法求解。

(一) 已知运动方程(位置矢量)，计算位移、速度和加速度

解题方法：计算瞬时速度和加速度一般用求导的方法：位置矢量(运动方程)对时间求导即为速度，速度对时间求导就是加速度。计算位移、平均速度、平均加速度可先由始、末时刻确定始、末量，再由定义计算。

例 1-1 一质点在平面上运动，已知质点位置矢量的表达式为 $\boldsymbol{r} = at^2\boldsymbol{i} + bt^2\boldsymbol{j}$(其中 a、b 为常量)，求质点的轨道方程、速度和加速度，该质点作何种形式的运动？

解：由质点的位置矢量

$$\boldsymbol{r} = at^2\boldsymbol{i} + bt^2\boldsymbol{j}$$

得运动方程的标量形式为

$$\begin{cases} x = at^2 \\ y = bt^2 \end{cases}$$

上述两式消去参数 t，得轨道方程

$$y = \frac{b}{a}x$$

质点的速度为

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = 2at\boldsymbol{i} + 2bt\boldsymbol{j}$$

质点的加速度为

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = 2a\boldsymbol{i} + 2b\boldsymbol{j}$$

质点的加速度为非零恒量，该质点在 xOy 平面内作匀变速直线运动。

（二）已知加速度及初始条件，计算速度和运动方程

解题方法：此类问题是前一类问题的逆问题，加速度对时间的积分即为速度，速度对时间的积分就是运动方程。解决此类问题时应注意由初始条件确定积分上下限。这类问题既可以用定积分的方法解题，也可以用不定积分的方法解题。

例 1-2　一艘正在行驶的汽船，当关闭发动机后，沿一直线运动，加速度与船速的平方成正比且反向，即 $a = -kv^2$，其中常量 $k > 0$。若关闭发动机时汽船的速度为 v_0，求：

（1）关闭发动机后 t 时刻的汽船速度。

（2）关闭发动机后的 t 时间内，汽船行驶的距离。

解：（1）以汽船为研究对象，取汽船运动方向为坐标轴 x 的正方向，坐标原点选择在刚关闭发动机的位置处。由于汽船作直线运动，加速度和速度只有 x 轴分量。加速度可以写为

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

由题意，$a = -kv^2$，代入上式，有

$$-kv^2 = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

分离变量，得

$$k\mathrm{d}t = -\frac{\mathrm{d}v}{v^2}$$

已知 $t = 0$ 时，$v = v_0$，并设 t 时刻的速度为 v，对上式积分得

$$k\int_0^t \mathrm{d}t = \int_{v_0}^{v} -\frac{\mathrm{d}v}{v^2}$$

解得

$$v = \frac{v_0}{kv_0 t + 1}$$

（2）汽船速度表达式可以写为 $v = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，将上式代入得

$$\frac{dx}{dt}=\frac{v_0}{kv_0t+1}$$

分离变量，两边积分得

$$\int_0^x dx = \int_0^t \frac{v_0}{kv_0t+1}dt$$

由此得汽船的运动方程为

$$x=\frac{1}{k}\ln(kv_0t+1)$$

汽船在 t 时间内行驶的距离为

$$|\Delta x| = |x-x_0| = \frac{1}{k}\ln(kv_0t+1)-0=\frac{1}{k}\ln(kv_0t+1)$$

第二节　几种典型的质点运动

直线运动、抛体运动、圆周运动是几种典型的平面曲线运动，这些运动中基本物理量的具体形式是什么，它们的关系是什么，这是本节讨论的主要问题。

一、直线运动

（一）直线运动中基本物理量的表示方法

直线运动中，质点运动的轨迹是直线。在这种情况下，将坐标系的一个坐标轴建立在该直线轨迹上，就能够使数学处理大大简化。因为，当一个坐标轴建立在该运动直线上时，所有描述运动物理量的其他坐标分量都为零而不需要作任何计算和处理，只有一个坐标分量需要计算和处理。通常的情况下，如果质点在水平方向作直线运动，就将 x 轴建立在运动直线上，这时描述运动的物理量就只有 x 分量。如果质点在竖直方向作直线运动，就将 y 轴建立在该运动直线上，这时描述运动的物理量只有 y 分量。在直线运动中，位移、速度、加速度矢量都在一条直线上。所以在研究直线运动时有关的物理量都可以用标量表示，并用正、负号表示它们的方向。下面我们以 x 轴为例来给出在直线运动中的位置矢量、位移、速度和加速度公式。

运动方程　$$x=x(t) \tag{1-20}$$

位移　$$\Delta x = x_2 - x_1 \tag{1-21}$$

速度　$$v=v_x=\frac{dx}{dt} \tag{1-22}$$

加速度　$$a=a_x=\frac{dv}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2} \tag{1-23}$$

上述公式是直线运动中的基本公式。在上述结论中，v 和 a 通常不再加下标。Δx、v 和 a 的正负可以表明其方向。例如，如果 Δx、v 和 a 为正，表明位移、速度和加速度的方向与 x 轴的正向一致；反之，如果 Δx、v 和 a 为负，表明位移、速度和加速度的方向在 x 轴的负向。

（二）直线运动的图像表示

在研究直线运动时，经常采用图示的方法。常用的图线有两种：一种是表示坐标随时间