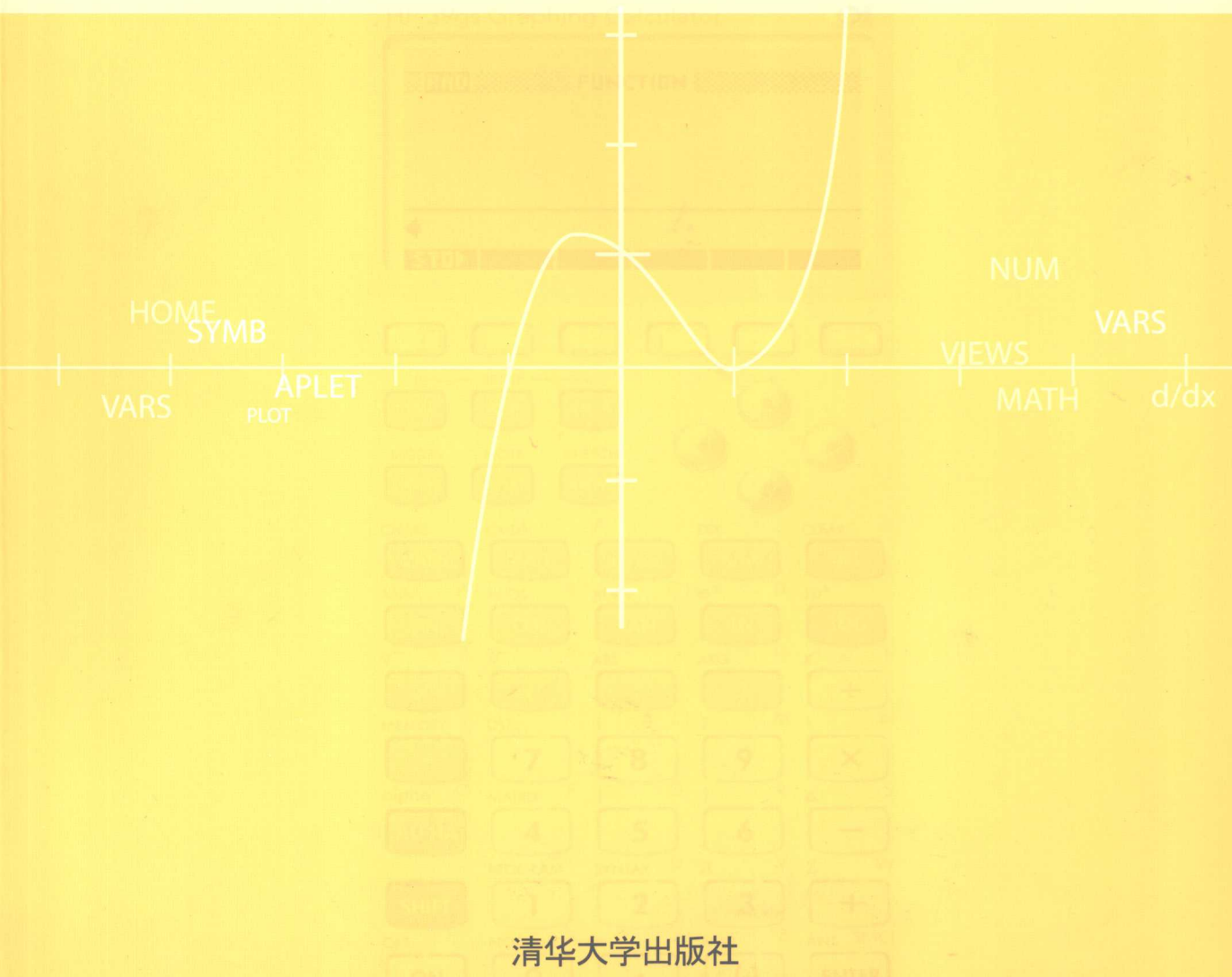


图形计算器与大学数学

用图形计算器学微积分

俞正光 张静 段耀武 程广文 编



清华大学出版社

图形计算器与大学数学

用图形计算器学微积分

俞正光 张静 段耀武 程广文 编

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书以图形计算器 HP 39gs 为例介绍如何利用图形计算器学习一元微积分,内容包括图形计算器快速入门,函数与极限,导数与微分,微分中值定理与导数的应用,不定积分,定积分,定积分的应用和空间解析几何与向量代数等.

本书可以在学习一元微积分时与课堂教学同步进行学习,也可以作为辅助教材独立使用.

版权所有,侵权必究.侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

用图形计算器学微积分/俞正光等编. —北京:清华大学出版社,2008.10

(图形计算器与大学数学)

ISBN 978-7-302-18357-0

I. 用… II. 俞… III. 电子计算器—应用—微积分 IV. O172-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 120701 号

责任编辑:刘 颖 王海燕

责任校对:刘玉霞

责任印制:李红英

出版发行:清华大学出版社

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn>

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:北京鑫海金澳胶印有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185×230 印 张:13.5 字 数:289 千字

版 次:2008 年 10 月第 1 版 印 次:2008 年 10 月第 1 次印刷

印 数:1~3000

定 价:20.00 元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系
调换.联系电话:(010)62770177 转 3103 产品编号:028933-01

前言

FOREWORD

从 20 世纪中期以来,计算技术飞速发展,计算器已广泛地应用到自然科学以及工程技术的各个领域.作为便携的计算工具,也从一般只能作数值计算的普通计算器,发展到除了具有普通计算功能之外,还能画图,甚至能进行简单的编程.我们这里要介绍的就是除了具有普通计算器所有的功能外,还具有画图功能和简单编程功能的图形计算器.由于功能的扩展,使得这种便携的计算工具,不仅可以随身携带,还有可能带进课堂,带进图书馆.这自然就会影响我们的教与学.

微积分,线性代数和概率统计是大学的重要基础理论课程,许多学生在学习时都会感到这些课程很抽象,甚至觉得枯燥、难学,我们编写这套书就是想帮助大学生们,通过图形计算器的帮助,在学习抽象的数学理论时,能够自己来研究数学,学习数学,从而提高学习的兴趣;学习使用计算工具,用图形、数值以及解析的观点解释数学,正确地领会数学概念的实质;更好地掌握数学方法以解决实际问题;并且学会怎么像数学家那样去思考问题,研究问题.首先本书将用最快速的方法教读者学会使用图形计算器来算题,然后按照课程的顺序,逐章带领读者来研究这一章的主要概念,并在正确理解概念的基础上,学会如何运用这些概念和方法来解决问题.

本书是“图形计算器与大学数学”丛书中的第一本,以惠普公司生产的 HP 39gs 图形计算器为例介绍如何利用图形计算器学习微积分,本书的主要特色是:

1. 用现代计算工具辅助学习微积分;
2. 提出生动的实际问题与理论问题,引导学生使用图形计算器自己研究数学,解决问题;
3. 用形象的图标教会学生使用图形计算器来解决数学问题.

本书主要介绍如何利用图形计算器学习一元微积分.内容包括图形计算器快速入门,函数与极限,导数与微分,微分中值定理与导数的应用,不定积分,定积分,定积分的应用,空间解析几何与向量代数,另外,还有关于二阶和三阶行列式简介的附录.

本书由俞正光、张静、段耀武、程广文等编写,其中第 1,3 章由段耀武执笔,第 2,4,5 章

由张静执笔,其余各章由俞正光执笔.编写过程中,杨静博士、常文武、袁寿福等老师参加了讨论并提出很多宝贵的意见.本书的编写得到惠普公司的 Tony Jones 先生,惠普教育市场合作伙伴北京博怡嘉华科贸有限公司的李京东先生,栗满女士在技术上的支持和帮助,清华大学出版社的刘颖博士和王海燕老师为本书的编写出版做了大量细致的工作,在此一并表示感谢.

由于水平有限,有不妥或错误之处,敬请批评指正.对本书在技术上有任何问题或意见,请发送 E-mail 至 support@hpcalc-asia.com

作 者

2008 年 6 月

目录

CONTENTS

第 0 章 图形计算器快速入门	1
0.1 开机和关机	1
0.2 主窗口	1
0.3 键与复合键	2
0.4 初等运算	5
0.4.1 四则运算	5
0.4.2 幂运算和开方运算	9
0.4.3 三角函数运算	10
0.4.4 对数函数和指数函数运算	11
0.5 函数作图	12
0.5.1 函数变量	12
0.5.2 函数作图	13
0.5.3 设置作图参数	13
0.5.4 作图菜单	14
0.6 函数的三种表示	16
0.6.1 公式法	16
0.6.2 表格法	18
0.7 极坐标下的函数	19
0.8 简单编程	21
习题 0	25

第 1 章 函数与极限	27
1.1 映射与函数	27
1.2 数列的极限	31
1.2.1 数列是运动的吗?	31
1.2.2 数列 $\{x_n\}$ 的极限是一个怎样的运动变化过程?	33
1.3 函数的极限	37
1.3.1 自变量趋于有限值时, 函数 $y=f(x)$ 的极限是一个怎样的运动变化过程?	37
1.3.2 自变量趋于有限值时, 函数 $y=f(x)$ 的极限为什么有左极限、右极限的概念?	42
1.3.3 自变量趋于无穷大时, 函数 $y=f(x)$ 的极限是一个怎样的运动变化过程?	43
1.4 无穷小与无穷大	47
1.4.1 无穷小、无穷大是运动的吗?	47
1.4.2 你能想象“无穷大”旅馆吗?	49
1.5 两个重要极限	50
1.5.1 第一个重要极限: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	50
1.5.2 第二个重要极限: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$	53
1.6 函数的连续性	56
1.6.1 连续函数的运动变化特点是怎样的?	56
1.6.2 什么是函数的间断点? 如何判断第一类间断点、第二类间断点?	58
1.6.3 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ 与 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ 的区别是什么?	62
习题 1	62
本章操作项目索引	63
第 2 章 导数与微分	64
2.1 导数概念	64
2.1.1 引例	64
2.1.2 导数的定义	71
2.1.3 导数的几何意义	78
2.1.4 函数可导性与连续性的关系	81
2.2 函数的求导法则	83

2.2.1 函数的和、差、积、商的求导法则	83
2.2.2 反函数的求导法则	86
2.2.3 复合函数的求导法则	86
2.2.4 基本求导法则与导数公式	87
2.3 高阶导数	87
2.4 由参数方程所确定的函数的导数	88
2.5 函数的微分	91
2.5.1 微分的定义	91
2.5.2 微分的几何意义	92
2.5.3 微分在近似计算中的应用	93
习题 2	96
本章操作项目索引	99
第 3 章 微分中值定理与导数的应用	100
3.1 微分中值定理	100
3.2 函数的单调性与曲线的凹凸性	102
3.2.1 函数的单调性	102
3.2.2 函数的凹凸性	103
3.3 函数的极值与最值	104
3.4 方程的近似解	108
习题 3	109
本章操作项目索引	109
第 4 章 不定积分	110
4.1 不定积分的概念与性质	110
4.1.1 原函数与不定积分的概念	110
4.1.2 基本积分表	117
4.1.3 不定积分的性质	118
4.2 换元积分法	118
4.2.1 第一类换元法	118
4.2.2 第二类换元法	119
4.3 分部积分法	120
4.4 有理函数的积分	121
4.4.1 有理函数的积分	121
4.4.2 可化为有理函数的积分	125

4.5 其他积分辅助办法和积分策略	125
习题 4	126
本章操作项目索引	128
第 5 章 定积分	129
5.1 定积分的概念与性质	129
5.1.1 定积分问题举例	129
5.1.2 定积分定义	134
5.1.3 定积分的性质	138
5.1.4 建立曲边梯形面积软件包——Curve Area	143
5.2 微积分基本公式	146
5.2.1 变速直线运动中位置函数与速度函数之间的联系	146
5.2.2 积分上限函数及其导数	147
5.2.3 牛顿-莱布尼茨公式	154
5.3 定积分的换元法与分部积分法	155
5.3.1 定积分的换元法	155
5.3.2 定积分的分部积分法	155
5.4 反常积分	156
5.4.1 无穷限的反常积分	156
5.4.2 无界函数的反常积分	159
5.5 反常积分的审敛法, Γ 函数	160
5.5.1 无穷限反常积分的审敛法	160
5.5.2 无界函数的反常积分的审敛法	162
5.5.3 Γ 函数	162
习题 5	163
本章操作项目索引	166
第 6 章 定积分的应用	167
6.1 平面图形的面积	167
6.1.1 直角坐标系下平面图形的面积	167
6.1.2 极坐标系下平面图形的面积	174
6.1.3 参数方程情形	175
6.2 立体体积	177
6.2.1 旋转体的体积	177
6.2.2 平行截面面积为已知的立体体积	179

6.3 平面曲线的弧长	179
6.4 直线路径的变力做功问题	181
6.5 水压力	181
6.6 引力	182
习题 6	183
本章操作项目索引	184
第 7 章 空间解析几何与向量代数	185
7.1 向量及其运算	185
7.1.1 空间直角坐标系	185
7.1.2 向量的输入	185
7.1.3 向量的运算	186
7.2 数量积、向量积、混合积	190
7.3 平面及其方程	192
7.4 空间直线及其方程	193
习题 7	196
本章操作项目索引	197
附录 A 二阶和三阶行列式简介	198

图形计算器快速入门

本章介绍 HP 39gs 图形计算器的基本使用方法,使读者能在最短的时间内,学会计算器的一些基本操作,了解它的一些基本功能,为使用计算器进行微积分学习打下良好的基础. 与学习微积分有关的其他功能及操作将在以后的章节中逐步学习. 随着学习的逐步深入,读者会对图形计算器的功能,以及它的诸多优点有更多的体会.

图形计算器是由屏幕和键盘两部分构成的. 下面通过具体的例子慢慢熟悉键盘的作用以及各种运算是如何进行的.

0.1 开机和关机

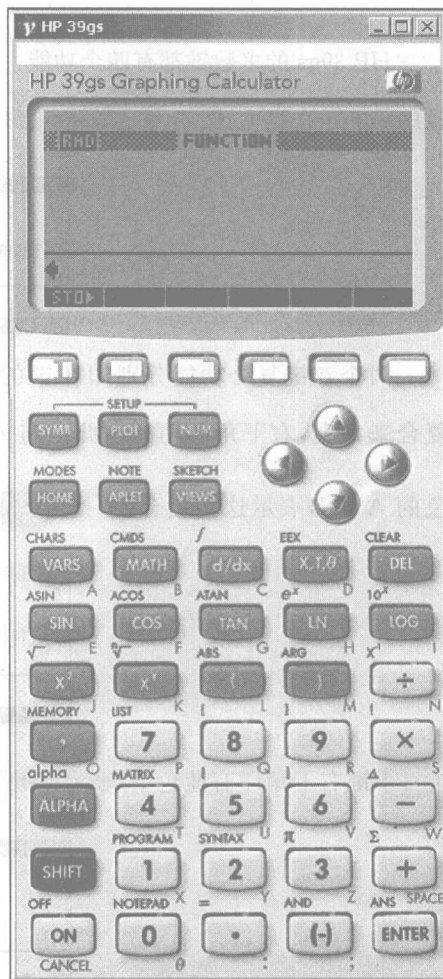
开机: 按  键;

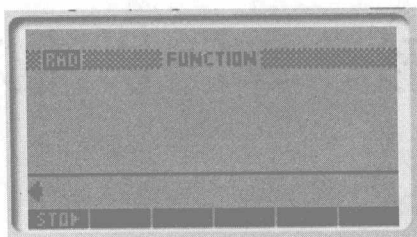
关机: 按复合键  .

注: 在 ON 键的左上角有黑色的 OFF, 表示按 SHIFT ON 复合键, 执行的是 OFF 功能.

0.2 主窗口

打开计算器, 出现主窗口, 这是进行任何数值计算的窗口.

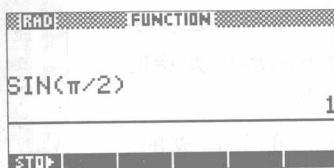




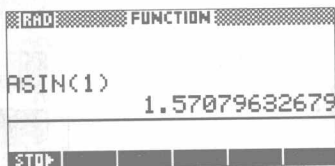
一般来说,不论处于何种状态,按第三排第一个  键,就能回到这个主窗口。

0.3 键与复合键

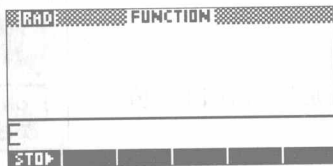
HP 39gs 的多数键都有四个功能:一个单键功能,两个双键复合功能,一个三键复合功能。单键的功能印在键上。例如  键本身是正弦函数,按一次该键,执行的是计算正弦函数。例如



两个双键复合功能分别印在键的左上角和右下角,左上角的功能由此键与 SHIFT 键复合来实现,右下角的功能由此键与 ALPHA 键复合来实现。例如  键的左上角印有黑色的 ASIN,表示这是复合键,按  键,执行的是计算反正弦函数。例如



 键右下角印有蓝色 E,表示该键作为复合键,按   键,代表英文大写字母 E。

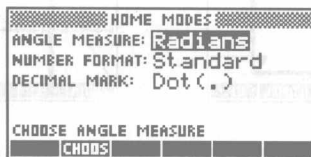


三键复合功能用来实现小写字母的输入. 例如要想输入小写英文字母 e, 则按三复合键



在 HP 39gs 的键盘的下半部分, 可以看到许多熟悉的键, 他们和普通计算器里的键一样用来做数字运算以及初等函数运算, 这里要介绍的是在键盘的左上方的一些键, 简单介绍由它们打开的窗口及其功用, 具体的使用方法在用到时再作详细介绍.

按 键, 将打开 HOME MODES 窗口, 可以设置主窗口的模式.

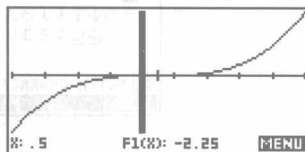
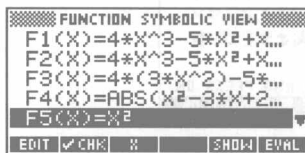


按 键, 打开 APLET LIBRARY 窗口, 上面有 Function, Sequence, Parametric 等项目, 分别用来定义所要研究的数学问题的类型, 如研究函数则选择 Function, 研究数列则选择 Sequence, 研究参数方程则选择 Parametric, 等等.



对于每一类数学问题, 都有符号窗口、图形窗口和数值窗口三种形式, 分别按 键、

键和 键打开. 下图分别是符号窗口、图形窗口和数值列表窗口:



X	F1		
-.07692	-2.10833		
-.042308	-1.94715		
-.261538	-2.00891		
-.430764	-2.1779		
-.6	-2.336		
-.769231	-2.36868		
-.076923076923			
ZOOM		BIG	DEFN

与主窗口类似,按 **SHIFT** **SYMB** 键、**SHIFT** **PLOT** 键和 **SHIFT** **NUM** 键可以给符号窗口、作图窗口和数值列表窗口设置参数。

FUNCTION PLOT SETUP

XRNG: -4 5

YRNG: -405.67... 417.183...

XTICK: 1 YTICK: 1

RES: Detail

ENTER MINIMUM HORIZONTAL VALUE

EDIT PAGE

FUNCTION NUMERIC SETUP

NUMSTART: -.07692...

NUMSTEP: .169230...

NUMTYPE: Automatic

NUMZOOM: 4

1

CANCEL OK

按 **SKETCH** **VIEWS** 键,出现一个子菜单,其中有几个选项,可以用来设置窗口的模式,如选择 Plot-Table,就会将窗口分割成两部分,左侧是函数的图形,右侧是函数的数值列表,读者不妨自己试试选择其他几个选项的效果。

Plot-Table

Plot-Table

Overlay Plot

Auto Scale

Decimal

CANCEL OK



按 **CHARS** **VAR** 键,将打开 HOME VARS 窗口,左边是变量的类型,右边是该类变量的名称。如将光标下移,选择实数 Real,右侧显示的是存放实数的变量,有 A,B,C,D,...

HOME VARS

Complex Z1

Graphic Z2

Library Z3

List Z4

HOM APLET NAM VALUE CANCEL OK

HOME VARS

Modes A

Notepad B

Program C

Real D

HOM APLET NAM VALUE CANCEL OK

按 **SHIFT** **CHARS** **VAR** 键,打开 SPECIAL CHARACTERS 窗口,上面有各种特殊符号,供输入时使用。

SPECIAL CHARACTERS

≡ < > ≤ ≥ ≠ ± # . ° ° i ? _

→ ← ↑ ↓ ! § ¢ % √ ∫ ∂ ∇ ×

" ' @ & 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

SELECT A CHARACTER AND PRESS OK

ECHO PAGE CANCEL OK

按 **CMDS** **MATH** 键,打开 MATH FUNCTIONS 窗口,里面有各种数学函数,左面一栏是数学函数的分类,右面则是每一类的具体函数。



按   键, 打开 PROGRAM COMMANDS 窗口, 上面有供编程时使用的各种程序指令. 左栏是分类, 右栏则是该类的具体指令.

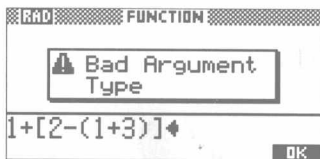


0.4 初等运算

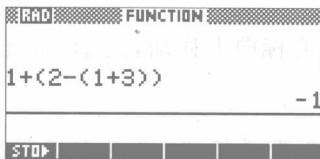
0.4.1 四则运算

主要使用计算器键盘上的白色键和小括号键  , 小括号键在 8, 9 键上方.

注意: 方括号键和花括号键在图形计算器中有其独特的作用, 大家在四则运算式中习惯使用的方括号和花括号在图形计算器中都要用小括号代替. 否则, 屏幕会显示错误语法. 例如

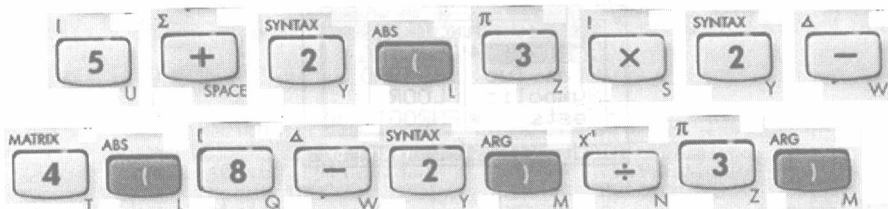


这是因为 1 是一个数, $[2-(1+3)]$ 是一个向量, 数和向量不能相加. 这个算式应该输入 $1+(2-(1+3))$, 则

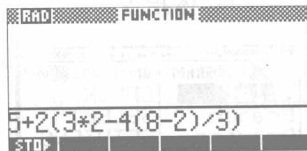


例 0.4.1 $5+2[3\times 2-4(8-2)\div 3]$.

按式子依次输入, 即按键

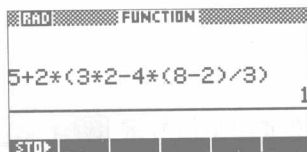


窗口显示



按 键, 窗口第 2 行右角的 1 即为答案, 即

$$5 + 2[3 \times 2 - 4(8 - 2) \div 3] = 1.$$

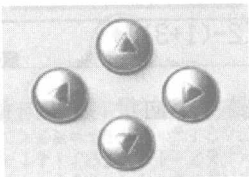


例 0.4.2 $5 + 2[3 \times 2 - 4(8 - 2) \div 3] - 4(3 \times 2 - 8).$

方法 1 依例 0.4.1 依次输入该式, 求得结果.

但是我们发现例 0.4.2 前半部分是例 0.4.1, 可以利用例 0.4.1 的结果继续运算. 为此先介绍一些键的功能.

在键盘的右上方有四个箭头键



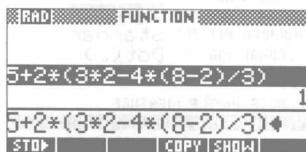
它们是用来移动光标的, 按 键光标向上移动, 按 键光标向下移动, 按 键光标向左移动, 按 键光标向右移动.

键盘最上面有一排上面没有标明功能的六个灰色按键叫做菜单键,

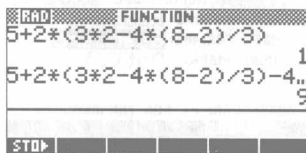


它们对应于在屏幕底下出现的一行菜单,菜单中的六个方框在不同的状态下所显示的内容是不一样的,欲执行菜单中的哪一项就按它所对应的按键.

方法2 按  键两次使得光标移到例 0.4.1 处,



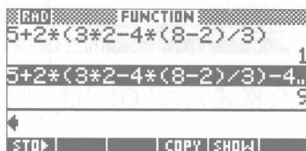
按[COPY]键,再输入本例题其余部分,按  键,得到计算结果:



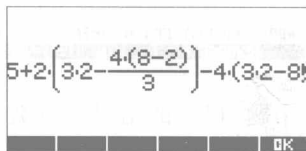
即

$$5 + 2[3 \times 2 - 4(8 - 2) \div 3] - 4(3 \times 2 - 8) = 9.$$

想检验输入是否正确,将光标移上去,



按[SHOW]键,显示该式:



如果公式比较长,显示不完全,可利用向右箭头键 ,将后半公式显示出来.检查完以后,按[OK]键加以确认,回到主窗口.

例 0.4.3 计算 $(5-3) \div 3$.

