



总主编 薛金星

知识记忆解题技巧

巧思妙解

高中数学 题型题解分析汇编

以新课标为依据，兼容各个版本教材，汇集海量知识

广罗知识，拓展视野，让您形成科学的思维习惯

一线名师的精妙点拨，帮您精确把握学考精髓

北京出版集团
BEIJING PUBLISHING HOUSE GROUP

北京教育出版社
BEIJING EDUCATION PUBLISHING HOUSE



知识记忆解题技巧荟萃

知识记忆解题技巧荟萃

巧思妙解

高中数学 题型题解分析汇编

总主编：薛金星

主 编：刘春英 胡钰锋

副主编：王凤娟 沈 强

图书在版编目(CIP)数据

巧思妙解. 高中数学 / 薛金星主编. —北京: 北京教育出版社, 2008. 5

ISBN 978-7-5303-6457-4

I. 巧… II. 薛… III. 数学课—高中—教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 058401 号

巧思妙解

高中数学·题型题解分析汇编

QIAOSI MIAOJIE

GAOZHONG SHUXUE · TIXING TIJIE FENXI HUIBIAN

总主编 薛金星

*

北京出版社出版集团 出版
北京教育出版社

(北京北三环中路 6 号)

邮政编码:100011

网 址: www. bph. com. cn

北京出版社出版集团总发行

各地书店经销

保定市中国画美凯印刷有限公司印刷

*

890×1240 32 开本 11.5 印张 490 000 字

2008 年 5 月第 1 版 2008 年 5 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5303-6457-4/G · 6376

定价:19.80 元

质量投诉电话:010-61743009 010-62380997 010-58572393

43

出版前言

随着课程改革、中考制度的变化及其命题思路的创新,怎样学好知识,怎样运用所学解题,成为广大师生迫切需要解决的问题。为了解决这个问题,我们组织了上百位特高级骨干教师和教育教学考试专家反复研究论证,以灵活多变、不拘一格的形式,精心打造出本套旨在提高同学们超越常规的创造性思维的系列丛书《巧思妙解》。丛书具有如下特色:

1. 贴近课标, 开拓创新

遵循课改精神,依据最新考纲,以现行最新教材为蓝本撰写。在内容选材和问题设计上,按中考要求精心挑选,科学设计,内容丰富,难易适度;关注社会热点,追踪中考动向;创设新情景,加强开放性、探究性问题的研究,突出方法、技巧、规律的总结,注重学法、解法、考法、练法的归纳,培养发散思维和创新思维。

2. 科学系统, 高效实用

丛书将知识概括化繁为简,网络构建,科学记忆,对知识的难点和疑点进行全面透彻的讲解分析,便于学生加深理解,从而达到巩固知识要点、提高思维能力的目的。系统完整地归纳本题型下的重点,很好地帮助学生提高学习成绩和应试能力。

3. 点拨方法, 创新思维

于经典处触类旁通,在肯綮处点拨贯通,对瓶颈处各个击破,从方法处一点就通。在剖析这些热点题型的过程中进行科学指导,提出开放性的解题思路,重在教会学生破解的思维技巧,注重方法技巧的总结,帮助学生深入了解命题原则,寻求答题规律,达到“鱼”“渔”双收的目的。

4. 题型新颖, 一网打尽

收集的中考题型全,几乎囊括了近几年全国各地中考真题。选题新、信息量大,所选“开放型与探究型例题”题型新,反映了最新考试动向,突出了综合性和应用性,体现了预测性和实战性。

《巧思妙解》让您选择最优的学习方案,迸发创造性的思维火花,实现学习的最高效率,顿悟思维的捷径。本丛书给您以“舟”——帮您整合传统与现代的学习方法;给您以“径”——让您提升系统应用知识的能力。她将成为你成长道路上的良师,求学道路上的益友,帮助千千万万的芸芸学子,学会学习,学会思维,成为解题高手,走向成功,成就梦想。



目 录

Contents

第1讲 集合	(1)
知识关系巧织网	(1)
重点知识巧记忆	(1)
集合元素的“三性”(1)/集合的三种表示方法(1)/元素与集合、集合与集合间的关系(1)/“交、并、补”运算(2)/巧记忆口诀(2)	
典型例题妙解析	(2)
怎样利用集合的概念解题(2)/怎样利用集合间的包含关系解题(3)/怎样求解子集个数或元素个数问题(3)/怎样利用集合的运算性质解题(4)/如何根据集合的运算结果求适合条件的字母(5)/如何解决与集合有关的实际应用题(5)/怎样解有关集合的信息迁移题(6)	
方法规律妙归纳	(6)
明确概念,规范书写集合(6)/集合元素的三个特性在解题时不可忽视(7)/集合运算时勿忘空集(8)/Venn图解题应用三层次(8)/判断集合间关系的常见方法(9)	
第2讲 常用逻辑用语	(11)
知识关系巧织网	(11)
重点知识巧记忆	(11)
全称命题与存在性命题(11)/命题及其关系(12)/充分条件、必要条件、充要条件(12)/简单的逻辑联结词(13)	
典型例题妙解析	(13)
如何判断命题及其形式(13)/如何判断含有一个量词的命题的真假(13)/如何正确理解含有一个量词的命题的否定(14)/如何利用复合命题的真假关系解题(14)/如何利用四种命题的关系解题(15)/如何判断充要条件问题(16)	
方法规律妙归纳	(16)
正确区别“否命题”与“命题的否定”(16)/判断充分、必要条件“四法”(17)/反证法(19)	
第3讲 函数的定义与表示方法	(20)
知识关系巧织网	(20)
重点知识巧记忆	(20)
函数的定义(20)/映射与函数(20)/函数的表示方法(21)/分段函数(21)	
典型例题妙解析	(21)
怎样利用映射与函数的定义解题(21)/怎样求映射个数问题(22)/怎样求函数的定义域(22)/怎样求函数的值域与最值(23)/如何解有关解析式问题(25)/怎样理解和应用分段函数(26)/如何求参数问题(26)/如何利用图象	

- 信息解决问题(26)
- 方法规律妙归纳 (27)
- 求函数定义域的三个途径(27)/求函数值域与最值常用方法(29)/求函数解析式方法大全(32)
- 第4讲 函数的单调性与奇偶性** (35)
- 知识关系巧织网 (35)
- 重点知识巧记忆 (35)
- 函数单调性的定义(35)/函数单调性的证明(36)/形如 $y=f[g(x)]$ 的函数单调性(36)/函数奇偶性的定义(36)/判定奇偶性的方法(37)/函数的单调性与奇偶性记忆口诀(37)
- 典型例题妙解析 (37)
- 怎样判断函数的单调性(37)/如何应用函数的单调性比较大小(38)/如何利用函数的单调性求参数的范围(38)/如何利用函数的单调性求最值(38)/怎样判断函数的奇偶性(39)/如何应用函数的奇偶性解题(40)/怎样综合运用函数的单调性与奇偶性(41)/如何利用单调性求最值解决“恒成立”的问题(42)
- 方法规律妙归纳 (42)
- 函数奇偶性的判断(42)/“对号”函数 $f(x)=x+\frac{a}{x}$ ($a>0$) 的单调性及应用(44)/奇、偶函数的图象的性质(45)
- 第5讲 一次函数与二次函数** (46)
- 知识关系巧织网 (46)
- 重点知识巧记忆 (46)
- 一次函数的性质与图象(46)/二次函数的性质与图象(46)/待定系数法(47)/函数与方程(47)/二次方程 $f(x)=ax^2+bx+c=0$ ($a\neq 0$) 的区间根问题(47)
- 典型例题妙解析 (48)
- 如何理解一次函数的有关概念(48)/如何利用图象求一元一次不等式的解集或一元一次方程的解(49)/怎样利用一次函数解题(50)/如何利用二次函数的图象及性质解题(51)/如何利用二次函数的性质求值和比较大小(52)/如何利用函数的单调性解恒成立问题(52)/怎样利用概念求函数零点(53)/如何利用函数零点的性质(54)/怎样利用函数零点研究方程根的问题(54)/怎样利用二分法解决实际问题(55)
- 方法规律妙归纳 (55)
- 二次函数在闭区间上的最值问题(55)/方程根的分布理论的应用(56)
- 第6讲 幂、指、对函数** (59)
- 知识关系巧织网 (59)
- 重点知识巧记忆 (59)
- 指数的有关概念与性质(59)/指数函数的概念与性质(59)/对数的概念及相关性质(60)/对数函数的概念与性质(61)/反函数(61)/幂函数的图象(62)/函数性质记忆口诀(63)
- 典型例题妙解析 (63)
- 怎样进行指数式与对数式的运算(63)/如何利用幂、指、对函数的图象解题

(64)/如何求基本初等函数的定义域与值域问题(65)/如何利用幂函数、指数函数和对数函数的性质(66)/如何解决幂、指、对函数与函数单调性、奇偶性的综合应用问题(66)/怎样运用互为反函数的两个函数的关系解题(67)/如何求参数范围问题(68)	
方法规律妙归纳	(68)
函数的图象及变换(68)/巧借图象来解题(70)/比较指数值大小常用方法(71)/比较对数值大小常用方法(72)	
第7讲 函数的应用举例	(73)
知识关系巧织网	(73)
重点知识巧记忆	(73)
常见函数模型(73)/函数建模的基本步骤(73)	
典型例题妙解析	(74)
怎样解函数应用题(74)	
方法规律妙归纳	(79)
解答应用题的基本思想和程序(79)/解答应用题的关键(80)	
第8讲 导数	(81)
知识关系巧织网	(81)
重点知识巧记忆	(81)
导数的定义及运算(81)/导数的应用(82)/定积分与微积分基本定理(83)	
典型例题妙解析	(84)
怎样进行导数的有关计算(84)/怎样利用导数研究单调性问题(85)/怎样利用导数求函数解析式(87)/怎样利用导数与函数图象关系解题(88)/怎样利用导数求极值与最值(91)/怎样利用导数求参数(92)/如何解生活中的最优化问题(94)/如何利用定积分求值(95)	
方法规律妙归纳	(96)
定积分求面积三技巧(96)/函数思想、数形结合思想、分类讨论等思想方法的应用(97)	
第9讲 平面向量	(98)
知识关系巧织网	(98)
重点知识巧记忆	(98)
向量的概念(98)/向量的加、减法运算(99)/实数与向量积(数乘)(100)/平面向量基本定理与坐标表示(100)/向量的数量积(101)	
典型例题妙解析	(102)
如何利用平行向量与相等向量的定义解题(102)/如何应用向量共线的条件解题(102)/怎样应用向量的加减法解题(104)/利用向量研究三角形、四边形(105)/怎样解决平面向量的坐标运算问题(105)/如何利用数量积解决向量问题(106)	
方法规律妙归纳	(108)
零向量 $\mathbf{0}$ 与实数 a /向量 \mathbf{a} 与实数 a 的辨别(109)/用向量方法解决平面几何问题的“三步曲”(109)/求向量夹角问题的常用方法(110)	
第10讲 空间几何体	(111)
知识关系巧织网	(111)
重点知识巧记忆	(111)

空间几何体结构特征透析(111)/空间几何体的三视图(112)/空间几何体的直观图(112)/常见几何体的表面积(113)	
典型例题妙解析	(113)
怎样利用空间几何体的结构解题(113)/如何利用几何体的截面解题(114)/如何解决关于球的有关运算问题(114)/怎样解决空间几何体的三视图与直观图问题(115)/怎样求几何体的表面积(116)/怎样求几何体的体积(116)	
方法规律妙归纳	(116)
补形法解题的常见策略(116)/求体积的几种常见方法(118)/图形变换的几种常见方法(120)/与球有关的简单组合体问题的求解方法(122)	
第11讲 平面的基本性质与直线	(123)
知识关系巧织网	(123)
重点知识巧记忆	(123)
点、线、面位置关系的符号语言与数学语言(123)/平面的基本性质及应用(123)/空间两条直线的位置关系(124)/平行公理与等角定理(124)/异面直线(124)	
典型例题妙解析	(125)
如何利用平面的概念和性质解题(125)/怎样判断两条直线的位置关系(126)/怎样证明线共点问题(126)/怎样证明点共线问题(127)/怎样证明共面问题(127)/怎样应用等角定理及其推论(128)/怎样求证异面直线的公垂线(128)	
方法规律妙归纳	(130)
求异面直线的距离常见方法(130)/求异面直线所成的角方法总结(130)/反证法(132)	
第12讲 空间中的平行与垂直	(133)
知识关系巧织网	(133)
重点知识巧记忆	(133)
线线平行问题(133)/直线和平面平行的判定定理和性质定理(133)/平面和平面平行的判定定理和性质定理(134)/线面垂直(134)/面面垂直(135)	
典型例题妙解析	(136)
怎样证明直线与直线平行(136)/怎样证明直线与平面平行(136)/如何证明平面与平面平行(137)/如何利用面面平行的性质进行计算(138)/如何证明线线垂直与线面垂直(138)/如何证明面面垂直问题(139)/怎样求距离问题(139)	
方法规律妙归纳	(140)
线面平行的证明中的找线技巧(140)/证明面面平行的方法(141)/平行关系的相互转化(142)/线面垂直的证明中的找线技巧(142)	
第13讲 空间向量及其运算	(143)
知识关系巧织网	(143)
重点知识巧记忆	(143)
理解空间向量的基本概念(143)/掌握空间向量的加减运算法则(143)/共面向量的定义(144)/空间向量分解定理(144)/空间向量的夹角(144)/空间向量的数量积(144)/空间直角坐标系(145)/空间直角坐标系中的坐标(145)/空间向量的直角坐标运算律(145)/两个向量夹角与向量长度的坐标计算公式(145)	

- 典型例题妙解析 (146)
- 如何利用空间向量的有关概念解题(146)/如何进行向量的线性运算(146)/如何利用空间向量定理的基本概念(146)/如何应用共线向量定理证明直线(147)/如何应用共面向量定理证明共面问题(147)/如何利用向量的数量积求两点间距离或长度(148)/如何利用向量的数量积证明垂直问题(148)/如何利用向量的数量积求两条异面直线所成的角(149)/如何进行空间向量坐标的基本运算(150)/如何利用直角坐标系求夹角与距离(150)/如何利用向量解决立体几何中的开放、探索性问题(151)
- 方法规律妙归纳 (152)
- 空间中的对称(152)/巧用共面向量定理的两推论(152)/“三共问题”的向量法证明(153)/巧用空间向量分解定理中 x, y, z 的唯一性(154)
- 第14讲 直线的方向向量与平面的法向量** (155)
- 知识关系巧织网 (155)
- 重点知识巧记忆 (155)
- 直线的方向向量(155)/平面的法向量(155)/直线方向向量与平面法向量在确定直线、平面位置关系中的应用(156)/三垂线定理及逆定理(156)
- 典型例题妙解析 (156)
- 如何利用向量证明直线与直线平行(156)/如何利用向量证明直线与平面平行(157)/如何用向量证明面面平行问题(157)/如何用向量证明线线垂直问题(158)/如何用向量证明线面垂直问题(158)/如何用向量证明面面垂直(159)/怎样利用三垂线定理及其逆定理解题(160)/如何利用向量解立体几何中的探索性问题(161)
- 方法规律妙归纳 (161)
- 三垂线定理的逆定理的证明与应用(161)/三棱锥顶点在底面上的射影与三角形的“三心”(162)/平面的法向量在研究线面与面面关系中的应用(163)
- 第15讲 空间角与距离** (164)
- 知识关系巧织网 (164)
- 重点知识巧记忆 (164)
- 两条异面直线所成的角(164)/直线和平面所成的角(164)/二面角(165)/点到平面的距离(165)
- 典型例题妙解析 (165)
- 怎样求异面直线所成的角(165)/如何利用最小角定理及公式 $\cos \varphi_1 \cos \varphi_2 = \cos \theta$ (167)/怎样求直线和平面所成的角(167)/怎样求二面角(168)/如何求空间距离(169)/如何解判断探索性问题(169)
- 方法规律妙归纳 (170)
- 例析“线线角”的求法(170)/二面角大小的七种求法(170)/应用平面的法向量研究空间角与距离(174)
- 第16讲 平面直角坐标系与直线** (176)
- 知识关系巧织网 (176)
- 重点知识巧记忆 (176)
- 平面直角坐标系中的基本公式(176)/直线的倾斜角与斜率(177)/直线方程的几种形式(177)

典型例题妙解析	(178)
如何应用坐标法解题(178)/如何利用两点间距离公式解题(178)/怎样求直线的倾斜角问题(179)/怎样求直线的斜率(179)/如何利用斜率公式解题(180)/怎样求直线方程(181)	
方法规律妙归纳	(182)
三点共线问题常用方法(182)/求直线过定点的几种方法(183)/共点直线系(183)/求直线方程的小技巧(183)/二元二次方程的直线表示(184)	
第17讲 两条直线的位置关系	(185)
知识关系巧织网	(185)
重点知识巧记忆	(185)
两直线的位置关系(185)/距离公式(186)/中心对称和轴对称(186)	
典型例题妙解析	(186)
如何解对称问题(186)/如何利用点到直线距离公式和平行直线间的距离公式解题(188)/如何利用直线的平行与垂直关系解题(188)/如何综合应用两直线的位置关系解题(189)/怎样解决最值问题(190)/怎样解入射光线与反射光线问题(192)	
方法规律妙归纳	(193)
反射光线与入射光线的几种常见解法(193)/应用共点直线系应避免的几个误区(194)	
第18讲 圆	(195)
知识关系巧织网	(195)
重点知识巧记忆	(195)
圆的方程的几种形式(195)/圆与圆的位置关系(196)/直线与圆的位置关系(196)	
典型例题妙解析	(197)
如何求圆的方程(197)/如何利用点与圆的位置关系解题(198)/如何利用圆的一般方程形式解题(198)/如何判断直线与圆的位置关系(199)/怎样利用圆的性质解决问题(200)/怎样求圆的切线方程(200)/怎样求弦长问题(202)/如何解直线与圆相交所得弦的中点问题(202)/怎样求切线长问题(203)/怎样利用圆与圆的位置关系解题(204)/如何解与圆有关的最值问题(204)	
方法规律妙归纳	(206)
圆的直径式方程(206)/圆系问题的探讨与应用(207)/圆的几何性质在求圆的方程中的应用(208)	
第19讲 椭圆	(209)
知识关系巧织网	(209)
重点知识巧记忆	(209)
椭圆及其标准方程(209)/椭圆的几何性质(210)/椭圆的焦半径(210)	
典型例题妙解析	(210)
如何应用椭圆的定义解题(210)/如何妙设速求椭圆方程(211)/如何求椭圆的离心率(212)/怎样解决中点弦问题(213)/如何解决直线与椭圆的位置关系问题(213)/如何解决椭圆的最值问题(214)/如何解决过定点问题(217)	
方法规律妙归纳	(218)
点差法的应用(218)/掌握坐标法的思想(219)	



第20讲 双曲线	(221)
知识关系巧织网	(221)
重点知识巧记忆	(221)
双曲线的定义(221)/双曲线的标准方程(222)/双曲线的几何性质(222)/双曲线的焦距(223)/双曲线特例(223)/双曲线与椭圆的联系与区别(223)	
典型例题妙解析	(224)
怎样应用双曲线的定义解题(224)/如何巧设速求双曲线方程(224)/如何求双曲线的离心率(224)/如何解直线与双曲线的位置关系问题(225)/怎样解探索性问题(226)	
方法规律妙归纳	(228)
利用不等关系求范围(228)/方程思想的应用(228)/研究双曲线问题应避免的几个误区(230)	
第21讲 抛物线	(232)
知识关系巧织网	(232)
重点知识巧记忆	(232)
抛物线的定义(232)/抛物线的标准方程和几何性质(233)/焦点弦(233)/通径(234)	
典型例题妙解析	(234)
怎样利用抛物线的定义解题(234)/怎样求抛物线的标准方程和准线方程(235)/如何解有关抛物线的最值问题(235)/如何解决直线与抛物线的关系问题(237)	
方法规律妙归纳	(239)
善用平面几何性质(239)/设而不求、整体代换(239)/研究抛物线应避免的几个误区(240)	
第22讲 算法初步	(242)
知识关系巧织网	(242)
重点知识巧记忆	(242)
算法的概念(242)/算法的特点(242)/程序框图的符号表示及含义(243)/算法的基本逻辑结构(243)/基本算法语句(243)	
典型例题妙解析	(244)
怎样利用自然语言书写算法(244)/怎样利用程序框图表示算法(244)/怎样利用算法的三种基本逻辑结构画程序框图(245)/已知框图,如何求得输出结果(246)/怎样利用基本算法语句设计程序(247)/如何进行算法案例分析(248)	
方法规律妙归纳	(250)
常见问题算法的描述(250)/程序框图有三种逻辑结构注意区别(251)/基本算法语句的格式与功能比较(252)/“一图抵百语”,利用程序框图可更加直观地表示算法结构(253)	
第23讲 统计与统计案例	(255)
知识关系巧织网	(255)
重点知识巧记忆	(255)
抽样方法(255)/用样本的频率分布估计总体的分布(256)/用样本的数字特征估计总体的数字特征(257)/相关关系(258)/独立性检验的含义(259)	
典型例题妙解析	(259)



怎样利用抽样方法的定义和特点解题(259)/怎样利用样本频率分布估计总体分布(260)/怎样利用图表信息解决实际问题(261)/怎样利用数据分布解决实际问题(263)	
方法规律妙归纳	(265)
用样本估计总体(265)/运用化归思想解题(266)	
第24讲 概率	(268)
知识关系巧织网	(268)
重点知识巧记忆	(268)
事件与基本事件空间(268)/频率与概率(268)/概率的加法公式(269)/古典概型(269)/几何概型(269)/知识巧记忆口诀(270)	
典型例题妙解析	(270)
如何辨识频率与概率(270)/怎样求互斥事件、对立事件的概率(271)/如何求古典概型的概率(272)/怎样求几何概型的概率(272)	
方法规律妙归纳	(273)
频率与概率的区别(273)/较复杂的概率的求法(274)/数形结合思想的应用(274)	
第25讲 计数原理	(275)
知识关系巧织网	(275)
重点知识巧记忆	(275)
两个计数原理(275)/排列与组合(275)/二项式定理(276)	
典型例题妙解析	(276)
怎样利用分类加法计数原理解题(276)/怎样利用分步乘法计数原理解题(277)/怎样综合运用两个计数原理解题(277)/怎样巧解排列、组合问题(278)/染色问题的解法(280)/怎样求解分组分配问题(281)/如何利用二项式定理解题(282)	
方法规律妙归纳	(284)
注意整体思想在解题中的应用(284)/利用间接法解题(285)/二项展开式主要的特点(285)	
第26讲 随机变量及其分布	(286)
知识关系巧织网	(286)
重点知识巧记忆	(286)
离散型随机变量及其分布列(286)/条件概率(287)/事件的独立性(287)/ n 次独立重复试验(287)/几种常见的离散型随机变量的分布(287)/正态分布(288)	
典型例题妙解析	(289)
怎样求解随机事件的概率(289)/怎样求离散型随机变量的期望与方差(291)/怎样求解“正态分布”问题(292)	
方法规律妙归纳	(292)
利用定义解题(292)/求离散型随机变量的分布列、期望与方差的步骤(292)	
第27讲 基本初等函数(II):三角函数	(294)
知识关系巧织网	(294)
重点知识巧记忆	(294)
角的概念的推广(294)/弧度制(295)/任意角的三角函数(295)/同角三角函数的基本关系(296)/三角函数诱导公式(296)/三角函数的图象与性质(297)	
典型例题妙解析	(298)

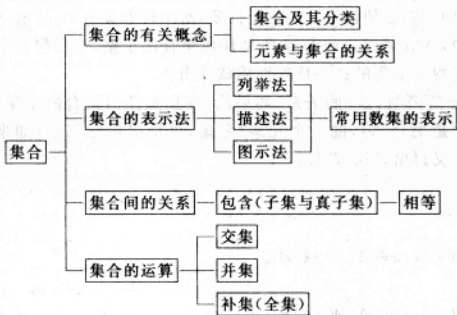
如何解决终边相同角的应用问题(298)/怎样求解弧度制下扇形的有关问题(299)/怎样利用三角函数的定义解题(299)/怎样利用同角三角函数基本关系式(300)/怎样利用三角函数的性质解题(301)/怎样利用三角函数的图象解题(302)/怎样利用诱导公式解题(303)	
方法规律妙归纳	(304)
注意化归思想与整体代换思想在解题中的应用(304)/三角函数图象的对称性(304)/深化公式理解,谨防思维漏洞(304)	
第28讲 三角恒等变换	(306)
知识关系巧织网	(306)
重点知识巧记忆	(306)
两角和与差的正弦、余弦、正切公式(306)/倍角公式(306)/半角公式(307)/积化和差与和差化积公式(307)	
典型例题妙解析	(308)
怎样利用两角和与差的正、余弦,正切公式解题(308)/怎样利用倍角公式解题(308)/怎样利用半角公式解题(309)	
方法规律妙归纳	(309)
三角恒等变换(309)/三角函数最值的求法(310)	
第29讲 解斜三角形	(312)
知识关系巧织网	(312)
重点知识巧记忆	(312)
正弦定理(312)/余弦定理(313)/三角形的面积公式(313)	
典型例题妙解析	(313)
利用正、余弦定理解题(313)/判定三角形解的情况(314)/解斜三角形的实际应用问题(314)	
方法规律妙归纳	(315)
正弦定理(315)/三角形中的问题(316)	
第30讲 数列	(317)
知识关系巧织网	(317)
重点知识巧记忆	(317)
数列(317)/等差数列(318)/等比数列(319)	
典型例题妙解析	(321)
怎样求数列的通项公式(321)/怎样解等差、等比数列综合题(322)/怎样求数列的前 n 项和(322)/怎样解数列应用题(325)	
方法规律妙归纳	(326)
用函数思想解数列题(326)/图形与数列(327)/数列中体现的教学思想(327)	
第31讲 不等式	(328)
知识关系巧织网	(328)
重点知识巧记忆	(328)
不等式与不等关系(328)/一元二次不等式的解法(329)/一元二次不等式与相应函数、方程的联系(329)/简单的一元高次不等式的解法(329)/分式不等式的解法(330)/二元一次不等式表示平面区域(330)/简单的线性规划问题(330)/基本不等式(330)	

典型例题妙解析	(331)
如何解常见不等式(331)/怎样解含参数的一元二次不等式(332)/怎样解不等式恒成立问题(332)/如何利用均值不等式解题(333)/怎样确定二元一次不等式表示的平面区域(333)/怎样解简单线性规划问题(334)	
方法规律妙归纳	(335)
利用求差法比较两式大小(335)/妙用“1”解题(336)/不等式中的创新题(337)/转化思想的应用(339)	
第32讲 推理与证明	(340)
知识关系巧织网	(340)
重点知识巧记忆	(340)
合情推理(340)/演绎推理(340)/直接证明与间接证明(340)	
典型例题妙解析	(341)
怎样利用合情推理解题(341)/怎样利用演绎推理解题(343)/怎样利用分析法与综合法解题(343)/怎样利用反证法解题(344)/怎样利用数学归纳法解题(345)	
方法规律妙归纳	(345)
合情推理与演绎推理的关系(345)/类比推理的应用(346)/反证法的应用(347)/数学归纳法的应用(347)	
第33讲 数系的扩充与复数的引入	(349)
知识关系巧织网	(349)
重点知识巧记忆	(349)
数的发展与复数的概念(349)/复数的几何意义(349)/复数的运算(350)	
典型例题妙解析	(350)
怎样利用复数是实数的条件解题(350)/怎样利用复数是纯虚数的条件解题(351)/如何利用 i 的周期性解题(351)/怎样利用共轭复数的性质解题(351)/怎样进行复数的四则运算(351)/怎样利用 $ z-z_0 $ 的几何意义解题(352)/如何运用 $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 的性质解题(353)	
方法规律妙归纳	(353)
高考中复数命题的特点(353)/复数问题实数化(353)/运用 i, ω 的性质解题(354)	

第1讲 集合

知识关系巧织网

提纲挈领 纲举目张



重点知识巧记忆

化繁为简 化难为易

1. 集合元素的“三性”

(1)确定性 (2)互异性 (3)无序性

金点子:在集合的运算中,常用元素的互异性检验所得结论是否正确.

2. 集合的三种表示方法

常用的集合表示方法有列举法和描述法,有时也可以用图示法来表示集合.

在此,主要介绍一下描述法,集合 A 可用它的性质 $p(x)$ 描述为 $\{x \in I \mid p(x)\}$, 它表示集合 A 是由集合 I 中具有性质 $p(x)$ 的所有元素构成的. 其中, x 为该集合元素的代号,它表明了该集合中的元素是“谁”,是“什么”; I 是特定条件; $p(x)$ 为该集合中元素特有的公共属性、特征. 描述法的语言有三种:文字语言、符号语言、图形语言.

3. 元素与集合、集合与集合间的关系

(1) 元素与集合之间的关系

元素与集合之间的关系用 \in 、 \notin 来表示. 若 a 是集合 A 中的元素则表示为 $a \in A$, 否则表示为 $a \notin A$. 判断元素与集合的属于与否,主要通过元素的确定性去分析.

(2) 集合与集合之间的关系

① 集合的相等与包含是两个重要的命题点,二者之间既有联系又有区别.一般地,两个集合 A 与 B 相等等价于它们互相包含,即“ $A=B$ ” \Leftrightarrow “ $A\subseteq B$,且 $B\subseteq A$ ”;用元素反映即“ $A=B$ ” \Leftrightarrow “任意 $a\in A$,必有 $a\in B$,且任意 $b\in B$,必有 $b\in A$ ”.这是证明两个集合相等的依据.

② 子集反映的是包含关系,当题设的条件或结论中出现 $A\subseteq B$ (或 $A\subsetneq B$) 这就表明集合 A 是集合 B 的子集(或真子集),反之亦然.

③ 空集是任意一个集合的子集,是任意一个非空集合的真子集,这一点也是解题中容易被忽略的.

巧突破:对于空集,同学们必须认清它的三个性质:对于任意集合 A ,皆有 $A\cap\emptyset=\emptyset$;对于任意集合 A ,皆有 $A\cup\emptyset=A$;空集是任何集合的子集,是任何非空集合的真子集.解题时若忽视了空集的这些特殊性质就易出错.

另外,同学们还要分清 \emptyset 与 $\{\emptyset\}$ 的关系.如果从“空集是任何集合的子集”考虑, $\emptyset\subseteq\{\emptyset\}$;如果从“ \emptyset 是集合 $\{\emptyset\}$ 的一个元素”考虑,可得出 $\emptyset\in\{\emptyset\}$;如果从“ $\{\emptyset\}$ 是非空集合”考虑,又得出 $\emptyset\subsetneq\{\emptyset\}$.

4. “交、并、补”运算

(1) 交集

符号语言表示: $A\cap B=\{x|x\in A, \text{且 } x\in B\}$.

(2) 并集

符号语言表示: $A\cup B=\{x|x\in A, \text{或 } x\in B\}$.

(3) 补集

符号语言表示: $\complement_U A=\{x|x\in U, \text{且 } x\notin A\}$.

5. 巧记忆口诀

集合平时很常用,数学概念有不同,理解集合并不难,三个要素是关键,元素确定和互异,还有无序要牢记,集合不论空不空,总有空集为子集,集合用图很方便,子交并补很明显.

典 型 例 题 妙 解 析 —— 举 一 反 三 触 类 旁 通

一、怎样利用集合的概念解题

集合是不加定义的概念,集合中的元素具有确定性、无序性和互异性三个特点.在利用集合的概念解题时,要充分利用和借助这三个特性,以检验所得结论是否正确.

例 1 (2007·全国I) 设 $a, b\in\mathbf{R}$, 集合 $\{1, a+b, a\} = \{0, \frac{b}{a}, b\}$, 则 $b-a = (\quad)$

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2



妙解:由 $\{1, a+b, a\} = \left\{0, \frac{b}{a}, b\right\}$ 可知 $a \neq 0$,

由集合元素的特性知只能 $a+b=0$,

则有以下对应关系:

$$\textcircled{1} \begin{cases} a+b=0, \\ \frac{b}{a}=a, \\ b=1; \end{cases} \text{或} \textcircled{2} \begin{cases} a+b=0, \\ b=a, \\ \frac{b}{a}=1. \end{cases}$$

解 $\textcircled{1}$ 得 $\begin{cases} a=-1, \\ b=1, \end{cases}$ 符合题意; $\textcircled{2}$ 无解.

所以 $b-a=2$. 答案:C

D点评 在求解有关集合概念的问题时,首先要明确集合的元素是什么,都有哪些元素,其次要根据集合元素的三个重要性质:无序性、互异性、确定性进行检验.另外,集合的相等决定了本题 a, b 的唯一性,并通过列方程组求解.

二、怎样利用集合间的包含关系解题

对于集合 A, B , 如果集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 中的元素, 则称集合 A 是集合 B 的子集, 记作 $A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$); 若 $A \subseteq B$ 且 $A \neq B$, 则集合 A 是集合 B 的真子集, 记作 $A \subsetneq B$ (或 $B \supsetneq A$). 规定: \emptyset 是任何集合的子集, 是任何非空集合的真子集.

例 2 (2007·汕头模拟) 已知 $A = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $B = \{x | mx + 1 = 0\}$, 且 $B \subseteq A$, 则实数 m 构成的集合中元素的个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 无数个

妙解: $\because A = \{2, 3\}, B \subseteq A$,

若 $B = \emptyset$, 则 $m = 0$;

若 $B \neq \emptyset$, 则 $x = -\frac{1}{m}$. 由 $B \subseteq A$, 得 $-\frac{1}{m} \in A$, $\therefore m = -\frac{1}{2}$ 或 $m = -\frac{1}{3}$.

$\therefore m$ 的值组成的集合为 $\left\{0, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right\}$, 含 3 个元素. 答案:C

D点评 空集是任何非空集合的真子集, 这一点在解题时易遗漏, 应通过解题加强巩固与理解.

三、怎样求解子集个数或元素个数问题

本题型以集合知识为背景, 求子集个数、集合中元素个数常用的方法是: $\textcircled{1}$ 定义法; $\textcircled{2}$ 图示法 (即列举法); $\textcircled{3}$ 子集个数公式等.

例 3 (2007·北京理) 已知集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\} (k \geq 2)$, 其中 $a_i \in \mathbf{Z} (i = 1, 2, \dots, k)$, 由 A 中的元素构成两个相应的集合: