CHUZHONG
SHUXUE
JINGBIAN

初中数学精编

代 数

第二册

浙江教育出版社

初 中 数 学 精 编

代　　数

第 二 册

郑启道　许　行　鲍小曼

浙江教育出版社

(浙)新登字第6号

初中数学精编
代　　数
第二册
郑启道　许　行　鲍小曼

浙江教育出版社出版发行
(杭州体育场路347号)
浙江诸暨日报印刷厂印刷
浙江省新华书店经销
*
开本787×1092　1/32　印张7.375　字数170000
1994年6月第1版
1996年4月第3次印刷

ISBN 7-5338-2413-X/G·2406
定　价：6.35元

说　明

为了帮助初中学生正确理解数学概念，发展智力，培养能力；同时也为教师在因材施教，辅导不同程度的学生时提供方便，我们根据国家教委《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲》的要求，按照新教材的内容，重新修订编写了这套《初中数学精编》。

在修订编写过程中，我们保持了本书原有的特色，同时熔进了编者自己新的教学体会。在每章前仍安排“学习导引”，使其对本章内容和要点具有概括性，所揭示的规律具有指导性。在习题中适当插入一些“典型例题”以便对学生解题有所启发、引导，做到举一反三，触类旁通。在部分题后又以“注意”、“提示”、“分析”等形式帮助学生揭示解题规律，提高解题能力。

修订后的这套丛书具有以下特点：

1．紧密配合教材。全书内容分章节进行编写，教师和学生可按教学进度与课本同步使用。

2．习题分A、B、C三组，而以A组题为主。A组题侧重于对有关数学概念的理解，以双基训练题为主；B组题侧重于分析问题，以本章（节）知识综合应用为主，数量少于A组题；在有些章节之后还安排了少量的C组题，它着重沟通各章节间的知识，进行综合训练，灵活性较大，难度也稍高，可供学有余力的学生练习。每章结束时配有一套自我测验题，让学生自己衡量是否达到教学要求。

3. 习题中选入一些与生活、生产实际有联系的题目，让这些数学问题进入练习，能为学生所喜爱，培养学生创新和解决实际问题的能力。

4. 全书最后附有习题的答案或提示（或简解），供学生做完习题后进行对照，以便及时了解自己解题、证题是否正确。

本丛书共七册，其中代数四册，分第一册（上）（供初一第一学期使用），第一册（下）（供初一第二学期使用），第二册（供初二全学年使用），第三册（供初三全学年使用），由吕敏寅、郑启道主编并审稿；几何三册，分第一册（供初一第二学期使用），第二册（供初二全学年使用），第三册（供初三全学年使用），由乐嗣康主编并审稿。

编者

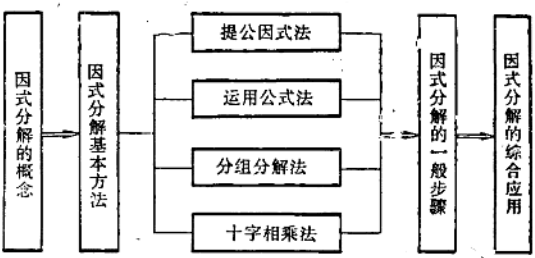
1994年2月

目　　录

第八章　因式分解

【学习导引】

本章知识结构



1　在小学算术里，学习分数前，为了分数运算的需要，先要学习整数的因数分解。同样，在中学代数里学习分式前，也必须先学习多项式因式分解。多项式因式分解是代数式中重要的内容之一，它对今后进一步学习具有十分重要的作用。

2　在算术里把一个整数化成几个整数的积的形式，叫做因数分解。类似地，在代数里把一个多项式化成几个整式的积的形式，叫做因式分解。因式分解的结果，要求满足下面的条件：

(1) 应是积的形式；

(2) 每个因式都是整式；

(3) 现阶段要求在有理数范围内，把一个多项式分解到不

能再分解为止。

3 整式乘法和因式分解的关系

整式乘法与多项式因式分解既有着密切联系，又有着本质的区别。整式乘法是求几个因式的积的运算，例如：$(x-2)(x+3)=x^2+x-6$，其结果是和或差的形式；因式分解是把多项式的和差形式变成几个因式乘积的形式，例如：$x^2+x-6=(x-2)(x+3)$。虽然它们都是恒等变形，但它们是互逆的两个过程。这里应该注意的是，并不是任何一个多项式都能够分解因式。正如在小学算术里学习因数分解时，质数是不能分解因数一样。如多项式：x^2+y-1就不能再分解；还有一种情况是一个多项式，若在某一数集内不能分解，但可能在另一个数集内还能够分解。如x^2-2在有理数集内不能再分解，而在实数集内还能继续分解：$x^2-2=(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$。

4 因式分解是整式乘法的逆变形，由此可以得到提公因式和运用公式的两种因式分解的方法，对照如下：

整式乘法	⇌ 因式分解
1.单项式乘以多项式：	1.提公因式法：
$m(a+b+c)=ma+mb+mc$	$ma+mb+mc=m(a+b+c)$
2.乘法公式：	2.运用公式法：
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$	$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$	$a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$
$(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3$	$a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$

注意：公式中m、a、b、c可以是数、单项式或多项式。

(1) 提公因式法是因式分解中最基本、最常用的方法。提

公因式法分解因式关键是找出公因式．公因式的系数取各项系数的最大公约数，字母取各项相同的字母，并且各字母的指数取次数最低的；

（2）运用公式法分解因式时，必须熟记上述五个最基本的公式，注意每个公式的形式与特点，能准确选择、熟练地运用公式进行因式分解．运用公式前先观察是否有公因式可提，提取后，再观察余下的因式，根据余下因式的项数来选择已学的公式．如果是二项式，是否可以用平方差公式或立方和（或差）公式继续分解；如果是三项式，是否可以用完全平方公式进行分解．

5　分组分解法．当一个多项式用上述方法不能直接分解时，可考虑用分组分解的方法．分组分解法的关键是适当分组．现将分组方法分为两类：一类是分组后可提公因式；另一类是分组后可应用公式（或十字相乘），并且还要预见到分组后还能继续分解．分组是否适当将影响着分解过程的简单与繁复，甚至会影响到能否达到分解的目的．

6　十字相乘法，能将某些三项式分解因式．

（1）二次项系数为 1 的二次三项式x^2+px+q中，如果能把常数项q分解成两个因式a，b的积，并且$a+b$等于一次项系数p，那么它就可以分解成：$x^2+px+q=x^2+(a+b)x+ab$ $(x+a)(x+b)$；

（2）二次项系数不为 1 的二次三项式 ax^2+bx+c 中，如果能把二次项系数 a 分解成两个因数 a_1，a_2 的积，把常数项c分解成两个因数c_1，c_2的积，并且$a_1c_2+a_2c_1$等于一次项系数b，那么它就可以分解成：

$$\begin{aligned} ax^2+bx+c &= a_1a_2x^2+(a_1c_2+a_2c_1)x+c_1c_2 \\ &= (a_1x+c_1)(a_2x+c_2)； \end{aligned}$$

（3）不是二次幂的三项式，应考虑它能否看作二次三项

式，用十字相乘的方法进行分解。例如：$x^4+6x^2+8=(x^2+2)(x^2+4)$，$5a^2b^2+23ab-10=(5ab-2)(ab+5)$等。

7　要熟练地掌握因式分解的四种基本方法，掌握因式分解的一般步骤，灵活运用各种方法分解因式。下面的顺口溜能帮助你更好地进行因式分解：

首先要提公因式，然后考虑用公式；

十字相乘试一试，分组分得要合适；

四种方法反复试，结果应是连乘积。

8　因式分解技巧性很强，除上述四种基本方法外，还有些常用的分解方法，我们将在后面的例题中再作介绍。

（A）

1．填空题：

(1) $(x+2)(x-1)=x^2+x-2$是表示____与____相乘，其结果是______，这是____运算；

(2) $x^2+x-2=(x+2)(x-1)$，则是把多项式________化为____与____的积的形式，这是____；

(3) 把一个________化成____________的形式，叫做分解因式，也可以叫做______。

2．选择题*：

(1) 下列各数的质因数分解中，正确的是(　　)

(A) $23=3\times7+2$。　　(B) $2\times3\times7=42$。

(C) $60=2^2\times3\times5$。　　(D) $231=11\times21$。

(2) 下列各恒等变形，属于因式分解的是(　　)

(A) $(x+3)(x-3)=x^2-9$。

*本书选择题除注明外，答案是唯一的，下同。

（B） $x^2-9+x=(x+3)(x-3)+x$。

（C） $3x^2-3x=3(x^2-x)$。

（D） $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$。

例1　下列各恒等变形中，若是因式分解，打“√”；若不是，打“×”，并说明理由。

(1) $am+bm-1=m(a+b)-1$；　　（×）

理由：两端虽恒等，但右端不是几个整式的积。

(2) $a^2b+a=a^2(b+\frac{1}{a})$；　　（×）

理由：两端虽恒等，但右端$b+\frac{1}{a}$不是整式。

(3) $x^2+3xy+x=x(x+3y)$；　　（×）

理由：两端不恒等。

(4) $2(b+c)(b-c)+2=2(b^2-c^2+1)$。　　（√）

3．下列各恒等变形中，哪些是因式分解？哪些是乘法运算？填写在括号里。

(1) $(a+3)(-3+a)=a^2-9$；　　（　　）

(2) $4x^2-9=(2x+3)(2x-3)$；　　（　　）

(3) $4a^2+4a+1=(2a+1)^2$；　　（　　）

(4) $-2m(m^2-3m+1)=-2m^3+6m^2-2m$。　　（　　）

4．填空：运用乘法公式或除法运算，完成下列各多项式的因式分解。

(1) $\frac{9}{4}x^2-\frac{1}{9}=\left(\frac{3}{2}x+\frac{1}{3}\right)(\qquad)$；

(2) $x^2-5x+6=(\qquad)(x-2)$；

(3) $x^2-6x+9=(\qquad)^2$；

(4) $m(a+b)-n(a+b)=(\qquad)(a+b)$；

(5) $a^3-b^3=(a-b)(\qquad\qquad)$；

(6) $2x^2-4xy-2x=(\qquad)(x-2y-1)$。

【提公因式法】

5．填空：

(1) 多项式$ma+mb+mc$中，它的各项含有相同的因式是______．一个多项式中____________________________叫做这个多项式各项的公因式；

(2) 写出下列各多项式中的公因式：

①$2ab^2+5a^2b-10b$公因式：____________，

②$-3ab^3+6a^2b^2+12a^3b$公因式：____________；

(3) 已知多项式的公因式，将另一个因式填在括号里：

①$4a^3b^2-10a^2b^3=2a^2b^2(\qquad\qquad)$，

②$30m^3n+25m^2n^2-5m^2n=5m^2n(\qquad\qquad)$，

③$-6x^3-10x^2-2x=-2x(\qquad\qquad)$，

④$-x^3y^2+x^4y^3=-x^3y^2(\qquad\qquad)$，

⑤$-15m^3n^4x^2-35m^4n^2x+20m^5n=-5m^3n(\qquad)$，

⑥$-a^3+2a^2b+ab^2=(\qquad)(a^2-2ab-b^2)$。

例 2　把下列各式分解因式：

(1) $-4x^2yz-12xy^2z+4xyz$；

(2) $2a^mb^{n+1}-\frac{1}{2}a^{m+1}b^n$；

(3) $\frac{1}{2}ab-\frac{1}{2}b^2-(a-b)^2$；

(4) $2(x+y)(x-y)+6$。

解：(1) $-4x^2yz-12xy^2z+4xyz$

$=-4xyz(x+3y-1)$；

(2) $2a^{m}b^{n+1}-\frac{1}{2}a^{m+1}b^{n}$

$=\frac{1}{2}a^{m}b^{n}(4b-a)$;

(3) $\frac{1}{2}ab-\frac{1}{2}b^{2}-(a-b)^{2}$

$=\frac{1}{2}b(a-b)-(a-b)^{2}$

$=\frac{1}{2}(a-b)(3b-2a)$;

(4) $2(x+y)(x-y)+6$

$=2x^{2}-2y^{2}+6=2(x^{2}-y^{2}+3)$。

【注意】 (1) 如果多项式第一项系数是负数，习惯上常把“-”号提出来，使括号内的第一项系数不为负，并要注意括号内各项符号都要改变，如第(1)小题；

(2) 在(1)中，提出公因式$-4xyz$后，第二个因式中最后一项是-1，切勿漏写。否则分解后多项式就会比原多项式减少了一项；

(3) 当指数是字母时，能准确判断相同字母指数的大小，正确找出公因式，如第(2)小题；

(4) 为了计算方便，在提公因式时尽量使括号内各项的系数为整数。如在第(3)题提取公因式时把$\frac{1}{2}(a-b)$提取出来，另一个因式$3b-2a$为整系数。公因式可以是数、单项式，也可以是多项式；

(5) 碰到不能直接分解因式时，可用添或去括号后再进行分解。如第(3)、(4)题。

6．选择题：

(1) 代数式$15x^3y^2+5x^2y-20x^2y^3$的公因式是（　　）

(A) $5xy$.（B）$5x^2y^2$.（C）$5x^2y$.（D）$5x^2y^3$.

(2) 代数式$a^3b^2-\frac{1}{2}a^2b^3$，$\frac{1}{2}a^3b^4+a^4b^3$，$a^4b^2-a^2b^4$的公因式是（　　）

(A) a^3b^2.（B）a^2b^2.（C）a^2b^3.（D）a^3b^3.

7．把下列各式分解因式：

(1) $8ab^2-16a^3b^3$；　(2) $-15xy-5x^2$；

(3) $-\frac{1}{2}x^2+2x$；　(4) $a^2b^2-\frac{1}{4}ab^3$；

(5) $-m^2n+mn^2$；　(6) $7x^2y^2-63x^2z^3$；

(7) $12a^2b^3-8ab^4$；　(8) $a^3b^3+a^2b^2-ab$；

(9) $-8a^3y+12a^2y^2-16ay^3$；

(10) $-8m^2n-2mn$；　(11) $-3a^3m-6a^2m+12am$；

(12) $\frac{1}{2}x^2-0.5xy$；　(13) $-\frac{1}{2}x^2+2xy-xz$；

(14) $-4a^3b^2+6a^2b-2ab$；(15) $-x^3y^2+2x^2y-xy$.

8．在下列各式右边的括号前填上“+”或“-”号，使等式成立：

(1) $a-b=$ ____$(b-a)$；

(2) $x+y=$ ____$(y+x)$；

(3) $-y+z=$ ____$(y-z)$；

(4) $2y-x=$ ____$(x-2y)$；

(5) $-b^2-a^2=$ ____(a^2+b^2)；

(6) $(x-y)^2=$ ____$(y-x)^2$；

(7) $(b-a)^3=$ ____$(a-b)^3$；

(8) $(x-y)^4=$ ____$(y-x)^4$；

(9) $(a-2)(3-a)=$ ____ $(a-2)(a-3)$；

(10) $(5+x)(1-x)=$ ____ $(x+5)(x-1)$；

(11) $(1-b)(4-b)=$ ____ $(b-1)(b-4)$；

(12) $(1-x)(2-x)(3-x)=$ ____ $(x-1)(x-2)(x-3)$。

【注意】 (1) (1)～(5)题是整式添括号法则的应用，即括号前添上"+"号，括号内各项符号不变；括号前添上"－"号，括号内各项符号都改变；

(2) (6)～(8)题：当n为偶数时，$(a-b)^n=(b-a)^n$；

当n为奇数时，$(a-b)^n=-(b-a)^n$；

(3) (9)～(12)题：几个因式相乘，如果有奇数个因式变号，则其积也要变号；如果有偶数个因式变号，其积的符号不变。

9．在下列各式右边的括号前填上"+"或"－"号，使等式成立：

(1) $(a-b)^2(b-a)=$ ____ $(a-b)^3$；

(2) $(2x-3y)(3x-2y)=$ ____ $(3y-2x)(2y-3x)$；

(3) $(x-y)^3(a-b)^3=$ ____ $[(y-x)(b-a)]^3$；

(4) $(m-n)^2(p-q)^3=$ ____ $(n-m)^2(q-p)^3$。

10．在下列各式右边的括号内填上适当的多项式，使等式成立：

(1) $x(y-z)-y(z-y)=(y-z)(\qquad)$；

(2) $(2a-b)(2a+3b)+3a(b-2a)=-(2a-b)(\qquad)$；

(3) $mn(m-n)^2-n(n-m)^3=n(m-n)^2(\qquad)$；

(4) $a^3(x-y)-3a^2b(y-x)=(\qquad)(x-y)(\qquad)$；

(5) $16a^{m+2}b+12a^{m+1}b^2-8a^mb^3=4a^mb(\qquad)$；

(6) $x(x+y)(x-y)-y(y+x)(y-x)=(x-y)(\qquad)^2$。

11．把下列各式分解因式：

(1) $(a+b)-(a+b)^2$；

(2) $x(x-y)+y(y-x)$；

(3) $6(m+n)^2-2(m+n)$;

(4) $3(y-x)^2+2(x-y)$;

(5) $m(m-n)^2-n(n-m)^2$;

(6) $6p(p+q)-4q(p+q)$;

(7) $(a+b)(x+y)-(a+b)(x-y)$;

(8) $x(x+y)(x-y)-x(x+y)^2$。

12. 把下列各式分解因式：

(1) $-3x(y-x)-(x-y)$;

(2) $12a^2b(x-y)-4ab(y-x)$;

(3) $a^2(x-2a)^2-a(2a-x)^2$;

(4) $(a-b)^2-2ab(a-b)$;

(5) $4a(x-2)^2-2b(2-x)^3$;

(6) $x(x-y)(a-b)-y(y-x)(b-a)$;

(7) $(b+c)x+(c+a)x+(a+b)x$;

(8) $a^3(b+c-d)+a^2b(c+d-a)-a^2c(d+a+b)$。

【运用公式法】

13. 在括号内填上适当的数或式，使等式成立。

(1) $81x^2=(\quad)^2$;　　(2) $\frac{9}{25}y^2=(\quad)^2$;

(3) $6.25m^4=(\quad)^2$;　　(4) $0.0016x^4=(\quad)^2$;

(5) $\frac{1}{4}c^{10}=(\quad)^2$;　　(6) $\frac{9}{16}a^4b^2=(\quad)^2$;

(7) $64x^2y^6=(\quad)^2$;　　(8) $36x^{2n}=(\quad)^2$。

例 3　把下列各式分解因式，如不能分解，请说明理由：

(1) $-a^2+b^2$;　　(2) $-a^2-b^2$;　　(3) b^2+a^2;

(4) $-ma^2+mb^2$;　　(5) $0.0016x^4y^6-\frac{169}{289}a^2b^8$;

(6) $(a+b+c)^2-(a-b-c)^2$.

解：(1) $-a^2+b^2=-(a^2-b^2)$

$=-(a+b)(a-b)$；

(2) $-a^2-b^2$不能分解，理由：两项符号相同；

(3) b^2+a^2不能分解，理由：两项符号相同；

(4) $-ma^2+mb^2=-m(a^2-b^2)$

$=-m(a+b)(a-b)$；

(5) $0.0016x^4y^6-\frac{169}{289}a^2b^8=(0.04x^2y^3)^2-\left(\frac{13}{17}ab^4\right)^2$

$=\left(0.04x^2y^3+\frac{13}{17}ab^4\right)\left(0.04x^2y^3-\frac{13}{17}ab^4\right)$；

(6) $(a+b+c)^2-(a-b-c)^2$

$=[(a+b+c)+(a-b-c)]$

$[(a+b+c)-(a-b-c)]$

$=2a(2b+2c)=4a(b+c)$.

【注意】 (1) 要掌握平方差公式的特征：①两项必须是平方项；②两项符号相反；

(2) 开始学习用平方差公式分解因式时，先恢复公式的形式进行分解，如第(5)题，以避免差错。关键是熟练地把一个式子写成完全平方的形式，如$0.0016x^4y^6=(0.04x^2y^3)^2$；

(3) 为使计算迅速准确，要熟记1～19平方数和1～9的立方数；

(4) 当多项式各项有公因式时，应先提取公因式，再运用公式。运用公式后要注意能化简的要化简，能分解的继续分解到不能再分解为止；