

配合初中新课程标准

A 奥数讲义

AOSHU

(九年级)

◆ 丁保荣 主编



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

AOSHU

- ★ 奥数讲义（七年级上册）
- ★ 奥数讲义（七年级下册）
- ★ 奥数讲义（八年级上册）
- ★ 奥数讲义（八年级下册）
- ★ 奥数讲义（九年级全一册）

ISBN 978-7-308-05962-6



9 787308 059626 >

定价：23.50元

奥数讲义

(九年级)

主 编 丁保荣



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

奥数讲义. 九年级/丁保荣主编. —杭州: 浙江大学出版社, 2008. 5

ISBN 978-7-308-05962-6

I. 奥… II. 丁… III. 数学课—初中—教学参考资料
IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 068374 号

奥数讲义(九年级)

丁保荣 主编

责任编辑 冯慈璜(特邀) 陶 杭

封面设计 刘依群

出版发行 浙江大学出版社

(杭州天目山路 148 号 邮政编码 310028)

(E-mail: zupress@mail. hz. zj. cn)

(网址: <http://www.zjupress.com>

<http://www.press.zju.edu.cn>)

电话: 0571-88925592, 88273066(传真)

排 版 杭州大漠照排印刷有限公司

印 刷 杭州杭新印务有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 17

字 数 430 千

版 印 次 2008 年 6 月第 1 版 2008 年 6 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-308-05962-6

定 价 23.50 元

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部邮购电话(0571)88072522

新一轮的初中课程改革在全国紧锣密鼓地进行着,根据课程标准编写的各种版本的教科书给我们带来新的教育理念和气息.为了使“促进每一位学生的发展”这一新课程灵魂落到实处,帮助学生提高学习效率,我们编写了这套初中《奥数讲义》丛书.

本书与浙江教育出版社出版的《义务教育课程标准实验教科书·数学》配套、同步,每章设[知识网络]、[重点难点]、[学法指导]栏目,分别以网络的形式列出本章学习的主要内容;分析本章的重点、难点、关键点、疑难点;对一些典型的例题进行分析、解答、探究.以各学期学习周次为单位每册设18个专题,以备周末训练选用.每个专题又分以下四个层次:

[基础训练]是基础题,体现对教材相关内容的基本要求.

[能力提高]是提高题,具有一定的综合性,通过训练促进在能力上有所拓展.

[瞄准中考]是中考题,同步选取近一年全国各地的中考题目,提早接受中考训练.

[冲击金牌]是探究题,选取近几年国内外数学竞赛题及中考中的探究性题目,有一定难度.

题目分层次设置,体现不同的人在教学上有不同发展.每个层次以活页形式出现单独成“张”,体现数学的简洁、美观、对称.学生根据自身情况,可作周末训练选用.

本册编写人员:刘智建、方利生、罗大明、陈晓岚、王菊清、朱晓燕、金旭颖、陈志强.

由于时间仓促,加上作者对新课程的认识有待进一步提高,本书编写时难免出现一些不足,敬请广大师生指正.

编写组

2008年5月

目录

CONTENTS

上册

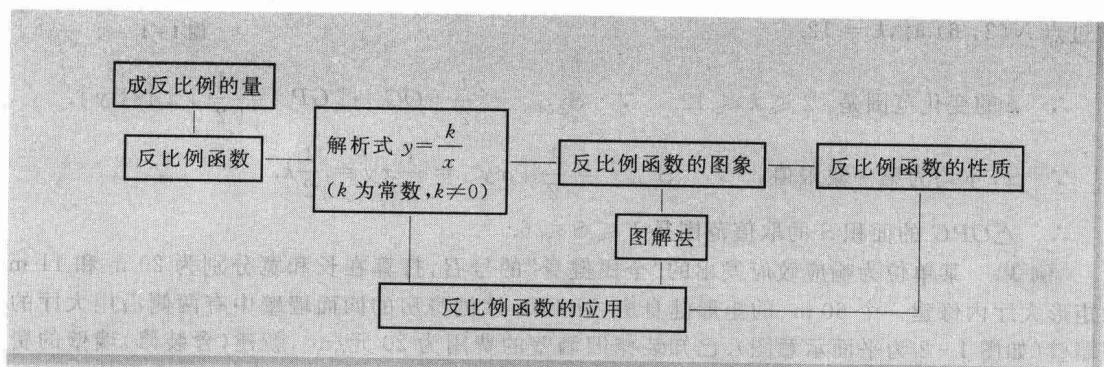
➤ 第1章 反比例函数	001
第1节 反比例函数及其图象	003
第2节 反比例函数的性质和应用	011
➤ 第2章 二次函数	019
第1节 二次函数及其图象	021
第2节 二次函数的性质	029
第3节 二次函数的应用	037
➤ 第3章 圆的基本性质	045
第1节 圆及其轴对称性	047
第2节 圆心角	055
第3节 圆周角	063
第4节 弧长和扇形面积、圆锥侧面积及全面积	071
➤ 第4章 相似三角形	079
第1节 比例线段	081
第2节 相似三角形的判定、性质	089
第3节 相似三角形的应用,位似形	097
➤ 第5章 上学期总复习	105

下册

➤ 第6章 解直角三角形	121
第1节 锐角三角函数	123
第2节 有关三角函数的计算	131
第3节 解直角三角形	139

➤ 第7章 简单事件的概率	147
第1节 简单事件的概率	149
第2节 估计概率及概率应用	157
➤ 第8章 直线与圆、圆与圆的位置关系	165
第1节 直线与圆的位置关系	167
第2节 三角形内切圆	175
第3节 圆与圆的位置关系	183
➤ 第9章 投影与三视图	191
第1节 视角、盲区、投影	193
第2节 简单物体的三视图	201
➤ 第10章 下学期总复习	209
➤ 部分题目参考答案	225

知识网络



重点难点

本章学习的重点是反比例函数的概念、图象和性质,灵活运用反比例函数的性质解决实际问题本章学习的难点.

学法指导

例1 在平面直角坐标系 xOy 中,直线 $y = -x$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到直线 l ,直线 l 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象的一个交点为点 $A(a, 3)$. 试确定反比例函数的解析式.

【分析】 先利用旋转变换的特点求出直线 l 的解析式,再把点 A 的坐标代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$,求得 k ,即可得反比例函数的解析式.

【解】 \because 直线 $y = -x$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到直线 l ,

\therefore 直线 l 的解析式是 $y = x$.

把 $A(a, 3)$ 代入 $y = x$,得 $a = 3$. \therefore 点 A 的坐标是 $(3, 3)$.

把 $A(3, 3)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$,得 $k = 9$. \therefore 反比例函数的解析式为 $y = \frac{9}{x}$.

例 2 如图 1-1, 已知有 $M(2, 1)$, $N(2, 6)$ 两点, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与线段 MN

相交. 过反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上任意一点 P , 作 y 轴的垂线 PG , G 为垂足. 则 $\triangle OPG$ 的面积 S 的取值范围是多少?

【分析】 解题关键是求出系数 k 的变化范围. 根据题意, 图象与线段 MN 相交, 因为 MN 平行于 y 轴, 当双曲线过点 N 时, k 的值最大, 当双曲线过点 M 时, k 的值最小. 由此可确定 k 的取值范围, 进而根据上述性质求得面积 S 的取值范围.

【解】 当双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 过点 $M(2, 1)$ 时, $k = 2$; 当双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 过点 $N(2, 6)$ 时, $k = 12$.

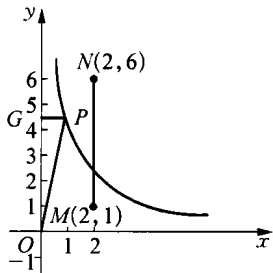


图 1-1

$$\therefore k \text{ 的变化范围是: } 2 \leq k \leq 12. \quad \because S_{\triangle OPG} = \frac{1}{2} |OG| \cdot |GP| = \frac{1}{2} |x| \cdot |y|.$$

$$\because x, y \text{ 均为第一象限值, } \therefore S_{\triangle OPG} = \frac{1}{2} |xy| = \frac{1}{2} xy = \frac{1}{2} k.$$

$\therefore \triangle OPG$ 的面积 S 的取值范围是 $1 \leq S \leq 6$.

例 3 某单位为响应政府发出的“全民健身”的号召, 打算在长和宽分别为 20 m 和 11 m 的矩形大厅内修建一个 60 m^2 的矩形健身房 $ABCD$. 该健身房的四面墙壁中有两侧沿用大厅的旧墙壁(如图 1-2 为平面示意图). 已知装修旧墙壁的费用为 20 元/ m^2 , 新建(含装修)墙壁的费用为 80 元/ m^2 . 该健身房的高为 3 m, 一面旧墙壁 AB 的长为 x m, 修建健身房的总投入为 y 元.

(1) 求 y 与 x 的函数解析式;

(2) 为了合理利用大厅, 要求自变量 x 必须满足 $8 \leq x \leq 12$. 当投入资金为 4 800 元时, 利用旧墙壁的总长度为多少米?

【分析】 本题属于实际应用题. 从题意出发, 由于矩形的面积为定值, 则可利用长与宽成反比例的关系列出宽的表达式, 进而表示出新旧墙壁的面积.

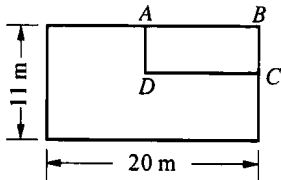


图 1-2

【解】 (1) \because 长 AB 为 x m, $S_{\text{矩形}ABCD} = 60 \text{ m}^2$, \therefore 宽 BC 为 $\frac{60}{x}$ m.

\therefore 新旧墙壁的面积都为 $3\left(x + \frac{60}{x}\right) (\text{m}^2)$.

\therefore 总费用 $y = \left(x + \frac{60}{x}\right) \times 3 \times 20 + \left(x + \frac{60}{x}\right) \times 3 \times 80 = 300\left(x + \frac{60}{x}\right)$.

(2) 当 $y = 4800$ 时, 即 $4800 = 300\left(x + \frac{60}{x}\right)$, 解得 $x = 10$.

$\therefore 10 + \frac{60}{10} = 16 (\text{m})$.

答: 利用旧墙壁的总长度为 16 m.

【探究】 解题的关键是找出以下数量关系: 矩形的宽 = $\frac{\text{矩形的面积}}{\text{矩形的长}}$, 总费用 = 面积 \times 单位面积的费用.

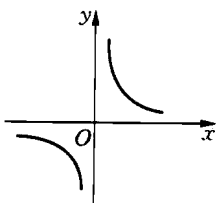
第1节

反比例函数及其图象

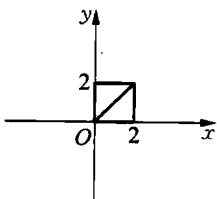
基础训练

一、选择题

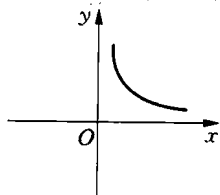
1. 已知 $\triangle ABC$ 的面积为2,一边长为 x ,这边上的高为 y ,则 y 关于 x 的函数解析式的大致图象是 ()



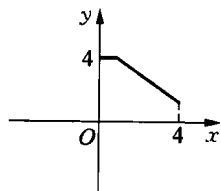
A.



B.



C.



D.

2. 在反比例函数 $y = -\frac{5}{x}$ 中, 自变量的取值范围是 ()
 A. 全体实数 B. $x > 0$ C. $x < 0$ D. $x \neq 0$
3. 如果反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(-3, -4)$, 那么函数的图象应在 ()
 A. 第一、三象限 B. 第一、二象限 C. 第二、四象限 D. 第三、四象限
4. 若函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象过点 $(3, -7)$, 那么它一定还经过点 ()
 A. $(3, 7)$ B. $(-3, -7)$ C. $(-3, 7)$ D. $(2, -7)$
5. 下列 y 关于 x 的函数中, 属于反比例函数的是 ()
 A. $y = 2x - 1$ B. $y = \frac{1}{x^2}$ C. $y = \frac{2}{x}$ D. $y = \frac{1}{x} + 1$

二、填空题

6. 已知 $xy = 8$, 则 y 与 x 之间是 _____ 函数关系, 它的图象是位于 _____ 象限的 _____ 线.
7. 某物体沿着 3 米长的导轨前进, 用 t (秒) 表示通过导轨的时间, 用 v (米/秒) 表示前进的速度, 则 v 关于 t 的函数解析式是 _____.
8. 请分别写出一个满足下列要求且图象经过点 $(-1, -2)$ 的函数解析式:
 (1) 反比例函数解析式: _____;
 (2) 正比例函数解析式: _____;
 (3) 一次函数解析式: _____.

9. 反比例函数 $y = -\frac{a^2}{x}$ ($a \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y = \frac{a^2}{x}$ ($a \neq 0$) 的图象关于 _____

成轴对称.

10. 已知矩形的面积是定值 S , 则矩形的两条边长 a 与 b 的函数关系式是 $b =$ _____, 此时, b 是 a 的 _____.

11. 居民照明用电的电压为 220(伏特), 则用电器的电流 I (安) 和电阻 R (欧) 之间的关系式是 _____.

三、解答题

12. 已知反比例函数 $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$.

(1) 写出这个反比例函数的比例系数和自变量的取值范围;

(2) 当 $x = -\sqrt{3}$ 时, 求函数 y 的值;

(3) 当 $y = 2\sqrt{3}$ 时, 求自变量 x 的值.

13. 近视眼镜的度数与焦距成反比, 小明到眼镜店调查了一些数据如下表:

镜片焦距 x/cm	25	16	12.5
眼镜度数 $y/\text{度}$	400	625	800

(1) 求眼镜度数 y (度) 与焦距 x (cm) 之间的函数关系式;

(2) 若小明所戴眼镜度数为 500 度, 求该眼镜镜片的焦距.

14. 我们知道, 在力 F (牛) 的作用下, 物体会沿力 F 的方向位移 s (米), 力 F 所做的功 W (焦) 满足: $W = Fs$. 当 $s = 2$ 米时, $F = 7.5$ 牛.

(1) 力 F 所做的功是多少?

(2) 假设所做的功不变, 试确定 F 与 s 之间的函数关系式;

(3) 假设所做的功不变, 当 $F = 4$ 牛时, s 是多少?

能力提高

一、选择题

15. 如图 1-3, 点 A 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上一点, $AB \perp x$ 轴于点 B. 若 $S_{\triangle AOB} = 3$,

则 k 等于

A. 1

B. 3

C. $\frac{3}{2}$

D. 6

16. 一定质量的干松木, 当它的体积 $V = 2 \text{ m}^3$ 时, 它的密度 $\rho = 0.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 则 ρ 关于 V 的函数关系式是

A. $\rho = 1000V$

B. $\rho = V + 1000$

C. $\rho = \frac{500}{V}$

D. $\rho = \frac{1000}{V}$

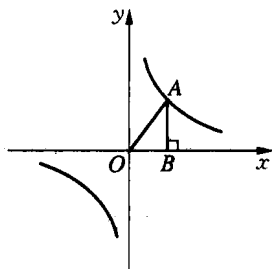


图 1-3

17. 已知正比例函数 $y_1 = k_1x$ ($k_1 \neq 0$) 和反比例函数 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ ($k_2 \neq 0$) 在同一平面直角坐标系中的图象无交点, 则 k_1 与 k_2 的关系为

A. 同号

B. 互为倒数

C. 异号

D. 可以是不为零的任何实数

18. 两位同学在描述同一反比例函数的图象时, 甲同学说: 这个反比例函数图象上任意一点到两坐标轴的距离的积都是 3; 乙同学说: 这个反比例函数的图象与直线 $y = x$ 有两个交点. 你认为这两位同学所描述的反比例函数的解析式是

A. $y = \frac{3}{x}$

B. $y = -\frac{3}{x}$

C. $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$

D. $y = -\frac{\sqrt{3}}{x}$

二、填空题

19. 若 y 与 $2x$ 成反比例, 则 y 与 x 成 _____ (填“反比例”或“正比例”).

20. 在直角坐标系中, 若一个函数图象上存在横、纵坐标互为相反数的一点, 请写出这样的反比例函数和一次函数各一个: _____.

21. 有一面积为 100 cm^2 的梯形, 其上底长是下底长的 $\frac{1}{3}$. 若上底长为 $x(\text{cm})$, 高为 $y(\text{cm})$, 则 y 与 x 之间的函数关系式为 _____.

22. 若反比例函数 $y = \frac{k-3}{x}$ 的图象位于第一、三象限, 正比例函数 $y = (2k-9)x$ 的图象位于第二、四象限, 则 k 的整数值是 _____.

23. 如图 1-4, 半径为 2 的两圆 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 均与 y 轴相切于点 O , 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象与两圆分别交于点 A、

B、C、D, 则图中阴影部分的面积是 _____.

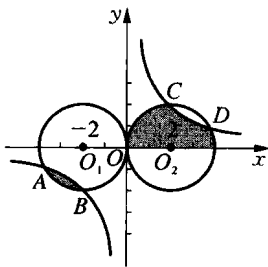


图 1-4

三、解答题

24. 已知 $y = y_1 - y_2$, 且 y_1 与 x^2 成正比例, y_2 与 $x+3$ 成反比例. 当 $x=0$ 时, $y=2$; 当 $x=3$ 时, $y=0$, 求 y 与 x 的函数关系式, 并指出自变量的取值范围.

25. 张华和爸爸早晨骑自行车到动物园玩, 他们骑车的速度是 8 千米/时, 用了 2 时到达.

(1) 张华家到动物园的路程是多少千米?

(2) 如果回来时, 张华坐汽车, 汽车的平均速度为 v 千米/时 ($v > 8$), 那么张华到家的时间 t (时) 将如何变化?

(3) 写出 t 关于 v 的函数解析式;

(4) 如果要求张华在 0.5 时内赶回家, 那么, 汽车的速度至少为多少?

26. 电流 I 、电阻 R 、电压 U 之间满足关系式 $U = IR$, 当 $U = 220$ V 时,

(1) 请你用含有 R 的代数式表示 I ;

(2) 利用你写出的关系式完成下表:

R/Ω	20	40	60	80	100
I/A					

(3) 当 R 越来越大时, I 是怎样变化的? 当 R 越来越小呢?

(4) 变量 I 是 R 的函数吗? 为什么?

瞄准中考

一、选择题

27. (07年南通中考题)如图1-5,设直线 $y=kx$ ($k<0$)与双曲线 $y=-\frac{5}{x}$ 相交于 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 两点,则 $x_1y_2 - 3x_2y_1$ 的值为 ()
- A. -10 B. -5 C. 5 D. 10

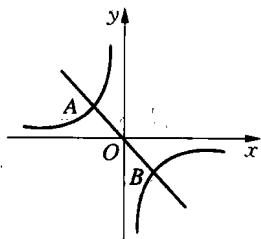


图 1-5

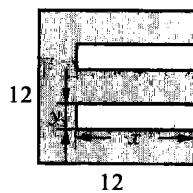
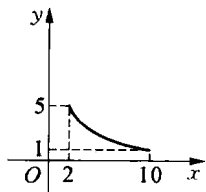
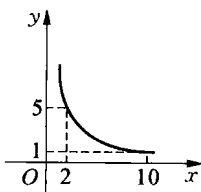


图 1-6

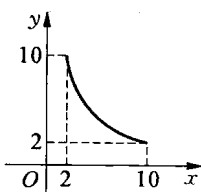
28. (07年齐齐哈尔中考题)如果点(3, 4)在反比例函数 $y=\frac{m+n}{x}$ 的图象上,那么此函数图象必定经过点 ()
- A. (4, -3) B. (3, -4) C. (2, -6) D. (2, 6)
29. (07年安徽中考题)一张正方形的纸片,剪去两个一样的小矩形得到一个“E”图案,如图1-6所示.设小矩形的长、宽分别为 x 、 y ,剪去部分的面积为20,若 $2 \leq x \leq 10$,则 y 与 x 的函数图象是 ()



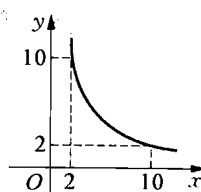
A.



B.



C.



D.

二、填空题

30. (07年义乌中考题)已知反比例函数 $y=-\frac{8}{x}$ 的图象经过点 $P(a+1, 4)$,则 $a=$ _____.
31. (07年台州中考题)反比例函数 $y=-\frac{6}{x}$ 图象上一个点的坐标是_____.
32. (07年大连中考题)如图1-7, A 、 B 是双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 的一个分支上的两点,且点 $B(a, b)$ 在点 A 的右侧,则 b 的取值范围是_____.
33. (07年武汉中考题)如图1-8,已知双曲线 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$)经过矩形 $OABC$ 边 AB 的中

点 F , 交 BC 于点 E , 且四边形 $OEBF$ 的面积为 2, 则 $k =$ _____.

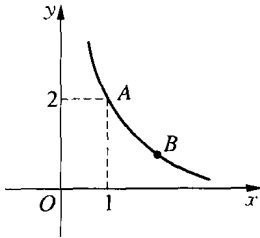


图 1-7

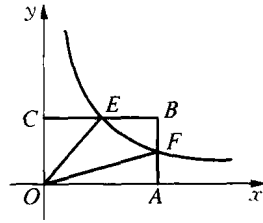


图 1-8

三、解答题

34. (07 年北京中考题) 在平面直角坐标系 xOy 中, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与 $y = \frac{3}{x}$ 的图象关于 x 轴对称, 又与直线 $y = ax + 2$ 交于点 $A(m, 3)$, 试确定 a 的值.

35. (07 年天津中考题) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与一次函数 $y = 3x + m$ 的图象相交于点 $A(1, 5)$.

- (1) 求这两个函数的解析式;
- (2) 求这两个函数图象的另一个交点的坐标.

36. (07 年成都中考题) 如图 1-9, 一次函数 $y = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象交于 $A(-2, 1)$, $B(1, n)$ 两点.

- (1) 试确定上述反比例函数和一次函数的表达式;
- (2) 求 $\triangle AOB$ 的面积.

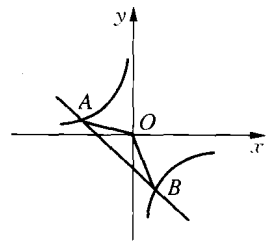


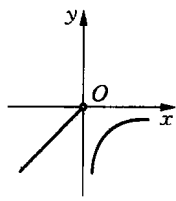
图 1-9

· 中考真题 ·

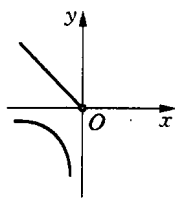
冲击金牌

一、选择题

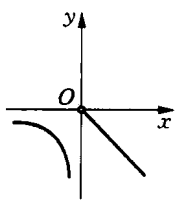
37. (04年广西竞赛题) $|x| > x$, 且 $kp < 0$, 那么, 在自变量 x 的取值范围内, 正比例函数 $y = kx$ 和反比例函数 $y = \frac{p}{x}$ 在同一直角坐标系中的图象示意图正确的是 ()



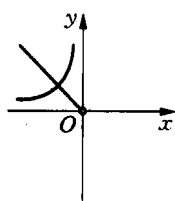
A.



B.



C.



D.

38. (03年全国联赛题) 若函数 $y = kx$ ($k > 0$) 与函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象相交于 A 、 C 两点, AB 垂直 x 轴于 B , 则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题

39. (绍兴竞赛题) 如图 1-10, 正比例函数 $y = 3x$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象交于点 A , 若 k 取 1, 2, 3, ..., 20, 对应的 $\text{Rt}\triangle AOB$ 的面积分别为 S_1, S_2, \dots, S_{20} , 则 $S_1 + S_2 + \dots + S_{20} =$ _____.

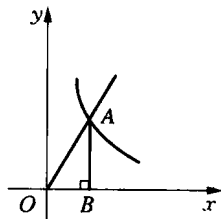


图 1-10

40. (03年眉山竞赛题) 老师在同一直角坐标系中, 画了一个反比例函数的图象以及一个正比例函数 $y = -x$ 的图象, 学生甲、乙分别是这样描述的: 甲: 与直线 $y = -x$ 有两个交点; 乙: 图象上任意一点到两坐标轴的距离的积都为 5. 请你根据两位同学的说法写出反比例函数的解析式: _____.

三、解答题

41. (06年黄冈市中学特长生选拔题) 如图 1-11, 已知双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0, x > 0$) 的图象上有两点 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$, 且 $x_1 < x_2$. 分别过 P_1, P_2 向 x 轴作垂线, 垂足为 B, D . 过 P_1, P_2 向 y 轴作垂线, 垂足分别为 A, C .

- (1) 若记四边形 AP_1BO 和四边形 CP_2DO 的面积分别为 S_1, S_2 , 周长分别为 C_1, C_2 . 试比较 S_1 和 S_2, C_1 和 C_2 的大小;

- (2) 若 P 是双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0, x > 0$) 上一点, 分别过 P 向

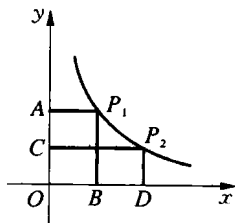


图 1-11

x 轴、 y 轴作垂线,垂足分别为 M 、 N . 试问当 P 在何处时四边形 $PMON$ 的周长最小, 最小值为多少?

42. (04 年太原竞赛题) 点 P 是 x 轴正半轴上的一个动点, 过点 P 作 x 轴的垂线 PA 交双曲线 $y = \frac{1}{x}$ 于点 A , 连结 OA .

(1) 如图 1-12①, 当点 P 在 x 轴的正方向上运动时, $\text{Rt}\triangle AOP$ 的面积大小是否变化? 若不变, 请求出 $\text{Rt}\triangle AOP$ 的面积; 若改变, 试说明理由;

(2) 如图 ②, 在 x 轴上点 P 的右侧有一点 D , 过点 D 作 x 轴的垂线交双曲线于点 B , 连结 BO 交 AP 于点 C . 记 $\triangle AOP$ 的面积为 S_1 , 梯形 $BCPD$ 的面积为 S_2 , 则 S_1 与 S_2 大小关系是 S_1 _____ S_2 (填“>”、“<”或“=”);

(3) 如图 ③, AO 的延长线与双曲线 $y = \frac{1}{x}$ 的另一个交点为 F , FH 垂直于 x 轴, 垂足为点 H , 连结 AH 、 PF , 试证明四边形 $APFH$ 的面积为一常数.

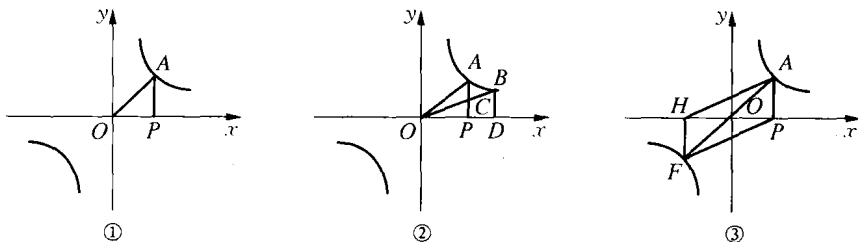


图 1-12