



物理实验教程

WULI SHIYAN
JIAOCHENG

马清茂 主编

武 汉 大 学 出 版 社

物理实验教程

主编：马清茂

武汉大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

物理实验教程/马清茂主编. —武汉:武汉大学出版社, 1999. 1
ISBN 7-307-03482-4

I. 物… II. 马… III. 物理—实验—教材 IV. O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 17316 号

责任编辑:黄朝昉

出版发行:武汉大学出版社 (430072 武昌 珞珈山)

(电子邮件:wdp4@whu.edu.cn 网址:www.wdp.whu.edu.cn)

印刷:安陆市鼎鑫印务有限责任公司(原核工业中南 309 印刷厂)

开本:787×1092 1/16 印张:11.25 字数:273 千字

版次:1999 年 1 月第 1 版 2004 年 1 月第 4 次印刷

ISBN 7-307-03482-4/O·255 定价:14.60 元

版权所有,不得翻印;凡购我社的图书,如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请与当地图书销售部门联系调换。

前 言

物理实验是理工科学生必修的一门重要基础实验课程。根据《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》和实验室实际情况,目前共开设出 26 个实验题目。编写的讲义曾多次修改和正式出版。本书就是以原教材为基础改编的。

物理实验是学生进入大学后较早接触到的一门系统全面的实验课程,它既要以学生实际做过的中学物理实验为起点,又要与后续实验课程适当衔接。为此,近年来我们对实验选题作了一些调整。首先,注意保留那些对物理学本身来说是基本的内容和物理测量的基本实验。其次,增设了若干在工程技术中有用的物理实验内容和方法。这样既保证了基本训练,又提高了物理实验的综合性和实用程度,促使学生更积极地完成实验。

本书对每个实验的原理都作了简明扼要的论述。即使是某些较深的内容,也力求深入浅出地阐明物理意义。这样,通过实验课程学生能较好地掌握和运用理论知识。在大多数实验中适当地介绍了主要仪器,并且比较详细地说明了实验方法。这样可使学生进入实验室后能较快地独立拟定出合理的实验步骤,通过实际操作提高自己的实验技能。每个实验附有思考题,其中的预习思考题一般都反映了该实验的要领,可以帮助学生认真准备、积极思考。课后思考题可以帮助学生比较深入地进行总结,加深理解。

本书在绪论之后,首先阐述了测量误差、不确定度和数据处理的基础知识,所涉及的内容以本课程必须掌握的基本要求为主,个别地方略有扩充。某些实验中给出了完整的数据记录表格以及具体的误差和不确定度的分析方法,以作示范。每次实验课上要求学生作出完整的原始数据记录,力求正确、整齐、清楚。课后要求学生认真处理实验数据,算出测量结果及其误差或不确定度,或者绘制实验曲线。课后要求写出完整的实验报告。通过以上各个环节来培养学生在实验方法、实验技能、误差和不确定度分析以及总结报告等方面的能力以及严肃认真的科学作风。

实验教材离不开实验室的建设和发展,经过几十年的教学实践,作过多次调整、更新和扩充,才达到目前的规模和水平。这里面凝聚了教师和实验技术人员的智慧和劳动。本书实际上是一项集体创作。许多实验题目都包含有许多同志先后的贡献,这里难以逐一记载他们的业绩。1978 年以来参加过原实验教材编写工作的主要人员,除这次参加改编者以外,还有董金渊、刘方礼、司明扬、梁荫中等老师。参加这次改编和修订工作的有马清茂(绪论、第一章、第四章,以及实验二、三、八、十一、十七和六个附录)、陶佳瑞(实验四、五、十六、二十三)、田景敏(实验九、二十)、杨明明(实验七、十八、二十一)、高修全(实验十、十四)、罗文慧(实验一、十九)、冯辉(实验二十二、二十四)、胡燕(实验十二、十五)、章可钦(实验十三)、李长真(实验六)。

绪 论

科学是社会进步的根源。科学实验是科学理论的源泉,是工程技术的基础,是研究自然规律、认识客观世界、改造世界的基本手段。作为培养全面发展的高级工程技术人才的高等工科院校,不仅要使学生具备比较厚实和深广的理论知识,而且要训练学生具有从事科学实验的较强能力,以适应高新科学技术不断进步和社会主义建设迅速发展的需要。

一、物理实验课程的地位、作用 and 任务

物理实验是通过学生自身的实践过程,将知识转化为能力的实践性教学环节。物理学是一门实验科学。物理学在其发展过程中,物理实验形成了自己的一套理论、方法和技术,它们是进行各类科学实验的基础。因此,物理实验成为高等工科院校对学生进行科学实验基本训练的一门独立的必修基础课,也是工科学生进入大学后接受系统实验方法和实验技能训练的开端。实验教学在育人方面有其独特的作用。只凭课堂教学培养不出合格的工程技术人员,更无法培养出科学家。近代许多重大的自然科学发现和高新技术的突破,大多来自实验。学生在实验室中通过亲自使用仪器进行观测和思考,经历过实验的失败和成功,经受一个科学家的喜悦和苦恼,就能更深刻而持久地了解科学知识。对于大多数学生来说,为了理解实验和理论的相互作用,没有什么方法能代替亲自做实验并讨论实验。由于实验具有自身特有的规律,具有不同于课堂理论教学的许多特征,因此决定了它在整个智育教育过程中不可能被其它教学形式取代的地位和作用。

本课程对学生进行物理实验理论、物理实验方法和实验技能方面系统的基本训练。这种训练,既为学生继续学习后续课程打下坚实和广泛的基础,更为今后参加科学研究、技术应用建立长期受用的潜在能力和普适能力。

本课程的具体任务是:

1. 从以下诸方面培养实验能力和实验技能:

(1)通过自行阅读实验教材或其它资料,组织实验,提高阅读和运用资料的能力。

(2)通过实验,逐步熟悉常用仪器的原理、结构和使用方法。并在具体测试中,提高获得准确实验结果的操作能力。

(3)通过对实验现象的观测、判断,实验结果的数据处理以及误差分析或不确定度分析,提高理论联系实际的分析问题能力。

(4)通过正确记录及处理实验数据,撰写合格的实验报告,提高正确论述的表达能力。

2. 通过实验培养实事求是、理论联系实际的科学作风;严肃认真、一丝不苟的工作态度;主动研究的探索精神以及遵守纪律和爱护公共财物的优良品德。

3. 通过实验加深对物理概念和原理的理解。逐步培养科学的直觉和创造性。

总之,通过每一个实验完成规定的实验测量任务,获取应有的实验数据只是本课程的教学手段。而最终的目的是培养与锻炼学生进行科学实验的能力并获取实验知识,提高实验技能。因此,每个学生必须认真对待每一个实验和练习,主动、积极地进行学习。

“纸上得来终觉浅,绝知此事要躬行。”相信你学完本课程之后一定会有切身的体验。

二、实验课的基本程序

本课程计划 60 学时左右,安排在两个学期完成。实验采用大循环方式组织教学。

实验课的基本程序为:

课前预习、课堂操作、课后撰写实验报告。

1. 课前预习

课前预习是主动积极完成实验全过程的重要基础。预习的好坏是实验中能否取得主动的关键。预习时要认真阅读教材,明确实验任务和教学要求(通过实验要求掌握的内容);正确理解实验测量所依据的原理、公式和采用的实验方法(直接测量哪些物理量,最终要求测定什么物理量);了解所使用实验仪器的原理、结构、主要参数以及使用注意事项;回答每个实验所提出的预习思考题。

在认真阅读教材的基础上,用实验专用的原始记录纸画好记录数据的表格。

上课时,教师将首先检查每个学生的预习情况。预习的好坏作为评定课内成绩的一项内容。对于没有预习的学生,教师有权停止其本次实验,且课内成绩定为不及格。

2. 课堂操作

课堂操作是完成实验的关键。学生必须按排定的循环次序进行实验。进入实验室后应遵守实验室规则,听从教师指导,独立完成实验。

正式实验以前,首先观看实验桌上的提示牌,明确本次实验的具体要求及所用仪器。认真了解所用仪器的名称、量程、准确度、读数方法、主要功能、使用规则、注意事项等。其次要合理地布置仪器,注意安全操作,细心观察实验现象。实验开始可先粗略观察实验过程,做到测量时心中有数。检查有无异常现象,确认无误后再开始实验。对于初学实验者,不要指望实验工作会一帆风顺。在遇到问题时,应当作学习的良机,冷静地分析和处理它。仪器发生故障时,也要在教师的指导下学习排除故障的方法。总之,要把着重点放在实验能力的培养上,而不是测出几个数据就以为完成了任务。

对实验数据要严肃对待,记录数据必须用钢笔或圆珠笔,记录的数据不得涂改。如确认记错了,可将其划掉,把正确数据记在旁边。实验时还应记录所用仪器的名称、规格、型号、准确度级别、实验时的环境条件如气温等。

实验完成后,将记录的数据请教师审阅,待教师签字后,再把仪器整理复原。

3. 课后撰写实验报告

实验报告是实验的书面总结,是实验成果的书面表述,是让别人评价自己实验结果的依据。实验报告是写给同行看的,报告应该用自己的语言表达出:所作实验的内容;依据的物理思想以及反映的物理规律;实验结果及对结果的分析;自己对实验的见解和收获。绝不要把报告写成教材的缩写,因为教材是给没有做过实验的人看的。

实验报告一般应包括下列内容:

(1)姓名、班组号、实验日期、地点等。

(2)实验名称。

(3)实验任务。

(4)实验原理。简要说明实验所依据的原理、测量公式及其适用条件。画出实验的电路图或光路图以及必要的原理示意图等。

(5)实验仪器。记录实验所用仪器的名称、规格和型号、准确度、~~量~~程等。

(6)列出实验数据和数据处理过程。将教师签字的原始数据如实地写在报告正文中。简要地写出计算过程和不确定度估算过程。完整正确地表示出实验结果。~~用作图法处理数据时应严格按作图规则画出合格的图线(一定要用坐标纸)。进行数值计算时,要先写出公式,再代入数据,最后得出结果。公式的推导和计算过程可以从略。~~

(7)分析讨论。一般包括两方面的内容,其一是误差分析(或不确定度分析)和对实验结果作出评价,对实验过程中出现的现象进行具体的讨论分析,以及做实验的心得体会和对实验的改进建议等;其二是回答教师指定的思考题。

经教师签过字的原始记录纸,应作为实验报告的附件与报告一起于下一次实验时交指导教师批阅。

目 录

前言	(1)
绪论	(1)
第一章 测量误差、不确定度及数据处理的基础知识	(1)
第一节 测量误差的基本概念	(1)
第二节 不确定度的基本概念	(6)
第三节 直接测量结果与不确定度的估算	(10)
第四节 间接测量结果与不确定度的估算	(15)
第五节 有效数字及其运算规则	(21)
第六节 发现与消除系统误差的一般方法	(25)
第七节 处理实验数据的常用方法	(27)
附录一 最小平方拟合直线	(35)
附录二 常用仪器的仪器误差	(38)
第二章 基础性实验	(43)
实验一 密度测量	(43)
实验二 随机误差的统计分布	(47)
实验三 平板电容器测量	(50)
实验四 单摆测重力加速度	(52)
实验五 气垫导轨上的碰撞实验	(56)
实验六 伏安法测电阻与补偿法测电压	(59)
附录三 电学实验基本仪器	(64)
实验七 薄透镜焦距测量	(67)
实验八 分光计的调节和使用	(72)
实验九 光杠杆法测杨氏弹性模量	(79)
实验十 三线摆测刚体转动惯量	(84)
实验十一 灵敏电流计研究	(88)
实验十二 惠斯登电桥测电阻	(96)
实验十三 电位差计测电动势	(100)
实验十四 示波器的原理和使用	(104)
实验十五 用恒定电流场模拟静电场	(110)
实验十六 电流磁场测量	(115)
实验十七 等厚干涉	(120)
实验十八 光栅衍射	(124)
实验十九 光的偏振	(126)
附录四 物理实验的基本调整和操作技术	(130)

第三章 综合及近代物理实验	(133)
实验二十 迈克尔逊干涉仪.....	(133)
实验二十一 氢原子光谱.....	(137)
实验二十二 光电效应.....	(140)
实验二十三 超声声速测定.....	(143)
实验二十四 电子束的偏转.....	(148)
第四章 应用性和设计性实验	(153)
实验二十五 非平衡电桥特性及其应用研究.....	(153)
附录五 桥路在测控技术中的应用简介.....	(160)
实验二十六 设计性实验.....	(163)
附录六 设计性实验的设计指导.....	(166)

第一章 测量误差、不确定度及数据处理的基础知识

作为计量科学和实验测量科学主要理论基础之一的误差理论,在科学研究和工程实践中得到了广泛应用并发挥着重要作用。随着科学技术水平的不断提高,误差理论不仅在其内容和应用范围上有了很大的发展,而且它的名词术语和计算方法也在逐步趋于规范化和标准化。本章从实验教学角度出发,主要介绍误差和不确定度的基本概念,实验测量结果不确定度的计算、实验数据处理和实验结果表示等问题。这里介绍的都是基本知识,这些知识不仅在每一个物理实验中要用到,而且对于今后从事科学实验也是必须了解和掌握的。但由于这部分内容涉及面较广,深入地讨论需要有丰富的实践经验和较多的数学知识。因此不能指望通过一两次学习就完全掌握。我们要求实验者首先对提到的问题有一个初步的了解,以后结合每一个具体实验再仔细阅读有关内容,通过实际运用来加深理解并逐步加以掌握。

科学实验是从测量开始的。实验除了要测得应有的数据外,还需要对测量结果的可靠性作出评价,对测量结果的不确定度作出合理的估算。否则,测得的数据就会毫无价值。

误差分析,不确定计算以及数据处理贯穿于实验的全过程,它表现在实验前的实验设计与论证,实验进行过程中的控制与监视,实验结束后的数据处理和结果分析。通过本章的学习和在各个实验中的练习和讨论,要求达到:

- (1)建立误差和不确定度的概念,正确估算直接测量量和间接测量量的不确定度。
- (2)掌握有效数字的概念及运算规则,了解有效数字与不确定度的关系。
- (3)懂得如何正确完整地表示实验测量结果。
- (4)了解系统误差对实验测量结果的影响,并学习发现某些系统误差与减小它们的方法。
- (5)掌握列表法、作图法、逐差法、线性回归等常用的数据处理方法。

第一节 测量误差的基本概念

一、物理测量

物理实验是将自然界物质运动中的物理形态按人们的意愿在实验中再现,找出各物理量之间的关系,确定它们的数值大小,从中获取规律性的认识,或验证理论、或发现规律、或作为实际应用的依据。要得到这种定量化的认识,就必须进行测量。

测量是人类对自然界中的现象或实体获取定量信息的一种认识过程。为确定被测对象的测量值,首先要选定一个单位。然后用这个单位与被测对象进行比较,求出它对该单位的比值——倍数,这个数即为数值。显然数值的大小与所选用的单位有关。因此,在表示一个被测对象的测量值时就必须包含数值和单位。

根据获得测量结果的方法不同可分为直接测量和间接测量。

(一)直接测量

凡使用仪器或量具直接与待测物比较,就能测得待测量的数值,称为直接测量。例如用米尺测长度,用天平称质量、用电表测量电流和电压等都是直接测量。

(二)间接测量

在实际测量中,许多物理量没有直接测量的仪器,往往需要根据某些原理得出函数关系式,由直接测量量通过数学运算才能得到测量结果。这种测量称为间接测量。例如测量圆柱体的密度时,先直接测得它的质量 m 、直径 D 、高度 H 。然后通过公式 $\rho = \frac{m}{V} = \frac{4m}{\pi D^2 H}$ 计算出密度。因此 ρ 的测量就是间接测量。

在物理实验中,大多数都是间接测量,但它们都建立在直接测量的基础上。

二、测量误差

在一定的条件下,任何一个物理量的大小都是客观存在的,都有一个实实在在的、不依人的意志为转移的客观量值,称为真值。在测量过程中,我们的主观愿望总是希望准确地测得待测量的真值。但是,任何测量总是依据一定的理论和方法、使用一定的仪器、在一定的环境中、由一定的人进行的。由于实验理论的近似性,实验仪器的灵敏度和分辨能力的局限性,实验环境的不稳定性以及人的实验技能和判断能力的影响等等,使测量值与待测量的真值不可能完全相同。也就是说,测量值与真值之间总存在着差异,我们把这个差异称为测量误差,其表达式为

$$\epsilon = x - A \quad (1-1)$$

式中, ϵ 为测量误差, x 为测量值, A 为真值。

实践证明,测量结果总存在误差。误差自始至终存在于一切科学实验和测量过程之中。在测量中误差既然不可避免,因此分析测量中可能产生的各种误差,尽可能消除其影响,并对最后结果中未能消除的误差作出估计,就是物理实验和许多科学实验中不可缺少的工作。为此,必须进一步研究误差的性质和来源。

测量误差按其产生的原因与性质可分为系统误差和随机误差两大类:

(一)系统误差

在一定的条件下(指仪器、方法、人员、环境等),对同一物理量进行多次重复测量时所出现的误差,其大小和正负都保持恒定;而当条件改变时,误差按某种确定的规律变化(如递增、递减、周期性变化等),则这类误差就属系统误差。

1. 实验中系统误差的来源有以下几方面

(1)仪器的结构和标准的不完善或使用不当引起的误差。如天平的不等臂、螺旋测微器的螺纹间隙产生的隙动差、电表的示值与实际值不符等属于仪器的缺陷,在使用时可采用适当的测量方法加以消除。仪器设备的安装调整不妥,不满足规定的使用状态,如不水平、不垂直、偏心、零点不准等使用不当的情况应当尽量设法避免。

(2)由测量方法或理论计算公式的近似性引起的误差。如单摆测重力加速度 g 时所用公式的近似性,“伏安法”测电阻时忽略电表内阻的影响,精密测长时未考虑温度对尺长的影响等。

(3)环境误差。由于外部环境如温度、湿度、光照等与仪器要求的环境条件不一致而引起的系统误差。

(4)实验人员的生理或心理特点所造成的误差。如用停表计时时,总是超前或滞后,有些人习惯于侧坐斜视读数等。

2. 系统误差按其掌握程度可分为可定系统误差和未定系统误差

(1)可定系差

在一定的条件下,采用一定的方法,对误差取值的变化规律及其大小和符号都能确切掌握的系统误差,一经发现,在测量结果中可加以修正。

(2)未定系差

指不能确切掌握误差取值的变化规律及其大小和符号,而仅知最大误差范围(或极限误差)的系统误差。例如仪表的基本允许误差主要属于未定系统误差。

3. 系统误差按其是否会发生变化可分为定值系统误差和变值系统误差

(1)定值系差

在测量过程中误差的大小和符号始终保持不变的称为定值系统误差。如千分尺的零点误差就属于这类误差。

(2)变值系差

当测量条件改变时,按一定规律变化的系统误差。这种变化,有的可能随着时间而变,有的可能随着位置变化。例如分光计刻度盘中心与望远镜转轴中心不重合,存在偏心差造成的读数误差就是一种周期性变化的系统误差。

系统误差往往是影响测量结果的主要因素,能否识别和消除系统误差与实验者的经验和实际知识有着密切的关系。学生在学习过程中要逐步积累这方面的感性认识,结合实验具体情况对系统误差进行分析和讨论。本章第六节对发现和消除系统误差的一般方法作简要介绍,可供参考。

(二)随机误差

1. 随机误差及其产生原因

在测量过程中,即使系统误差消除以后,在相同的测量条件下对同一物理量进行多次重复测量,仍然不会得到完全相同的结果,其测量值分散在一定的范围内,所得误差时正、时负,绝对值时大、时小,既不能预测,也无法控制,呈现无规则的起伏。这类误差称为随机误差。

随机误差的产生,一方面是由于测量过程中一些随机的未能控制的可变因素或不确定的因素引起的。如人的感官灵敏度以及仪器精密度的限制,使平衡点确定不准或估读数有起伏;由于周围环境的干扰而导致读数的微小变化;以及随测量而来的其它不可预测的随机因素的影响等。另一方面是由于被测对象本身的不稳定性。如加工零件或被测样品本身存在微小差异,这时被测量就没有明确的定义值或真值,这也是引起随机误差的一个原因。

2. 随机误差的分布规律及特性

随机误差的出现,就某一测量值来说是没有规律的,其大小和方向都是不能预知的。但对同一物理量进行多次重复测量时,则发现随机误差的出现服从某种统计规律。

随机误差的分布有很多种,不同的分布有不同形式的分布函数。但无论哪一种分布形式,一般都有两个重要的参数,即平均值和标准偏差。

(1)正态分布规律

理论和实践证明,大部分随机误差服从正态分布(高斯分布)规律。下面简单讨论正态

分布的特点及特征参量。

标准化的正态分布曲线如图 1-1 所示。图中横轴 x 表示测量值,纵轴表示概率密度 $f(x)$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-(x-m)^2/2\sigma^2}$$

其中 $m = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$, m 称为总体平均值;

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m)^2}{n}}$$

σ 称为正态分布的标准偏差,是表征测量分散性的一个重要参量。

从曲线上看,曲线峰值处的横坐标相应于测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时的测量平均值,即总体平均值 m ,横坐标上任一点 x_i 到 m 的距离 $(x_i - m)$ 即为测量值 x_i 的随机误差分量。标准偏差 σ 为曲线上拐点处的横坐标与 m 值之差。

这条曲线是概率密度分布曲线。曲线和 x 轴间的面积为 1,可以用来表示随机误差在一定范围内的概率。如图中阴影部分的面积就是随机误差在 $\pm \sigma$ 范围内的概率,即测量值落在 $(m - \sigma, m + \sigma)$ 区间中的概率 P 。由定积分计算可得出,其值 $P = 68.3\%$ 。如将区间扩大到 2 倍,则 x 落在 $(m - 2\sigma, m + 2\sigma)$ 区间中的概率为 95.4% , x 落在 $(m - 3\sigma, m + 3\sigma)$ 区间中的概率为 99.7% 。

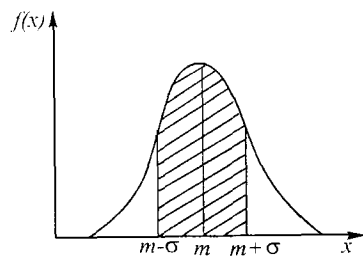


图 1-1 正态分布曲线

(2) 残差、偏差和误差

图 1-2 随机误差分布曲线中, x_0 是被测量真值, m 是总体平均值, $\bar{x}$ 是有限次测量的平均值, x_i 是单次测得值。

残差:单次测得值 x_i 与测量平均值 $\bar{x}$ 之差。

偏差:单次测得值 x_i 与总体平均值 m 之差,偏差就是随机误差(分量);当系统误差为零时,偏差才是误差。

误差:单次测得值 x_i 与被测量真值 x_0 之差。

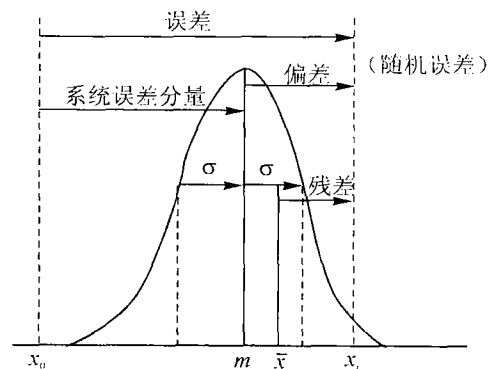


图 1-2 随机误差分布曲线

(3) σ 、 S 和 $S_{\bar{x}}$

① 总体标准偏差 σ

不考虑系统误差分量时, σ 称为标准误差。 σ 不是测量值中任何一个具体测得值的随机误差。 σ 的大小只说明,在一定条件下等

精度测量列随机误差的概率分布情况。在该条件下,任一单次测得值的随机误差,一般都不等于 σ ,但却认为这一系列测量中所有测得值都属同一个标准偏差 σ 的概率分布。在不同条件下,对同一被测量量进行两个系列的等精度测量,其标准偏差 σ 也不相同。我们已经知道:

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m)^2}{n}} \quad (1-2)$$

m 为 $n \rightarrow \infty$ 时的总体平均值。不考虑系统误差分量时,它就是真值。由于实验中不可能 $n \rightarrow \infty$,故 m 是个理想值。因此 σ 是一个理论值。所谓置信概率为 68.3%,也是一个理论值。

②有限次测量时,单次测得值的标准差 S (或 S_x)

实际做实验时,都是有限次测量。因此我们实际应用的都是这种情况下的单次测得值的标准偏差公式,即贝塞尔公式:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (1-3)$$

S 是从有限次测量中计算出来的对总体标准偏差 σ 的最佳估计值,称为实验标准差,有时也写为 σ_x 。其相应的置信概率接近于 68.3%,但不等于 68.3%。

③算术平均值 $\bar{x}$ 的标准差 $S_{\bar{x}}$

如果在相同条件下,对同一量作多组重复的系列测量,每一系列测量都有一个算术平均值。由于随机误差的存在,两个测量列的算术平均值也不相同。它们围绕着被测量量的真值(设系统误差分量为零)有一定的分散。此分散说明了算术平均值的不可靠性,而算术平均值的标准差 $\sigma_{\bar{x}}$ 则是表征同一被测量量的各个测量列算术平均值分散性的参数,可作为算术平均值不可靠性的评定标准。 $S_{\bar{x}}$ 有时也被写成 $\sigma_{\bar{x}}$, $S_{\bar{x}}$ 又称算术平均值的实验标准差。

关于 $S_{\bar{x}}$ 的表达式:

若对物理量测量 n 次,则平均值

$$\bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \cdots + x_n)$$

依标准差传递公式,并考虑等精度测量时,每一个单次测量值的标准偏差都是 S ,即:

$$S_1 = S_2 = \cdots = S_n = S$$

则

$$\begin{aligned} S_{\bar{x}} &= \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{x}}{\partial x_1}\right)^2 S_1^2 + \left(\frac{\partial \bar{x}}{\partial x_2}\right)^2 S_2^2 + \cdots + \left(\frac{\partial \bar{x}}{\partial x_n}\right)^2 S_n^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{n^2} (S_1^2 + S_2^2 + \cdots + S_n^2)} = \sqrt{\frac{n}{n^2} S^2} \\ \text{所以 } S_{\bar{x}} &= \frac{S}{\sqrt{n}} \end{aligned} \quad (1-4)$$

这个式子的意义可以这样理解,由于算术平均值已经对单次测量的随机误差有一定的抵消,因而这些平均值就更接近真值,它们的随机误差分布离散就会小得多。所以平均值的

标准偏差要比单次测量值的标准偏差小得多。

④关于测量次数 n

$$\text{依 } S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}}$$

对于一个确定的等精度测量来说,在 $n \rightarrow \infty$ 时, S 应是一个常数。可见, $S_{\bar{x}}$ 随测量次数增加按 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 的比例减小。

当 $n \rightarrow \infty$ 时, $S_{\bar{x}} \rightarrow 0$, 但是当 $n > 10$ 以后, $S_{\bar{x}}$ 的变化过程相当缓慢。如图 1-3 所示, $S_{\bar{x}}$ 随 n 的变化关系。在实际测量中,过多地增加测量次数,非但误差减小不明显,而且拖长工作时间,环境条件的不变性也难保证;过少地选择次数,不能合理地估算测量平均值 $\bar{x}$ 及测量平均值的标准偏差 $S_{\bar{x}}$ 。在我们的实验教学中,为了测量方便和简化计算,我们约定: $5 < n < 10$ 。

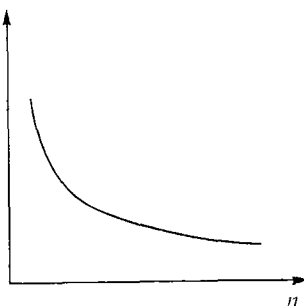


图 1-3 $S_{\bar{x}}$ 随 n 的变化关系

⑤关于测量平均值 $\bar{x}$

实验中不可能做无限多次测量,只能做有限次测量。无系统误差分量存在时,用有限次测量的平均值作为真值的最佳估计值。这可以用最小二乘法原理推导出来。

根据最小二乘法原理,一系列等精度测量的最佳估计值是能使各次测量值与该值之差的平方和为最小的那个值。设真值的最佳估计值为 x_0 ,可写出如下差值平方和式:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2 = \min$$

$$\frac{df(x)}{dx_0} = -2 \sum_{i=1}^n (x_i - x_0) = 0$$

则:

$$x_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x}$$

当测量次数为 n , 测量值为 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 时,算术平均值为:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (1-5)$$

第二节 不确定度的基本概念

一、为什么要引入不确定度

上面我们明确了误差的概念,了解了什么是系统误差、随机误差以及系统误差中有已定系统误差和未定系统误差之分。但是误差是一个理想概念,它本身就是不确定的。根据误差的定义,由于真值一般不可能准确地知道,因而测量误差也不可能确切获知。从确切理解不确定度的含义来说,记住这一点是极其重要的。

既然误差无法按照其定义式精确求出,那么现实可行的办法就只能根据测量数据和测量条件进行推算(包括统计推算和其它推算),去求得误差的估计值。显然,由于误差是未知

的,因此不应再将任何一个确定的已知值称作为误差。误差的估计值或数学指标应采用另一个专门名称,这个名称就是不确定度。因此,不确定度实质上就是误差的估计值。(必须指出,以前的实验教材曾将误差的估计值泛称为误差,这就出现了将已知值赋予未知量的矛盾,造成了逻辑上的混乱。引入不确定度的概念,就可以避免这种混乱。)

二、不确定度的概念

不确定度是说明测量结果的一个参数,表征合理赋予被测量值的分散性。它表示由于测量误差的存在而对被测量值不能确定的程度。不确定度反映了可能存在的误差分布范围,即随机误差分量和未定系统误差分量的联合分布范围。它可近似理解为一定概率的误差限值,理解为与一定置信概率相联系的误差分布基本宽度的一半。

为了加深对不确定度的理解,这里以天气预报为例作一简单分析。天气过程联系着众多的物理参数及其变化机制。进行天气预报首先涉及地表和不同高度的温度、压力、湿度、风向和风速等大气参数的测量和大量的数据收集。然后按照一定的理论模型和边界条件进行推算,再综合多方面的数据和经验之后最后作出预报。众所周知,天气预报总是存在一定程度的不确定度。这种不确定度是基于数据收集的测量技术的基本特性的综合体现。各种天气参数的测量,数据收集的不充分或变动性都将造成该参数测量结果的不确定度。诸多参数存在的不确定度终将导致预报结果的不确定性。

科学实验是人们根据研究的目的,运用科学仪器,人为地控制、创造或纯化某种自然过程,使之按预期的进程发展,同时在尽可能减少干扰客观状态的前提下进行定性或定量的观测,以探求自然过程变化规律的一种科学活动。物理实验较之上述的天气预报过程,测量的物理参数和测量数据的采集量要少得多。在实验室中人为地控制实验条件较之大气的自然变化过程要简单得多。但凡是进行测量,就不可避免地存在着误差,因而测量结果总存在不确定度。这是无论进行任何测量都有的共同特征。因此不确定度是表征测量结果的一个参数。不确定度的大小,反映了测量结果可信赖程度的高低。不确定度小的测量结果可信赖程度高,反之则低。因此,不确定度是测量质量的表述。

三、不确定度的分类及合成方法

测量不确定度是一个新的术语,它从根本上改变了以往将测量误差分为随机误差和系统误差的分类方法,它在将可修正的系统误差修正以后,将余下的全部误差分为两类:A类分量和B类分量。A类分量可以用统计方法进行计算。B类分量用其它方法进行估算(称为非统计不确定度)。

(一)A类分量 Δ_A

多次重复测量时,用统计学方法计算的分量。

(二)B类分量 Δ_B

用其它方法(非统计学方法)评定的分量。

这两类分量用方和根合成:

$$\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2}$$

合成不确定度并非简单地由 Δ_A 分量和 Δ_B 分量线性合成或简单相加,而是服从“方和根合成”,这是由于决定合成不确定度的两种误差——随机误差和不确定系统误差是两个相

互独立而不相关的随机变量,其取值都具有随机性,因而它们之间具有相互抵偿性所决定的。

一般地说, Δ_A 分量和 Δ_B 分量可能不只是单项,而是包含几项。也就是说,一个测量结果中可能同时存在几项随机误差和几项不确定的系统误差的影响,而且如果这些误差因素的来源不同而互不相关,则合成不确定度的一般表达式为:

$$\Delta = \sqrt{\sum_{i=1}^n \Delta_A^2 + \sum_{j=1}^m \Delta_B^2}$$

四、不确定度与误差的关系

不确定度是在误差理论的基础上发展完善起来的。不确定度和误差既是两个不同的概念,有着根本的区别,但又是相互联系的,都是由测量过程的不完善性引起的。

必须指出,不确定度概念的引入并不意味着误差一词须放弃使用。实际上,误差仍可用于定性地描述理论和概念的场合。例如,我们没有必要将误差理论改为不确定度理论,或将误差源改为不确定度源;误差仍可按其性质分为随机误差、系统误差等等。不确定度则用于给出具体数值或进行定量运算、分析的场合。例如,在评定测量结果的准确度和计量器具的精度时,应采用不确定度来表述;需要给出具体数字指标的各种不确定度分析不宜用误差分析一词代替等等。还须注意,某些术语,如误差合成和不确定度合成,误差分析和不确定度分析等是可以并存的,但应了解其间的区别。在叙述误差的分析方法、合成方法和误差传递的一般原理和公式时,可以保留原来的名称,而在具体计算和表示计算结果时,应改为不确定度。总之,凡是涉及到具体数值的场合均应使用不确定度来代替误差,以避免出现将已知值赋予未知量的矛盾。

总之,不确定度与误差的关系,可以简单归纳如下:

(一)误差和不确定度是两个不同的概念

正如上述已指出的,误差是一个理想的概念。根据传统的误差定义,由于真值一般不可能准确知道,则测量误差一般也不可能确切获知。因此,一般无法表示测量结果的误差。“标准误差”、“极限误差”等词,也不是指具体的误差值,而是用来描述误差分布的数值特征、表征和一定置信概率相联系的误差分布范围的。不确定度则表示由于测量误差的存在而对被测量值不能确定的程度,反映了可能存在的误差分布范围,表征被测量的真值所处的量值范围的评定。所以不确定度能更准确地用于测量结果的表示。一定置信概率的不确定度是可以计算出来(或评定)的,其值永远为正值。而误差可能为正,可能为负,也可能十分接近于零,而且一般是无法计算的。因此,可以看到误差和不确定度是两个不同的概念。

(二)误差和不确定度是互相联系的

误差和不确定度都是由测量过程的不完善引起的,而且不确定度概念和体系是在现代误差理论基础上建立和发展起来的,在估算不确定度时,用到了描述误差分布的一些特征参量,因此两者不是割裂的,也不是对立的。

五、误差与不确定度的差别小结

(一)误差与不确定度之间的差别

(1)误差和不确定度是两个不同的概念。误差是一个理想的概念,在一般情况下误差是