

中国文库

· 科学技术类 ·

华罗庚的数学生涯

王元 杨德庄 著

(华罗庚应用数学与信息科学研究中心)



科学出版社

Z121.7/129/97

49

中国文库

科学技术类

华罗庚的数学生涯

王元 杨德庄 著

(华罗庚应用数学与信息科学研究中心)

科学出版社

图书在版编目(CIP)数据

华罗庚的数学生涯 / 王元, 杨德庄著. —北京: 科学出版社, 2005. 1

(中国文库)

ISBN 7-03-014555-0

I. 华… II. ①王…②杨… III. ①华罗庚(1910~1985)—人物研究②数学—研究 IV. ①K826.11②01

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 013486 号

责任编辑: 林 鹏 刘嘉善

整体设计: 翁 涌

责任印制: 董文权 李 博

华罗庚的数学生涯

Hua Luogeng De Shuxue Shengya

王 元 杨德庄 著

(华罗庚应用数学与信息科学研究中心)

科学出版社 出版

<http://www.sciencep.com>

北京东黄城根北街 16 号 邮编: 100717

北京瑞古冠中印刷厂印刷 新华书店总店北京发行所经销

2005 年 1 月第 1 版 2005 年 1 月第 1 次印刷

开本: 880 毫米 × 1230 毫米 1/32 印张: 13.125

字数: 333 千字 印数: 1-4500

ISBN 7-03-014555-0

定价: 20.00 元

科学出版社
PDG

“中国文库”出版前言

“中国文库”主要收选20世纪以来我国出版的哲学社会科学研究、文学艺术创作、科学文化普及等方面的优秀著作和译著。这些著作和译著，对我国百余年来政治、经济、文化和社会的发展产生过重大积极的影响，至今仍具有重要价值，是中国读者必读、必备的经典性、工具性名著。

大凡名著，均是每一时代震撼智慧的学论、启迪民智的典籍、打动心灵的作品，是时代和民族文化的瑰宝，均应功在当时、利在千秋、传之久远。“中国文库”收集百余年来名著分类出版，便是以新世纪的历史视野和现实视角，对20世纪出版业绩的宏观回顾，对未来出版事业的积极开拓，为中国先进文化的建设，为实现中华民族伟大复兴做出贡献。

大凡名著，总是生命不老，且历久弥新、常温常新的好书。中国人有“万卷藏书宜子弟”的优良传统，更有当前建设学习型社会的时代要求，中华大地读书热潮空前高涨。“中国文库”选辑名著奉献广大读者，便是以新世纪出版人的社会责任感和历史使命感，帮助更多读者坐拥百城，与睿智的专家学者对话，以此获得丰富学养，实现人的全面发展。

为此，我们坚持以“三个代表”重要思想为统领，坚持贯彻“百花齐放、百家争鸣”的方针，坚持按照“贴近实际、贴近生活、贴近群众”的要求，以登高望远、海纳百川的广阔视野，披沙拣金、露抄雪纂的刻苦精神，精益求精、探赜索隐的严谨态度，投入到这项规模宏大的出版工程中来。

“中国文库”所收书籍分列于8个类别，即：(1)哲学社会科学类(哲学社会科学各门类学术著作)；(2)史学类(通史及专史)；(3)文学类(文学作品及文学理论著作)；(4)艺术类(艺术作品及艺术理论著作)；(5)科学技术类(科技史、科技人物传记、科普读物等)；(6)综合·普及类(教育、大众文化、少儿读物和工具书等)；(7)汉译学术名著类(著名的外国学术著作汉译本)；(8)汉译文学名著类(著名的外国文学作品汉译本)。计划出版1000种，自2004年起出版，每年出版1至2辑，每辑约100种。

“中国文库”所收书籍，有少量品种因技术原因需要重新排版，版式有所调整，大多数品种则保留了原有版式。一套文库，千种书籍，庄谐雅俗有异，版式整齐划一未必合适。况且，版式设计也是书籍形态的审美对象之一，读者在摄取知识、欣赏作品的同时，还能看到各个出版机构不同时期版式设计的风格特色，也是留给读者们的一点乐趣。

“中国文库”由中国出版集团发起并组织实施。收选书目以中国出版集团所属出版机构出版的书籍为主要基础，逐步邀约其他出版机构参与，共襄盛举。书目由“中国文库”编辑委员会审定，中国出版集团与各有关出版机构按照集约化的原则集中出版经营。编辑委员会特别邀请了我国出版界德高望重的老专家、领导同志担任顾问，以确保我们的事业继往开来，高质量地进行下去。

“中国文库”，顾名思义，所收书籍应当是能够代表中国出版业水平的精品。我们希望将所有可以代表中国出版业水平的精品尽收其中，但这需要全国出版业同行们的鼎力支持和编辑委员会自身的努力。这是中国出版人的一项共同事业。我们相信，只要我们志存高远且持之以恒，这项事业就一定能够持续地进行下去，并将不断地发展壮大。

“中国文库”编辑委员会

“中国文库”第二辑 编辑委员会

顾 问

(按姓名笔画为序)

于友先 石宗源 刘 杲 许力以 杜导正 李东生
李从军 宋木文 徐惟诚

主 任：杨牧之

副主任：聂震宁

委 员

(按姓名笔画为序)

丁一平 丁亚平 艾 东 龙 杰 卢锡铭 田胜立
吕建华 乔友农 刘玉山 刘国玉 刘国辉 杨德炎
李 岩 李 峰 吴江江 吴希曾 张伟民 张树相
汪继祥 宋一夫 宋焕起 胡守文 郜宗远 贺圣遂
贺耀敏 黄书元 敬 谱 焦国瑛 赖德胜

“中国文库”第二辑编辑委员会办公室

主任：聂震宁

副主任：刘国辉 宋焕起

成员：（按姓名笔画为序）

于殿利 刘晓东 孙延凤 李 岩 李师东
李济平 陈有和 汪家明 程大利 管士光

出版编务组：

陈鹏鸣 仵永成 杨 静 蔡增裕 李红强
孙 牧 乔先彪

前 言

近现代中国数学史的研究，可以说是一个缺口。目前连起码的统计资料还没有。例如全国数学家每年在国内外著名杂志上发表的论文有多少？全国达到一定水平的数学家总数有多少？更不必说作进一步的分析研究了。

近年来，中国科学院与中国科学技术协会组织编写了中国科学家与工程师传略，即人物条目，这项工作无疑是很重要的。但每一条目仅有几千字，所以本质上是字典型的。因此我们还需要有一些宏观论述中国近现代数学史的著作。要做这样的事情，其难度与深度当然就要大多了。

数学史决不仅仅是一些材料的堆积，而是一项研究工作。对于数学家及他们的工作，需作出分析与评价，从中引出有益的经验教训，使它成为一面镜子，为今后中国数学的发展借鉴。

中国近现代数学的研究与教学是 20 世纪 20 年代开始起步的。由一些早期留学欧美与日本的留学生将近代数学知识引进中国。华罗庚是 30 年代初进入清华大学之后开始走上数学研究之路的。在前辈的指导与同辈的切磋下，他与陈省身、周炜良、许宝騄等一起进入了世界著名数学家的行列。

华罗庚是中国解析数论、多复变函数论、典型群与矩阵几何等领域研究的创始人。他一生的大部分时间都是在中国度过的。自 1949 年后的 30 年，中国基本上处于封闭状态。华罗庚对中国数学的作用就更显得重要了。除研究工作外，他为中国培养了大批优秀的学生，例如陈景润、万哲先、陆启铿和龚昇等，受过他的影响的人就更多了。华罗庚的最后 20 年，主要从事在中国的工业部门普及数学方法。根据中国国情提出的“统筹法”与“优选法”的普及，取得良好的社会与经济效益。陈德泉和计雷是他

在普及工作中的助手。

华罗庚数学思想研究无疑是中国近现代数学史研究的一个重要课题，但目前在国内几乎还没有什么研究，直至最近才零星见到几篇文章，但国外对华罗庚的研究评述就要丰富多了。

本书分两部分来论述华罗庚的数学工作。第一部分为纯粹数学。我们并不全面介绍他的工作，只介绍一些最主要而又能用较初等的数学加以解释的部分，然后附以外国对他的主要评论。第二部分为应用数学与数学普及。除第六章因基本上与纯粹数学相近，所以写法上与第一部分一样外，其他部分的写法上则有较大差异。众所周知，怎样看待华罗庚的这部分工作是有争议的。由于他过早过世，一些想法也来不及深入与发展。其中第八章为他经济数学的系统发表。第七章为数学普及的概述。第九章则为应用数学提高型工作的一些构想及他学生作的一些尝试。这一部分更有待于进一步的研究。此外书中还包括了一些附录，一些文章也涉及到他数学以外的方面，对于更全面地了解华罗庚的一生是有参考价值的。

我们希望这本书成为一块引玉之砖，引起更多人关注中国近现代数学史的研究。有争议是一件好事，可以活跃思想，辩明是非，更利于前进。最后，对于书中不妥之处，还望读者不吝指教。

华罗庚应用数学与信息科学研究中心学术委员会主任

王元

华罗庚应用数学与信息科学研究中心执行主任、学术委员会
副主任

杨德庄

1999年5月

目 录

前言

第一篇 纯粹数学

第一章 导言	(1)
§ 1.1 由自学青年到数论学家	(1)
§ 1.2 转变	(3)
§ 1.3 华罗庚论文选集	(5)
§ 1.4 评论之一(梯莱斯)	(6)
§ 1.5 评论之二(贝特曼)	(8)
第二章 数论	(12)
§ 2.1 完整三角和	(12)
§ 2.2 三角和的积分平均估计	(13)
§ 2.3 堆垒素数论	(15)
§ 2.4 评论之三(贝特曼)	(17)
§ 2.5 评论之四(熊飞尔德)	(22)
§ 2.6 评论之五(库几亚尼)	(23)
§ 2.7 数论导引	(25)
§ 2.8 评论之六(马勒)	(28)
§ 2.9 评论之七(革里夫斯)	(29)
§ 2.10 评论之八(卡塞尔斯)	(30)
§ 2.11 评论之九(爱尤伯)	(31)
§ 2.12 评论之十(罗伯尔斯)	(35)
§ 2.13 Goldbach 猜想	(39)
第三章 代数与几何	(42)
§ 3.1 体论与半自同构定理	(42)

§ 3.2	矩阵几何学	(45)
§ 3.3	典型群	(45)
第四章	复分析	(48)
§ 4.1	典型域	(48)
§ 4.2	典型域上的调和分析	(50)
§ 4.3	评论之十一(格拉叶夫)	(51)
§ 4.4	评论之十二(库朗尼)	(53)
§ 4.5	从单位圆谈起	(54)
§ 4.6	评论之十三(海曼)	(56)

第二篇 应用数学与数学普及

第五章	导言	(59)
§ 5.1	概述	(59)
§ 5.2	倡导	(65)
§ 5.3	尝试	(67)
§ 5.4	首遇之应用问题	(70)
§ 5.5	试点	(71)
§ 5.6	普及推广	(77)
第六章	近似分析与统计	(80)
§ 6.1	二维求积公式	(80)
§ 6.2	分圆域与近似分析	(82)
§ 6.3	评论之十四(那夫卡)	(83)
§ 6.4	评论之十五(革罗斯瓦尔德)	(84)
§ 6.5	统计中的数论方法	(94)
§ 6.6	评论之十六(吉尼巴)	(95)
第七章	数学普及	(99)
§ 7.1	概述	(99)
§ 7.2	统筹方法	(103)
§ 7.3	优选法	(121)
§ 7.4	普及推广成果概述	(128)

§ 7.5 评论之十七(卡斯帕·施威格曼,张树中)·····	(134)
第八章 关于经济优化平衡的数学理论 ·····	(154)
§ 8.1 引言·····	(154)
§ 8.2 非负矩阵的相似性·····	(154)
§ 8.3 标准型·····	(155)
§ 8.4 特征矢量·····	(158)
§ 8.5 强不可分拆方阵·····	(161)
§ 8.6 产综与消耗系数方阵·····	(163)
§ 8.7 第二部类产品的数学模型·····	(164)
§ 8.8 正特征矢量法·····	(165)
§ 8.9 线性规划的应用·····	(167)
§ 8.10 计算 ·····	(167)
第九章 应用数学之观点与方法论 ·····	(170)
§ 9.1 分类观点与评价标准·····	(170)
§ 9.2 普及推广型与创造型·····	(175)
§ 9.3 道路、思想与方法 ·····	(182)
附录	
I 数学及其在中国的发展·····	丘成桐(211)
II 华罗庚传 ·····	斯梯芬·萨拉夫(222)
III 华罗庚形成中国的数学·····	柯拉达(271)
IV 华罗庚·····	哈贝尔斯坦(277)
V 悼念华罗庚·····	哈贝尔斯坦(290)
VI 华罗庚教授在日本·····	弥永昌吉(294)
VII 怀念华罗庚·····	段学复(299)
VIII 纪念华罗庚先生·····	田方增(304)
IX 关于华罗庚的第一篇数学论文·····	李文林(308)
X 评译华罗庚致维诺格拉多夫的几封信·····	李文林(311)
XI N.维纳与华罗庚通信七则 ·····	李文林(320)
XII 30年代N.维纳访问清华大学函电始末 ·····	李旭辉(327)
XIII 华罗庚致陈立夫的三封信 ·····	袁向东(342)

XIV 访苏三月记	华罗庚(354)
XV 华罗庚	哈贝尔斯坦(387)
XVI 华罗庚的著作目录	(400)

第一篇 纯粹数学

第一章 导 言

§ 1.1 由自学青年到数论学家

华罗庚是一个自学成才的数学家. 他在初中毕业后仅念了一年半职业高中, 即在家自学数学. 他在家乡江苏省金坛县, 所能见到的数学书籍只有一本《大代数》, 一本《解析几何》及一本约 50 页的《微积分》. 此外还有两本与数学有点关系的杂志《科学》与《学艺》. 华罗庚在金坛时期边自学, 边写过几篇文章, 都属于初等数学范围.

1930 年, 华罗庚发表了论文“苏家驹之代数的五次方程式不能成立之理由”, 受到清华大学算学系主任熊庆来的赏识. 1931 年, 他被调到清华大学算学系任助理员. 这样, 他可以边工作, 边学习. 那时中国近代数学的研究与教学刚起步不久. 清华大学是国内最高学府. 算学系有熊庆来研究单复变函数论, 杨武之研究数论, 孙光远研究微分几何学. 此外, 南方的浙江大学有陈建功与苏步青. 他们分别研究傅级数与微分几何学. 北方南开大学的姜立夫也是研究几何学的.

作为自学出身的华罗庚, 在自学中更多地做了一些较难的习题. 由于他对解题技巧的擅长与喜爱, 所以他选择数论作为最初的研究领域是顺理成章的事. 在清华大学期间, 华罗庚更多地得到了杨武之的指导. 杨武之在 20 世纪 20 年代留学美国期间, 受到 L. E. Dickson 的指导研究数论. 他曾证明了每个正整数均为九个某种三次多项式之和, 这是华林(G. Waring)问题的变体,

所谓华林问题是将正整数表为正整数的等方幂之和。

华林问题是首先引起华罗庚兴趣的数学问题。在清华大学期间，华罗庚能够读到 E. Landau 的一些优秀数论著作，特别是他的三卷“Vorlesungen über Zahlentheorie”。这使他对技巧性很强的解析数论备感兴趣。他学习了 ζ 函数与素数分布理论，G. H. Hardy, J. E. Littlewood 与 S. Ramanujan 的圆法与堆垒数论。同时他也学习了 D. Hilbert 的书“Bericht über die Theorie der algebraischen Zahlkörper”，所以他对代数数论与抽象代数也有一些了解与掌握。从 1935 年开始，华罗庚学习了 I. M. Vinogradov 估计 H. Weyl 和的方法及其在 Waring 问题上的重要应用。1935—1936 年间，法国著名数学家 J. Hadamard 与美国著名数学家 N. Wiener 到清华大学讲学。华罗庚得到他们的指导并听了他们的演讲，受益良多。他从 Wiener 那里学到了傅氏分析的知识与技巧。Hadamard 向华罗庚强调了 Vinogradov 关于 Waring 问题研究的重要性，他还介绍华罗庚与 Vinogradov 通信，这样，华罗庚就能够直接得到 Vinogradov 最新研究成果的论文抽印本。但在清华大学期间，华罗庚的数论工作仍属于初等方法范围，工作也比较零散。

1936 年，华罗庚去英国剑桥大学进修。由于资助金额有限，他不是正式的研究生，而是一个访问学者。虽然那时 Hardy 已经年老，但在剑桥大学及其附近有一批年富力强的年轻数论学家，如 H. Davenport, T. Estermann, H. Heilbronn 与 E. C. Titchmarsh 等。华罗庚很得益于与他们之间的相互切磋。这段时期，华罗庚的工作效率非常高，进步极大。工作水平有了飞跃。特别是他解决了完整三角和估计这一历史名题。华罗庚关于三角和的积分平均公式，导致了对 Waring 问题的重要改进。他还在 E. Prouchet-G. Tarry 问题上对 E. M. Wright 的结果作了重要改进。

1938 年，华罗庚由英国回国，任位于云南省昆明市的西南联合大学数学系教授。这期间，他的主要数论工作为结合他自己

的完整三角和估计与三角和的积分平均公式及 Vinogradov 的 Weyl 和估计与 Vinogradov 的以素数为变数的三角和估计在一起,系统地研究了堆垒素数论这一课题. 由于有了完整三角和估计,所以他可以将 Waring 问题推广为处理不定方程

$$N = f(x_1) + \cdots + f(x_s)$$

的求解问题,其中 $f(x)$ 为一个 k 次首项系数为正的整值多项式. 当 $f(x) = x^k$ 即得 Waring 问题. 有了他的三角和积分平均公式,当 k 较小时,华罗庚得到了 Waring 问题当时的最好结果,再利用 Vinogradov 关于素数变数三角和的估计,还可以限制不定方程中的变数 x_1, \cdots, x_s 均取素数. 华罗庚将他在这方面系统的研究写成了专著《堆垒素数论》. 书稿完成于 1940 年左右. 他将书稿投寄苏联科学院出版. 由于第二次世界大战爆发,该书推延至 1947 年,才由苏联科学院 V. A. Steklov 数学研究所以其第 22 号专著形式出版. 1957 年,华罗庚又将某种特殊的完整三角和作了改进,并使 Waring 问题优弧的估计达到了最佳结果. 以上是华罗庚最有影响的数论工作.

除此而外,对其他一些著名数论问题,华罗庚也作出了改进,如圆内整点问题及最小原根估计等. 1959 年,华罗庚撰写了《指数和的估计及其应用》作为《德国数学百科全书》中的一册. 该书对经典解析数论的历史、方法与结果作了全面阐述. 另外,作为一本数论的入门书,华罗庚撰写了《数论导引》,于 1957 年出版. 由这本书可以看出华罗庚在数论方面的广阔的知识面与深刻的理解.

§ 1.2 转变

1940 年前后,华罗庚预测到三角和估计与堆垒数论不会有很大进展的前景了. 他将工作重点转到自守函数论、矩阵几何学、多复变函数论与典型群论方面的研究.

在矩阵几何学中,某种类型的矩阵被看作某种矩阵空间的

点. 在多复变函数论中, 矩阵则作为变元. 因而可以将这几门学科放在一起研究, 形成自己的特色. 即尽量用矩阵直接的计算来代替较抽象的推导. 华罗庚在研究这些问题之前, 可能已经接触过 C. L. Siegel 关于二次型理论的一些文章. 但是他与 Siegel 以后的工作则是完全独立进行的, 所以不可避免地会有部分重复. 他关于自守函数的第一篇文章, 就将重复的部分加以删减而重写. 当然他们的重点也不一样. 虽然当时的教育部已经提供了他去美国访问的经费, 但为了能在中国独立地完成这部分工作, 华罗庚将经费退还给教育部并推迟了去普林斯顿高等研究院的访问时间 (见附录).

1946 年, 华罗庚赴美国访问, 先在普林斯顿高等研究院做研究. 1948 年转入依利诺斯大学执教. 除继续他在矩阵方法方面的工作外, 也对 Vinogradov 的中值公式作了重要的简化、改进与应用. 旅美期间, 华罗庚关于体论的几个漂亮结果也很引人注目. 他还与 H. Vandiver 合作研究了有限域上的不定方程.

1950 年, 华罗庚率全家回国. 他的主要工作为定出四类典型域的完整正交系, 从而得到了四类典型域上的 A. L. Cauchy 核等. 他关于矩阵几何与典型群的研究也有较大进展. 他将上述工作写成两本专著:《多复变函数论中的典型域的调和分析》(1957)与《典型群》(与万哲先合作, 1963).

华罗庚很喜欢与同辈数学家讨论数学并重视培养年轻数学家. 早在西南联合大学期间, 他就组织了代数讨论班, 参加他的讨论班而受益者有段学复、樊畿与徐贤修等, 也系统讲授过堆垒数论, 闵嗣鹤与钟开莱听过课. 1950 年以后, 他更加重视培养年轻数学家了, 跟着他工作的有越民义、万哲先、陆启铿、龚昇、许孔时、严士健、王元、陈景润、吴方与魏道政等, 受其影响的有冯康、丁石孙、曾肯成、丁夏畦、王光寅、张里千、邱佩璋、潘承洞、石钟慈与林群等.

华罗庚还研究了广义函数论与微分方程式论. 有些工作刚开了头并未深入下去. 他将这部分工作写成了两本书:《从单位圆