高中课程新学案

SHUXUE

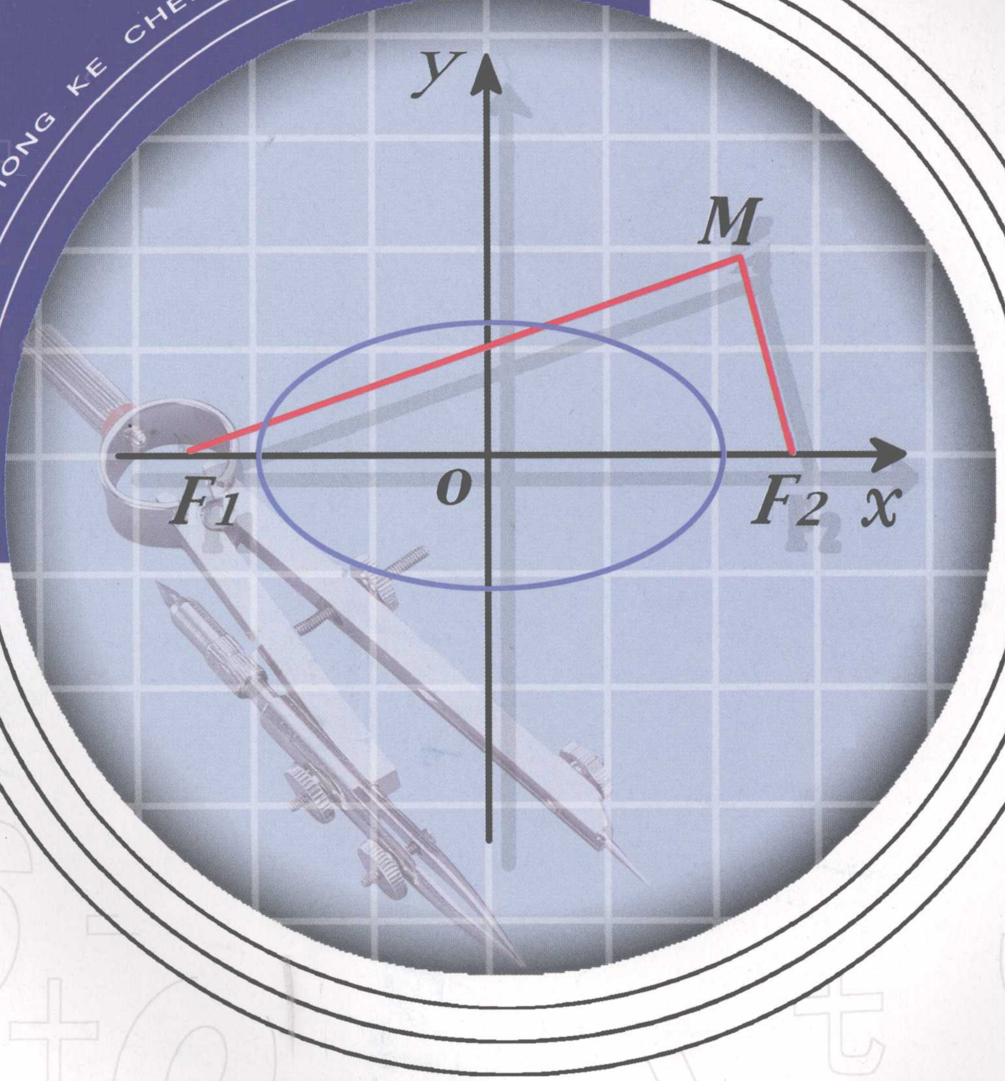
数学

必修5

选修1-1

GAO ZHONG KE CHENG XIN XUE AN

主编　金立村　郭允远



明天出版社
TOMORROW PUBLISHING HOUSE

高中课程新学案
GAO ZHONG KE CHENG XIN XUE AN

数学(文)

必修5,选修1—1

主　编:金立村　郭允远

副主编:廉开波　周向全

编　者:廉开波　张丽娟　阚宏亮　杨国柱　周向全
刘圣杰　郭中锋　公香莲　冉祥宁　李　涛
胡现湫　刘汉平　王　刚　类成方　宁　磊
王明德　李广之　张　珩　韦友成　徐延建
严　伟　李淑红　赵伟伟　李建国　李福国

明天出版社
TOMORROW PUBLISHING HOUSE

高中课程新学案

GAO ZHONG KE CHENG XIN XUE AN

编委会名单

高中课程新学案

数学(文)

必修5、选修1-1

*

明天出版社出版

(济南经九路胜利大街39号)

http://www.sdpress.com.cn

http://www.tomorrowpub.com

山东省新华书店发行　山东新华印刷厂临沂厂印刷

*

889×1194毫米　16开本　13印张　600千字

2007年8月第1版　2008年8月第2版第2次印刷

ISBN 978-7-5332-5471-1

定价：10.40元

如有印装质量问题，请与印刷厂调换。

(电话：0539—2925659)

前言

为适应基础教育课程改革的要求，推进高中教学改革的深入发展，进一步提高教学效率和质量，使教师的教与学生的学、教学内容与教学过程、知识传授与发展能力等，在课堂教学这一时空内的结合更加科学、和谐、完美，我们在充分搞好调查研究、总结高中学校教改经验的基础上，组织优秀骨干教师和教研人员，编写了《高中课程新学案》，供学生使用。

编写和使用《新学案》的直接目的，是为了推进课堂教学真正实现教的方式和学的方式的转变，进一步还学生以学习主人地位，更多地给学生以动手、动脑、动口的时间和空间，帮助学生打牢基础，发展能力，减轻负担，提高效率。

《新学案》高一、二年级本按教材顺序和新授课特点编写，高中三年级本按教材和高考考试大纲要求编写，原则上 1—2 课时一个学案，每个学案分“学海导航”、“学习探究”、“自我测评”和“拓展提高”四个部分(答案另附)，旨在帮助学生明确学习目标，优化学习过程，以学案提供的栏目和问题为线索，理解、掌握和巩固教材的基础知识，并在自我测评和拓展提高的实战练习中发展能力。与其他资料相比，《新学案》的突出特点是：汇集群智，体例创新；以生为本，以学立意；着眼基础，适当超越。这既符合素质教育的要求，也符合高中生参加高考选拔的需要。

《新学案》是近几年高中教学改革的一项新成果，是广大教师集体智慧的结晶，它的使用，必将对中学教学模式的转变和教学质量的提高产生积极的影响。但由于它是新事物，限于我们的认知水平，必定还会有不足和缺陷，恳请广大师生提出宝贵意见和建议。

编　者

2008 年 7 月

目录

必修 5

第一章　解三角形 ……………………………… (1)
§ 1.1.1　正弦定理 ……………………………… (1)
§ 1.1.2　余弦定理 ……………………………… (5)
§ 1.2　应用举例 ……………………………… (9)
第一章　解三角形复习课 ………………… (21)
第一章　解三角形检测题 ………………… (24)
第二章　数列 ……………………………… (27)
§ 2.1　数列的概念与简单表示 ………… (27)
§ 2.2　等差数列 ……………………………… (31)
§ 2.3　等差数列的前 n 项和 ………… (35)
等差数列复习课 ……………………………… (39)
§ 2.4　等比数列 ……………………………… (41)
§ 2.5　等比数列的前 n 项和 ………… (45)
等比数列复习课 ……………………………… (47)
§ 2.6　数列求和 ……………………………… (49)
§ 2.7　数列综合应用 ……………………… (51)
第二章　数列复习课 ………………………… (53)
第二章　数列检测题 ………………………… (55)
第三章　不等式 ……………………………… (58)
§ 3.1　不等关系与不等式 ……………… (58)
§ 3.2　一元二次不等式及其解法 ……… (64)
不等关系与不等式,一元二次不等式及其解法复习课 ……………………………… (72)
§ 3.3.1　二元一次不等式(组)与简单的线性规划问题 ………………………… (74)
§ 3.3.2　简单的线性规划问题 ………… (80)
二元一次不等式(组)与简单的线性规划问题复习课 ……………………………… (86)
§ 3.4　基本不等式 $\frac{a+b}{2} \geqslant \sqrt{ab}(a,b \geqslant 0)$ … (88)
第三章　不等式复习课 ………………… (94)
第三章　不等式检测题 ………………… (98)
必修 5 检测题 ………………………… (101)

选修 1-1

第一章　常用逻辑用语 ………………… (105)
§ 1.1.1　命题 ……………………………… (105)
§ 1.1.2　四种命题 ……………………… (107)
§ 1.1.3　四种命题的相互关系 ………… (109)
§ 1.2.1　充分条件与必要条件 ………… (111)
§ 1.2.2　充要条件 ……………………… (113)
§ 1.3　简单逻辑联结词 ………………… (115)
§ 1.4.1　全称量词 ……………………… (117)
§ 1.4.2　存在量词 ……………………… (117)
§ 1.4.3　含有一个量词的命题的否定 … (119)
第一章　常用逻辑用语小结 ………… (121)
第一章　常用逻辑用语检测题 ……… (125)
第二章　圆锥曲线与方程 ……………… (128)
§ 2.1.1　椭圆及其标准方程 ………… (128)
§ 2.1.2　椭圆的简单几何性质 ……… (132)
椭圆小结 ………………………………… (136)
§ 2.2.1　双曲线及其标准方程 ……… (138)
§ 2.2.2　双曲线的简单几何性质 …… (142)
双曲线小结 ……………………………… (146)
§ 2.3.1　抛物线及其标准方程 ……… (148)
§ 2.3.2　抛物线的简单几何性质 …… (150)
抛物线小结 ……………………………… (154)
第二章　圆锥曲线与方程小结 ……… (156)
第二章　圆锥曲线与方程检测题 …… (158)
第三章　导数及其应用 ………………… (162)
§ 3.1.1　变化率问题 …………………… (162)
§ 3.1.2　导数的概念 …………………… (164)
§ 3.1.3　导数的几何意义 ……………… (168)
§ 3.2.1　几个常用函数的导数 ………… (172)
§ 3.2.2　基本初等函数的导数公式及导数的运算法则 ……………………… (174)
§ 3.3.1　函数的单调性与导数 ………… (178)
§ 3.3.2　函数的极值与导数 …………… (182)
§ 3.3.3　函数的最大(小)值与导数 …… (184)
函数的单调性与极值、最值小结 ……… (186)
§ 3.4　生活中的优化问题举例 ……… (188)
第三章　导数及其应用小结 ………… (191)
导数及其应用检测题(A 组) ………… (193)
导数及其应用检测题(B 组) ………… (195)
数学选修 1-1 检测题 ………………… (198)
必修 5,选修 1-1 检测题 ……………… (201)

必修 5

第一章　解三角形

§1.1.1　正弦定理

(第一课时)

学海导航

【知识要点】 1. 三角形中的边角关系;2. 正弦定理.

【学习要求】 通过对任意三角形边长和角度关系的探索,掌握正弦定理,并能解决一些简单的三角形度量问题.

学习探究

【要点分析】

1. 三角形中边角关系:在同一个三角形中,大边对大角,小边对小角;反之亦然.

2. 正弦定理:$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$.

其中 a,b,c 三边对应的角分别为 A、B、C,它准确地描述了三角形中边角之间的数量关系,提供了边角之间互化的方法. 此定理对任意三角形适用.

3. 正弦定理可以用于两类解三角形的问题:

(1)已知三角形的任意两个角与一边,求其他两边和另一角;

(2)已知三角形的两边与其中一边的对角,计算另一边的对角,进而计算出其他的边和角.

【例题分析】

例 1　在△ABC 中, $A=75°$, $B=45°$, $C=\sqrt{6}$,求边 b.

例 2　证明:若△ABC 的外接圆的半径为 R,则 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$.

例 3　在△ABC 中,$\tan A=\dfrac{1}{4}$,$\tan B=\dfrac{3}{5}$.

(1)求角 C 的大小;

(2)若△ABC 最大边的边长为 $\sqrt{17}$,求最小边的边长.

自我测评

A 组

1. 在 △ABC 中,一定成立的是(　　).

(A)$a\sin A=b\sin B$　　(B)$a\cos A=b\cos B$

(C)$a\sin B=b\sin A$　　(D)$a\cos B=b\cos A$

2. 已知△ABC 的三个内角之比为:$A:B:C=3:2:1$,那么对应的三边之比 $a:b:c$ 等于(　　).

(A)$3:2:1$　　(B)$\sqrt{3}:2:1$

(C)$\sqrt{3}:\sqrt{2}:1$　　(D)$2:\sqrt{3}:1$

3. 已知△ABC 中,$a=3$,$b=3\sqrt{3}$,$B=60°$,则 a 边所对角的正弦值为(　　).

(A)$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　(B)$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

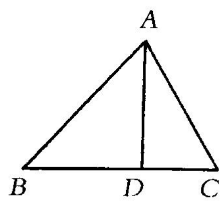
(C)$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　(D)$\dfrac{1}{2}$

4. 在$\triangle ABC$中，若$\tan A=\dfrac{1}{3}$，$C=150°$，$BC=1$，则$AB=$______.

5. 在$\triangle ABC$中，已知$AB=m$，$c=50°$，则当角$B=$______时，BC的长取得最大值.

6. 在$\triangle ABC$中，$A=60°$，其外接圆半径$R=\sqrt{3}$，则边$a=$______.

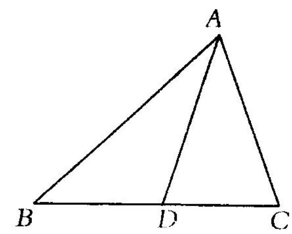
7. 如图，BC边上的高为AD，求证：$\triangle ABC$的面积$S=\dfrac{1}{2}ab\sin C$.



8. 在$\triangle ABC$中，a、b、c分别是三个内角A，B，C的对边. 若$a=2$，$C=\dfrac{\pi}{4}$，$\cos\dfrac{B}{2}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，求$\triangle ABC$的面积$S$.

B组

9. 在$\triangle ABC$中，AD是$\angle BAC$的平分线（如图），用正弦定理证明$\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{BD}{DC}$.



10. 锐角$\triangle ABC$中，a，b，c分别是三内角A、B、C的对边，设$B=2A$，求$\dfrac{b}{a}$的取值范围.

拓展提高

1. 正弦定理准确刻画了三角形的边角关系，提供了边角互化的依据，使用时要注意公式的特点以及公式的变形. 常用变形有：

①$a=2R\sin A$，$b=2R\sin B$，$c=2R\sin C$.

②$\sin A=\dfrac{a}{2R}$，$\sin B=\dfrac{b}{2R}$，$\sin C=\dfrac{c}{2R}$.

③$a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C$.

2. 三角形的面积公式：

$S_\triangle=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{1}{2}bc\sin A$.

3. 在$\triangle ABC$中

$A>B\Leftrightarrow a>b\Leftrightarrow\sin A>\sin B$.

（平邑县教研室　廉开波）

§1.1.1　正弦定理

(第二课时)

学海导航

【知识要点】 1. 三角形的形状判断;2. 三角形解的情况.

【学习要求】 掌握正弦定理,并能根据三角形边长和角度的关系,进行三角形形状和解的个数的判断.

学习探究

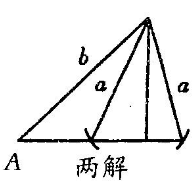
【要点分析】

1. 判断三角形的形状,就是利用正弦定理等进行代换、转化,寻求边与边或角与角之间的数量关系,从而作出正确判断. 边与边的关系主要看是否有等边,是否符合勾股定理等;角与角的关系主要看是否有等角,有无直角或钝角等.

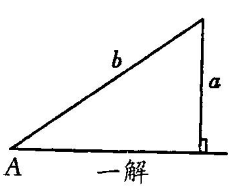
2. 正弦定理研究三角形中边角关系,已知三角形的两边与其中一边的对角解三角形时,求得的角往往会有两个值,可按下列方式进行判断:

(1)当 A 为锐角时,已知 A,a,b

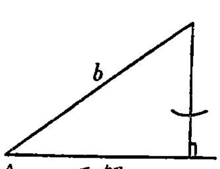
①当 $b\sin A<a<b$ 时,两解;②当 $a=b\sin A$ 时,一解;③当 $a<b\sin A$ 时,无解;④$a\geqslant b$ 时,一解.



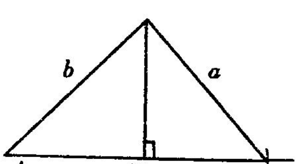
两解



一解



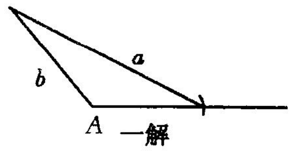
无解



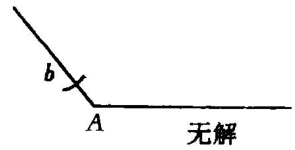
一解

(2)当 A 为钝角时,已知 A,a,b

①当 $a>b$ 时,一解;②当 $a\leqslant b$ 时,无解.



一解



无解

【例题分析】

例 1　已知△ABC 中,$b\sin B=c\sin C$,且 $\sin^2A=\sin^2B+\sin^2C$,试判断三角形的形状.

例 2　已知在△ABC 中,$a=\sqrt{3}$,$b=\sqrt{2}$,$B=45°$,解这个三角形.

例 3　设锐角三角形 ABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,且 $a=2b\sin A$.

(1)求 B 的大小;

(2)求 $\cos A+\sin C$ 的取值范围.

自我测评

A组

1. (2008 四川) $\triangle ABC$ 的三个内角 A、B、C 的对边边长分别是 a、b、c，若 $a=\sqrt{\frac{5}{2}}b$，$A=2B$，则 $\cos B=$ (　　).

(A) $\frac{\sqrt{5}}{3}$　(B) $\frac{\sqrt{5}}{4}$　(C) $\frac{\sqrt{5}}{5}$　(D) $\frac{\sqrt{5}}{6}$

2. 在 $\triangle ABC$ 中，$b\cos A=a\cos B$，则该三角形是 (　　).

(A)直角三角形　(B)等腰三角形
(C)等边三角形　(D)等腰直角三角形

3. 在 $\triangle ABC$ 中，如果 $A=60°$，$c=4$，$a=4$，则此三角形有(　　).

(A)两解　(B)一解
(C)无解　(D)无穷多解

4. 在 $\triangle ABC$ 中，如果 $A=60°$，$c=4$，$2\sqrt{3}<a<4$，则此三角形有(　　).

(A)两解　(B)一解
(C)无解　(D)无穷多解

5. 在 $\triangle ABC$ 中，$a=1$，$b=3$，$A=30°$，则满足条件的三角形有______个.

6. 在 $\triangle ABC$ 中，$b=2\sqrt{2}$，$a=2$，且三角形有解，则 A 的取值范围是______.

7. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $B=60°$，$2b=a+c$，试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

8. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $B=30°$，$AB=2\sqrt{3}$，$AC=2$，求 $\triangle ABC$ 的面积.

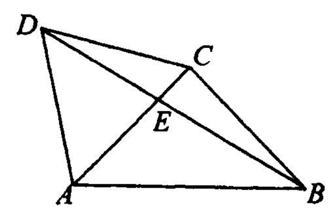
B组

9. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\frac{\tan A}{\tan B}=\frac{a^2}{b^2}$，试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

10. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $A=120°$，$AB=5$，$BC=7$，求 AC.

11. (2008 宁夏) 如图，$\triangle ACD$ 是等边三角形，$\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，$\angle ACB=90°$，BD 交 AC 于 E，$AB=2$.

(1)求 $\cos\angle CBE$ 的值；
(2)求 AE.



拓展提高

1. 已知角 $\alpha(0°<\alpha<180°)$ 的正弦值求角时，一般有两解，一个是锐角，另一个是锐角的补角；已知角 $\alpha(0°<\alpha<180°)$ 的余弦、正切值，不论是正或负，求 α 时，α 只有一解.

2. 应用正弦定理，要明确角化边或边化角的方向，正确判断解的个数，防止出现漏解或增解.

（平邑县教研室　廉开波）

§1.1.2　余弦定理

（第一课时）

学海导航

【知识要点】 1. 三角形的边角关系；2. 余弦定理；3. 余弦定理与勾股定理之间的关系.

【学习要点】 通过对任意三角形边长和角度关系的探索，掌握余弦定理，并能解决一些简单的三角形度量问题.

学习探究

【要点分析】

1. 余弦定理：$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$；变形为：

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc};$$

$$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac};$$

$$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}.$$

2. 余弦定理能够解决两类解三角形问题：(1)已知三边求任意角；(2)已知两边及夹角解三角形.

【例题分析】

例1　在△ABC中，已知$a=2\sqrt{3}$，$c=\sqrt{6}+\sqrt{2}$，$B=45°$，求b和A.

例2　已知三角形ABC中，$(a+b+c)\cdot(a+b-c)=3ab$，求角C.

例3　(2007全国)设锐角△ABC的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，且$a=2b\sin A$.

(1)求B的大小；

(2)若$a=3\sqrt{3}$，$c=5$，求b.

自我测评

A组

1. 在△ABC中，若$AB=\sqrt{3}-1$，$BC=\sqrt{3}+1$，$AC=\sqrt{6}$，则B等于(　　).

(A)30°　(B)45°　(C)60°　(D)120°

2. 在△ABC中，$A=30°$，$AB=2$，$BC=1$，则△ABC的面积等于(　　).

(A)$\frac{\sqrt{3}}{2}$　(B)$\frac{1}{2}$　(C)$\sqrt{3}$　(D)$2\sqrt{3}$

3. 在△ABC中，(1)若$a^2+b^2=c^2$，则$\angle C$为______角；(2)若$a^2+b^2>c^2$，则$\angle C$为______角；(3)若$a^2+b^2<c^2$，则$\angle C$为______角.

4. 在△ABC中，角A,B,C所对的边长分别为a,b,c，若$\sin A:\sin B:\sin C=5:7:8$. 则$a:b:c=$______，角$B=$______.

5. 在△ABC中，$AB=3$，$BC=\sqrt{13}$，$AC=4$，则边AC上的高为______.

6. 在钝角△ABC中，$a=1$，$b=2$，则最大边c的取值范围是______.

7. 在△ABC中，三边分别是$a,b,\sqrt{a^2+b^2+ab}$，求该三角形的最大角.

8. 已知$(a^2+bc)x^2+2\sqrt{b^2+c^2}x+1=0$是关于$x$的二次方程,其中$a,b,c$是$\triangle ABC$的三边.

(1)若A为钝角,试判断方程有无实根;

(2)若方程有两相等实根,求角A.

9. 在$\triangle ABC$中,若$a-b=4$,$a+c=2b$,且最大角为$120°$,求三边长.

10. 在$\triangle ABC$中,$\angle B=60°$,$AC=\sqrt{13}$,面积$S=\sqrt{3}$,求AB,BC的长.

11. 在$\triangle ABC$中,

(1)已知$\sin A=2\cos B\cdot\sin C$,试判断三角形的形状;

(2)已知$\sin A=\dfrac{\sin B+\sin C}{\cos B+\cos C}$,试判断三角形的形状.

B组

12. $\triangle ABC$中,

(1)若$\sin^2 A=\sin^2 B+\sin^2 C+\sin B\sin C$,求角$A$;

(2)若$\sin A:\sin B:\sin C=(\sqrt{3}-1):(\sqrt{3}+1):\sqrt{10}$,求最大内角;

(3)若$(\sin B+\sin C):(\sin C+\sin A):(\sin A+\sin B)=4:5:6$,求最大内角.

拓展提高

1. 余弦定理及其推论把用"边,角,边"和"边,边,边"判定三角形全等的定理从数量化的角度进行刻画,勾股定理是其中的一种特殊情况.

2. 余弦定理的每一个等式中都包含四个不同的量,知道其中三个量代入等式便可求出第四个量.

3. 注意正弦定理中的角是边所对,余弦定理中的角是边所夹.

(平邑县教研室　廉开波)

§1.1.2　余弦定理

(第二课时)

学海导航

【知识要点】 1. 三角形形状的判定;2. 三角形中的有关等式;3. 三角形的最大、最小角.

【学习要求】 通过对任意三角形的边长和角度关系的探索,掌握余弦定理,并能解决一些简单的三角形度量问题.

学习探究

【要点分析】

1. 运用余弦定理可以判断某些特殊三角形的形状.

2. 运用余弦定理或正弦定理可以证明三角形中某些边角关系.

3. 诸如 $a^2=b^2+c^2-ab$;$a^2=b^2+c^2+ab$;$a^2=b^2+c^2-\sqrt{2}ab$;$a^2=b^2+c^2+\sqrt{2}ab$;$a^2=b^2+c^2+\sqrt{3}ab$;$a^2=b^2+c^2-\sqrt{3}ab$ 等形式能够运用余弦定理直接得出角.

【例题分析】

例1　$\triangle ABC$ 中,若三边满足条件 $\frac{a^2-(b-c)^2}{bc}=1$,求角 A.

例2　在 $\triangle ABC$ 中,角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c;$\tan C=3\sqrt{7}$.

(1)求 $\cos C$;

(2)若 $\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CA}=\frac{5}{2}$,且 $a+b=9$,求 c.

例3　在 $\triangle ABC$ 中

(1)已知 $a-b=c\cos B-c\cos A$,判断 $\triangle ABC$ 的形状;

(2)若 $b=a\sin C$,$c=a\cos B$,判断 $\triangle ABC$ 的形状.

自我测评

A 组

1. 三角形的三边分别为 4、6、8,则此三角形为(　　).

(A)锐角三角形　　(B)直角三角形

(C)钝角三角形　　(D)不存在

2. 若 a,b,c 是 $\triangle ABC$ 的三边,直线 $ax+by+c=0$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相离,则 $\triangle ABC$ 一定是(　　).

(A)直角三角形　　(B)锐角三角形

(C)钝角三角形　　(D)不确定

3. 在不等边三角形 ABC 中,若 $a<b<c$,且 $c^2<a^2+b^2$,则 $\angle C$ 的范围是(　　).

(A) $\frac{\pi}{2}<C<\pi$　　(B) $\frac{\pi}{4}<C<\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{3}<C<\frac{\pi}{2}$　　(D) $0<C<\frac{\pi}{2}$

4. $\triangle ABC$ 的两边长分别为 2,3,其夹角的余弦为 $\frac{1}{3}$,则其外接圆半径为(　　).

(A)$\frac{9\sqrt{2}}{2}$　(B)$\frac{9\sqrt{2}}{4}$　(C)$\frac{9\sqrt{2}}{8}$　(D)$\frac{2\sqrt{2}}{9}$

5. 在$\triangle ABC$ 中,$B=60°$,$b^2=ac$,则$\triangle ABC$ 的形状为________.

6. (2008 湖北)在$\triangle ABC$ 中,三个角 A,B,C 的对边边长分别为 $a=3,b=4,c=6$,则 $bc\cos A+ca\cos B+ab\cos C$ 的值为________.

7. 已知$\triangle ABC$ 中,$\cos A=\frac{4}{5}$,且$(a-2):b:(c+2)=1:2:3$,试判断三角形的形状.

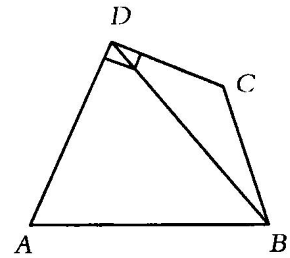
8. $\triangle ABC$ 的面积为 $15\sqrt{3}$,周长为 30,$A+C=\frac{1}{2}B$,求三角形三边长.

9. (2008 安徽)在三角形 ABC 中,$AB=5,AC=3,BC=7$,则$\angle BAC$ 的大小为(　　).

(A)$\frac{2\pi}{3}$　(B)$\frac{5\pi}{6}$　(C)$\frac{3\pi}{4}$　(D)$\frac{\pi}{3}$

B 组

10. 如图,已知四边形 $ABCD$ 中,$AD\perp CD$,$AD=10$,$AB=14$,$\angle BDA=60°$,$\angle BCD=135°$,求 BC 的长.



1. 运用余弦定理判断三角形形状时通常将角转化为边,在化简的过程中不要随便约分,以免漏解.

2. 要根据题目的结构特征,问题的具体情景,灵活地选择定理(正弦定理和余弦定理)及其变形形式.

(平邑县教研室　廉开波)

§1.2　应用举例

（第一课时）

学海导航

【知识要点】 1. 测量从一个可到达的点到一个不可到达的点的距离;2. 测量两个不可到达的点间的距离;3. 实际应用中的常用术语.

【学习要求】 能够运用正弦定理、余弦定理等知识和方法求解不可到达点之间的距离.

学习探究

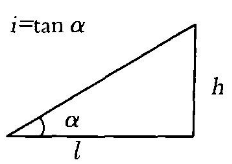
【要点分析】

1. 测量从一个可到达的点到一个不可到达的点之间的距离问题,一般可转化为已知两个角和一条边解三角形的问题,从而得到运用正弦定理去解决的方法.

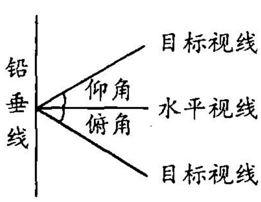
2. 测量两个不可到达的点之间的距离问题,一般是把求距离问题转化为应用余弦定理求三角形的边长的问题. 然后把求未知的另外边长问题转化为只有一点不能到达的两点间距离测量问题,然后运用正弦定理解决.

3. 实际应用题中有关名称、术语.

(1)坡角与坡比:坡角是指坡面与水平面的夹角;坡比是指坡面的铅直高度与水平宽度之比,即 $i=\frac{h}{l}=\tan\alpha$(其中 i 为坡比,α 为坡角)见图(1).



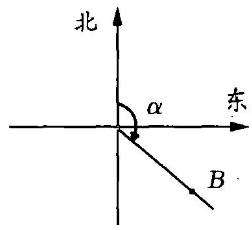
图（1）



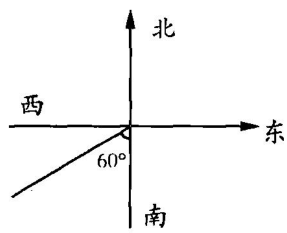
图（2）

(2)仰角与俯角:与目标视线在同一铅垂平面内的水平视线和目标视线的夹角,目标视线在水平视线的上方时,称为仰角;目标视线在水平视线的下方时,称为俯角. 如图(2).

(3)方位角:是指从正北方向顺时针转到目标方向所成的水平角,如 B 点的方位角为 α. 如图(3).



图（3）

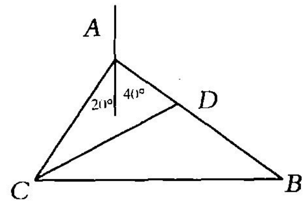


图（4）

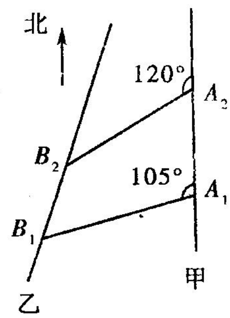
(4)方向角:从指定方向到目标方向线所成的小于90°的水平角. 如南偏西60°,即以正南方向为始边,顺时针方向向西旋转60°,如图(4).

【例题分析】

例1　如图,某观测站 C 在 A 城的南偏西20°的方向,由 A 城出发有一条公路,走向是南偏东40°,在 C 处测得与 C 相距31千米的 B 处,有一个人正沿公路向 A 城走去,走了20千米后到达 D 处,此时 CD 的距离为21千米,问此人还要走多远就可以到达 A 城?



例2 如图,甲船以每小时$30\sqrt{2}$海里的速度向正北方航行,乙船按固定方向匀速直线航行,当甲船位于A_1处时,乙船位于甲船的北偏西105°方向的B_1处,此时两船相距20海里,当甲船航行20分钟到达A_2处时,乙船航行到甲船的北偏西120°方向的B_2处,此时两船相距$10\sqrt{2}$海里,问乙船每小时航行多少海里?



自我测评

A组

1. 江岸边有一炮台高30米,江中有两条船,由炮台顶部测得俯角分别为45°和30°,且两条船与炮台底部连线成30°角,测两船相距(　　)米.

(A)$10\sqrt{3}$　　(B)$100\sqrt{3}$

(C)$20\sqrt{30}$　　(D)30

2. 海上A、B两个小岛相距10海里,从A岛望C岛和B岛成60°的视角,从B岛望C岛和A岛成75°的视角,则B、C间的距离是(　　).

(A)$10\sqrt{3}$海里　　(B)$\frac{10\sqrt{6}}{3}$海里

(C)$5\sqrt{2}$海里　　(D)$5\sqrt{6}$海里

3. 有一长为10m的斜坡,它的倾斜角是75°,在不改变坡高和坡顶的前提下,通过加长坡面的方法将它的倾斜度改为30°,则坡底要延伸(　　).

(A)5m　　(B)10m

(C)$10\sqrt{2}$m　　(D)$10\sqrt{3}$m

4. 一般以$22\sqrt{6}$km/h的速度向正北航行,在A处看灯塔S在船的北偏东45°,1小时30分钟后航行到B处,在B处看灯塔S在船的南偏东15°,则灯塔S与B之间的距离为(　　).

(A)66 km　　(B)132 km

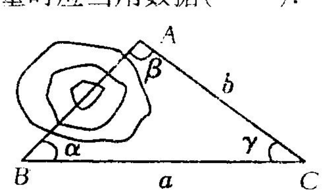
(C)96 km　　(D)32 km

5. 甲船在B岛的正南A处,$AB=10$ km,甲船以4 km/h的速度向正北航行,同时,乙船自B岛出发以6 km/h的速度向北偏东60°的方向驶去,当甲、乙两船相距最近时,它们航行的时间是(　　).

(A)$\frac{150}{7}$min　　(B)$\frac{15}{7}$h

(C)21.5min　　(D)2.15H

6. 如图,为了测量隧道口AB的长度,给定下列四组数据,测量时应当用数据(　　).



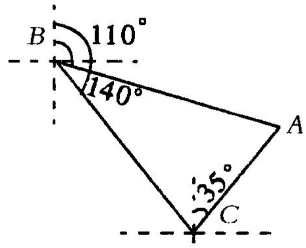
(A)α,a,b　　(B)α,β,a

(C)a,b,γ　　(D)α,β,b

7. 一艘船以 4 km/h 的速度沿着与水流方向成 120°的方向航行，已知河水流速为 2 km/h，则经过 $\sqrt{3}$h，该船实际航程为______.

8. 已知两灯塔 A、B 与海洋观察点 C 的距离都等于 a km，灯塔 A 在观测点 C 的北偏东 20°，灯塔 B 在观测点 C 的南偏东 40°，则灯塔 A 与 B 的距离为______.

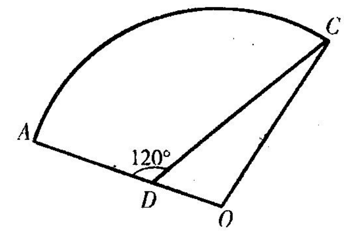
9. 如图，货轮在海上以 40 km/h 的速度由 B 到 C 航行，航行的方位角是 140°，A 处有一灯塔，其方位角是 110°，在 C 处观察灯塔 A 的方位角是 35°，由 B 到 C 需航行 30 分钟，求 C 到灯塔 A 的距离.



10. 在离海岸不远处的海面上有两个航标 P、Q，现要测量它们之间的距离，在岸边取两点 A、B，测得 $AB=50$m，$\angle PAB=105°$，$\angle QAB=30°$，$\angle PBA=45°$，$\angle QBA=135°$，试求两个航标之间的距离.

B 组

11. (2008 上海) 如图，某住宅小区的平面图呈扇形 AOC，小区的两个出入口设置在点 A 及点 C 处，小区里有两条笔直的小路 AD，DC，且拐弯处的转角为 120°. 已知某人从 C 沿 CD 走到 D 用了 10 分钟，从 D 沿 DA 走到 A 用了 6 分钟. 若此人步行的速度为每分钟 50 米，求该扇形的半径 OA 的长(精确到 1 米).



拓展提高

解三角形应用题的一般步骤：

(1) 分析：理清题意，分清已知与未知，画出示意图，化实际问题为数学问题；

(2) 建模：根据已知条件与求解目标，把已知与未知尽量集中在有关的三角形中，建立一个解三角形的数学模型；

(3) 求解：利用正弦或余弦定理解出三角形；

(4) 检验：检验所求的解是否符合实际意义，从而得出实际问题的解.

(平邑县教研室　廉开波)

§1.2　应用举例

(第二课时)

学海导航

【知识要点】 测量底部或顶部不可到达的建筑物的高度.

【学习要求】 能够运用正弦定理、余弦定理等知识和方法解决底部(顶部)不可到达物体高度的测量问题.

学习探究

【要点分析】

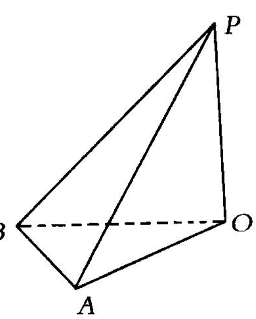
由于建筑物的底部或顶部不能到达,所以不能直接测量出建筑物的高,但可以由解三角形的知识,把建筑物的高构造成三角形的一条边长,进而利用相关知识解三角形即可.

对于底部不可到达的建筑物的高度测量问题,我们可选择一条过建筑物底部点的基线,在基线上取另外两点,这样四点可以构成两个小三角形.其中,把不含未知高度的那个小三角形作为依托,从中解出相关量,进而应用到含未知高度的三角形中,利用正弦或余弦定理的方法解决即可.

对于顶部不能到达的建筑物高度的测量,我们可以选择另一建筑物作为研究的桥梁,然后找到此可测建筑物的相关长度和仰、俯角等构成的三角形,在此三角形中利用正弦或余弦定理求解即可.

【例题分析】

例1　如图,地平面上有一旗杆 OP,为了测量它的高度 h,在地面上取一基线 AB,$AB=10\text{m}$,在 A 处测得 P 点的仰角 $\angle OAP=60°$,在 B 处测得 P 点的仰角 $\angle OBP=45°$,又测得 $\angle AOB=30°$,求旗杆 OP 的高.



例2　如图,在斜度一定的山坡上,在点 A 测得山顶上一建筑物顶端 C 对于山坡的斜度为 α,向山顶前进 $a\text{m}$ 到达点 B,从 B 点测得斜度为 β,设建筑物的高为 $h\text{m}$,山坡对于地平面的倾角为 θ,求证:$\cos\theta=\dfrac{a\sin\alpha\sin\beta}{h\sin(\beta-\alpha)}$.