全优方案

新课标高考总复习

# 数学

（配人教B版）

大连教育学院 编

本册主编 石樾山

電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

http:// www.phei.com.cn

全优方案 新课标高考总复习

# 数　　学

**（配人教B版）**

大连教育学院　编

本册主编　石懋山

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京 · BEIJING

## 内容简介

本书由课改专家、教辅策划专家、教研员和一线优秀教师联合编创，从辽宁新课标高考改革的实际出发，立足于一线的教情、学情，用“讲（归纳）—例（分析）—练（巩固）”的形式，点点相对、层层递进、环环相扣，将高考复习“夯实基础知识，提升综合能力”的基本目标落实在字里行间，把复习效率放在第一位，是教师课堂教学的好帮手，能够满足学生巩固、提高的学习需求。

本书与人民教育出版社普通高中课程标准实验教科书数学（B版）系列教材配套，符合辽宁新课标高考要求，可配合师生高三总复习课堂教学使用，同时，由于内容充实、详尽，也可供高三学生自主复习参考。



**图书在版编目（CIP）数据**

新课标高考总复习．数学 / 大连教育学院编；石懋山本册主编．—北京：电子工业出版社，2008.7

配人教B版

ISBN 978-7-121-07053-2

Ⅰ．新…  Ⅱ．①大…  ②石…  Ⅲ．数学课—高中—升学参考资料  Ⅳ．G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 102709 号

责任编辑：贾 贺 田 怡
印　　刷：大连华伟印刷有限公司
出版发行：电子工业出版社
北京市海淀区万寿路 173 信箱　邮编 100036
开　　本：880×1 230　1/16　印张：17　字数：700 千字
印　　次：2008 年 7 月第 1 次印刷
定　　价：28.80 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：(010)88254888。
质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。
服务热线：（010）88258888。

# 丛书编委会



---


丛书主编　蓝新忠

本册主编　石懋山

本册编者　赵文莲　刘长华　杨光宇　孙　彬

赵永新　张太忠　陈凤瑞　赵　芳

刘　梅　韩　林　周丽红　曲　艺

李　中　关　玲　袁　野　王秋红

赵　杰　李艳玲　张丽新　于联慧

聂　群　阎　东　常爱华　廖尔华

李　飞　苑清治　卢永娜　冯　华

李少锋　吴国明　胡　宁

# 编 写 说 明

**乘风破浪应有时，直挂云帆济沧海。**

《新课标高考总复习》从辽宁新课标高考改革的实际出发，立足于大连的教情、学情，用“讲（归纳）—例（分析）—练（巩固）”的形式，点点相对、层层递进、环环相扣，将高考复习“夯实基础知识，提升综合能力”的基本目标落实在字里行间，把复习效率放在第一位，是教师课堂教学的好帮手，能够满足学生巩固、提高的学习需求。

**突出特色：**

**特色一　遵从课标教材体系，涵盖必修、选修，高考内容一网打尽。**

参照《课程标准》《考试大纲》《新课标高考方案》
课改专家、教辅策划专家、大连教研员、大连一线资深教师紧密合作
必修＋选修，全部考试内容依据复习习惯，合理编排组合

符合大连教情、学情

**特色二　建立知识体系，夯实基础要点，提高综合能力，多层面提高复习效果。**

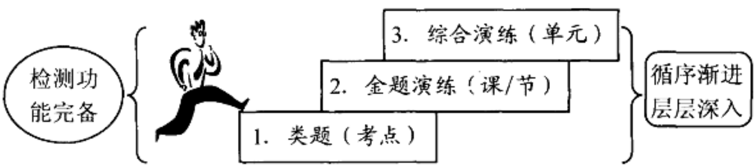
知识结构网络——构建知识体系，弥补教材不足
知识讲解板块——夯实基础，强化整合，各个击破，层层提升

**特色三　考点讲解—例题分析—类题练习，层层剖析深入导学。**

考点分析——夯实基础，各个击破
命题分析——研究规律，提升能力
典型考例——以点及面，触类旁通
类题练习——针对训练，举一反三

点点相对
环环相扣
层层深入

**特色四　大容量、多种形式、多种层次的练习，满足师生的训练需求。**




本书由大连教育学院邀请学科教学研究人员、特级教师、骨干教师参与各章节编写。具体分工如下：第一章由杨光宇编写，第二章由孙彬、赵永新编写，第三章由陈凤瑞编写，第四章由韩 林、曲艺、刘梅、张太忠编写，第五章是由周丽红、赵芳编写，第六章由李中编写，第七章由关玲编写，第八章由袁野编写，第九、十一章由刘长华编写，第十章由王秋红编写，第十二章由赵杰编写，第十三、十四章由赵文莲编写。理科部分第十五章由于联慧编写，第十六章由聂群编写，第十七章由李飞编写，第十八章由苑清治编写，第十九章由卢永娜编写，第二十章由冯华编写，第二十一章由李少锋编写，第二十二章由吴国明编写，第二十三章由胡宁编写。文科部分第十五章由张丽新编写，第十六章由李艳玲编写，第十七章由阎东编写，第十八、十九章由常爱华编写，第二十、二十一章由廖尔华编写。主编石懋山统稿。本书编写仓促，错误在所难免，恳请读者指正。

**全体编创人员携《新课标高考总复习》，衷心祝愿广大学子金榜题名，梦想成真！**

编　者
2008年5月

# 目　　录

## 必　修　1



## 必　修　2



## 必　修　3

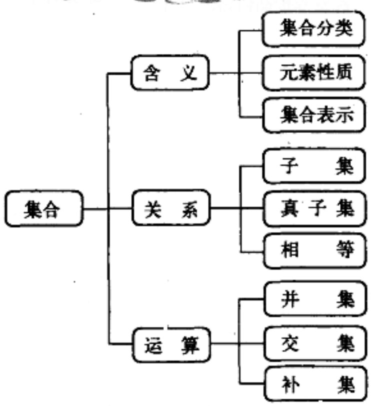


## 必　修　4

# 必 修 1

# 第一章 集 合

## 知识结构网络




## 第一节 集 合

### 考点分析

**考点1 集合的元素特性**

• 集合中元素的特性，即确定性、互异性、无序性

• 在确定两个集合的关系过程中，要特别关注集合中元素的互异性

**考例1** 设集合 $A=\{x|(x-3)(x-a)=0,a\in\mathbf{R}\}$，$B=\{x|x^2-5x+4=0\}$，求 $A\cup B$，$A\cap B$.

**思路分析：**由于集合 $A$ 中的元素以及元素个数与参变数 $a$ 有关，因此需讨论 $a$ 的取值.

**解析：**因为 $B=\{x|x^2-5x+4=0\}=\{1,4\}$.

当 $a=1$ 时，$A=\{1,3\}$ ∴ $A\cup B=\{1,3,4\}$，$A\cap B=\{1\}$；

当 $a=3$ 时，$A=\{3\}$ ∴ $A\cup B=\{1,3,4\}$，$A\cap B=\varnothing$；

当 $a=4$ 时，$A=\{3,4\}$ ∴ $A\cup B=\{1,3,4\}$，$A\cap B=\{4\}$；

当 $a\neq1$ 且 $a\neq3$ 且 $a\neq4$ 时，$A=\{a,3\}$

∴ $A\cup B=\{1,3,a,4\}$，$A\cap B=\varnothing$.

**【类题1】**已知集合 $A=\{x|x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x|x^2-ax+a-1=0\}$，若 $A\cup B=A$，求 $a$ 的值.

**考点2 集合的创新型定义**

• 集合的创新型概念理解题，是近几年高考命题的热点

• 对求解新型集合运算的问题，关键是准确理解集合中元素的含义，以及相关的运算

**考例2** （2006·山东）定义集合运算：$A\odot B=\{z|z=xy(x+y),x\in A,y\in B\}$，设集合 $A=\{0,1\}$，$B=\{2,3\}$，则集合 $A\odot B$ 的所有元素之和为（ ）

A. 0　　B. 6

C. 12　　D. 18

**思路分析：**本题属于创新型的概念理解题，准确地理解 $A\odot B$ 是解决本题的关键所在. $A\odot B$ 中的元素是 $z$，而 $z$ 是由集合 $A$ 中的元素 $x$ 和集合 $B$ 中的元素 $y$ 满足 $z=xy(x+y)$ 组成，故先确定 $A\odot B$ 的元素之后再求和.

**解析：**由已知 $A\odot B=\{0,6,12\}$，

于是 $A\odot B$ 的所有元素之和为 $0+6+12=18$.

**答案：**D

**【类题2】**定义集合运算：

$A\odot B=\{z|z=xy(x+y),x\in A,y\in B\}$，

设集合 $A=\{1,2\}$，$B=\{3,4\}$，则集合 $A\odot B$ 的所有元素之积为________.

**【类题3】**对于集合 $M$、$N$，定义

$M-N=\{x|x\in M，且 x\notin N\}$，

$M\oplus N=(M-N)\cup(N-M)$，

$A=\{y|y=x^2-3x,x\in\mathrm{R}\}$，

$B=\{y|y=-2^{x+m},x\in\mathrm{R},m\text{为常数}\}$，

求 $A\oplus B$.

**考点3** 集合的包含关系

- 借助数轴和 venn 图理解集合与集合之间的包含关系，并能正确使用集合符号
- 在讨论两个集合的包含关系中，注意对空集的讨论

**考例3** 已知集合 $A=\{x|x^2-3x-10\leqslant 0\}$.

（1）若 $B\subseteq A$，$B=\{x|m+1\leqslant x\leqslant 2m-1\}$，求实数 $m$ 的取值范围；

（2）若 $A=B$，$B=\{x|m-6\leqslant x\leqslant 2m-1\}$，求实数 $m$ 的取值范围；

（3）若 $A\subseteq B$，$B=\{x|m-6\leqslant x\leqslant 2m-1\}$，求实数 $m$ 的取值范围.

**思路分析**：注意研究集合 $A$ 与集合 $B$ 间的包含关系和相等关系．$B\subseteq A$ 说明 $B$ 是 $A$ 的子集，特别注意讨论 $B=\varnothing$ 的情形；$A\subseteq B$ 说明 $A$ 是 $B$ 的子集，因为 $A$ 非空，所以 $B\neq\varnothing$；$A=B$ 说明两集合元素完全相同.

**解析**：（1）$A=\{x|x^2-3x-10\leqslant 0\}=[-2,5]$，

若 $B=\varnothing$，满足 $B\subseteq A$，此时 $m+1>2m-1$，解得 $m<2$；

若 $B\neq\varnothing$，满足 $B\subseteq A$，此时

$\begin{cases}m+1\leqslant 2m-1\\ m+1\geqslant -2\\ 2m-1\leqslant 5\end{cases}$，解得 $2\leqslant m\leqslant 3$.

即实数 $m$ 的取值范围是 $(-\infty,3]$.

（2）若 $A=B$，则有 $\begin{cases}m-6=-2\\ 2m-1=5\end{cases}$，解得 $m\in\varnothing$.

即不存在 $m$ 值，使得 $A=B$.

（3）由 $A\subseteq B$，得

$\begin{cases}2m-1>m-6\\ m-6\leqslant -2\\ 2m-1\geqslant 5\end{cases}$，解得 $3\leqslant m\leqslant 4$.

即实数 $m$ 的取值范围是 $[3,4]$.

**【类题 4】** 已知集合 $A=\{x|1<ax<2\}$，$B=\{x|-1<x<1\}$，满足 $A\subseteq B$，求实数 $a$ 的取值范围.

## 综合命题分析

**类型1** 集合与命题的交汇

集合与简易逻辑交汇的命题，是常见的数学综合问题．解决这类问题的关键是正确解读集合之间的包含关系，透过集合的表象抓住命题之间的本质联系，实现问题的转化，从而解决问题.

**考例1** 已知 $p$：$A=\left\{x\left|\left|1-\dfrac{x-2}{3}\right|\leqslant 2\right.\right\}$，

$q$：$B=\{x|x^2-2x+1-m^2\leqslant 0\ (m>0)\}$，

且 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要而不充分条件，求实数 $m$ 的取值范围.

**思路分析**：由 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要而不充分条件，可知 $p$ 是 $q$ 的充分而不必要条件，进而推得 $A\subsetneqq B$.

**解析**：由已知 $p$：$-1\leqslant x\leqslant 11$，

$q$：$1-m\leqslant x\leqslant 1+m$.

因为 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要而不充分条件，

所以 $\neg q\Rightarrow\neg p$，

也就是 $p\Rightarrow q$，于是可知，$A\subsetneqq B$，

$\therefore\begin{cases}1-m\leqslant -1\\ 1+m\geqslant 11\end{cases}$，$\begin{cases}m\geqslant 2\\ m\geqslant 10\end{cases}$，即 $m\geqslant 10$.

故 $m$ 的取值范围为 $m\geqslant 10$.

**类型2** 集合与三角函数的交汇

求解集合与三角函数交汇的问题，关键是熟悉各种三角变换.

**考例2** 设集合

$M=\left\{x\left|x=2\cos^2\dfrac{5m\pi}{6}-1,m\in\mathrm{Z}\right.\right\}$，

$N=\left\{x\left|x=1-2\sin^2\dfrac{n\pi}{6},n\in\mathrm{Z}\right.\right\}$，

试确定集合 $M$、$N$ 之间的关系.

**思路分析**：应用三角函数的降幂公式，化简集合中元素的表达式，从两个元素间的关系判断两个集合间的包含关系.

**解析**：

$$M=\left\{x\left|x=2\cos^2\frac{5m\pi}{6}-1,m\in\mathrm{Z}\right.\right\}=\left\{x\left|x=\cos\frac{5m\pi}{3},m\in\mathrm{Z}\right.\right\}=\left\{x\left|x=\cos\left(2m\pi-\frac{m\pi}{3}\right),m\in\mathrm{Z}\right.\right\}=\left\{x\left|x=\cos\frac{m\pi}{3},m\in\mathrm{Z}\right.\right\}.$$

又 $N=\left\{x\left|x=1-2\sin^2\dfrac{n\pi}{6},n\in\mathrm{Z}\right.\right\}=\left\{x\left|x=\cos\dfrac{n\pi}{3},n\in\mathrm{Z}\right.\right\}$，

即 $M=N$.

## 金题演练

### 一、选择题

1. 已知集合 $A$ 同时满足如下三个条件：

① $A\neq\varnothing$；

② $A\subseteq\{1,2,3,4\}$；

③ 若 $x\in A$，则 $5-x\in A$.

则满足条件的集合 $A$ 的个数是（　　）

A. 32个　　B. 8个

C. 5个　　D. 3个

2. 设集合 $M=\left\{x\middle|x=\frac{k\pi+\pi}{2}+\frac{\pi}{4},k\in\mathrm{Z}\right\}$，

$N=\left\{x\middle|x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{2},k\in\mathrm{Z}\right\}$，则（　　）

A. $M=N$　　B. $M\subsetneqq N$

C. $M\subseteq N$　　D. $M\cap N=\varnothing$

3. 已知全集 $U=\{1,2,3\}$，且满足 $\complement_U(A\cup B)=\{2\}$ 的集合 $A$、$B$ 共有的组数为（　　）

A. 5　　B. 7

C. 9　　D. 11

4.（2005·浙江）设 $f(n)=2n+1(n\in\mathrm{N})$，$P=\{1,2,3,4,5\}$，$Q=\{3,4,5,6,7\}$，记 $\hat{P}=\{n\in\mathrm{N}|f(n)\in P\}$，$\hat{Q}=\{n\in\mathrm{N}|f(n)\in Q\}$，

则 $\left(\hat{P}\cap\complement_N\hat{Q}\right)\cup\left(\hat{Q}\cap\complement_N\hat{P}\right)=$（　　）

A. $\{0,3\}$　　B. $\{1,2\}$

C. $\{3,4,5\}$　　D. $\{1,2,6,7\}$

5. 设集合 $P=\{m|-1<m<0\}$，

$Q=\{m\in\mathrm{R}|mx^2+4mx-4<0$ 对任意实数 $x$ 恒成立$\}$，则下列关系中成立的是（　　）

A. $P\subsetneqq Q$　　B. $Q\subsetneqq P$

C. $P=Q$　　D. $P\cap Q=\varnothing$

6. 设数集 $P=\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$，

$M=\left\{x\middle|m\leqslant x\leqslant m+\frac{3}{4}\right\}$，$N=\left\{x\middle|n-\frac{1}{3}\leqslant x\leqslant n\right\}$，且 $M\subseteq P$，$N\subseteq P$. 如果把 $b-a$ 叫做集合 $\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$ 的“长度”，那么集合 $M\cap N$ 的“长度”的最小值是（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{1}{12}$　　C. $\frac{5}{12}$

### 二、填空题

7. 已知 $A=\{x|-2<x<-1$，或 $x>1\}$，

$B=\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$，若 $A\cup B=\{x|x>-2\}$，

$A\cap B=\{x|1<x\leqslant 3\}$，则 $a+b=$________.

8.（2006·上海理）设集合 $A=\{-1,3,2m-1\}$，$B=\{3,m^2\}$，若 $B\subseteq A$，则实数 $m$ 等于________.

9. 设集合 $A=\{x|x^2-[x]=2\}$，$B=\{x||x|<2\}$，（其中 $[x]$ 表示不超过实数 $x$ 的最大整数），则 $A\cap B=$________，$A\cup B=$________.

10. 设全集为 R，集合 $A=\{y|y=3^x,0\leqslant x<2\}$，集合 $B=\left\{y\middle|y=\log_{\frac{1}{2}}x,\frac{1}{4}\leqslant x\leqslant 2\right\}$，则 $A\cap(\complement_R B)=$____________.

### 三、解答题

11. 设 $A=\{x|x^2+px-12=0\}$，$B=\{x|x^2+qx+r=0\}$，且 $A\neq B$，$A\cup B=\{-3,4\}$，$A\cap B=\{-3\}$，求实数 $p,q,r$ 的值.

12. 已知 $A=\left\{x\middle|\frac{x+1}{x-3}<0\right\}$，$B=\{x|ax^2-x+b\geqslant 0\}$，$A\cap B=\varnothing$，$A\cup B=\mathrm{R}$，求实数 $a,b$ 的值.

13. 已知集合 $A=\{x|-1<x<2\}$，$B=\{y|y=x+a,x\in A\}$，$C=\{z|z=x^2,x\in A\}$，且 $B\subseteq C$，求实数 $a$ 的取值范围.

14. 已知集合 $A=\{x|x^2-5x+4\leqslant 0\}$ 与 $B=\{x|x^2-2ax+a+2\leqslant 0\}$，若 $B\subseteq A$，求 $a$ 的取值范围.

# 第二节 集合的运算

## 考点分析

### 考点1 集合之间的关系

• 对于两个集合间的关系 $A\cap B=\varnothing$ 要分类思考，$A$、$B$ 至少有一个为 $\varnothing$，或都不是 $\varnothing$. 特别地，当 $A$、$B$ 有一个为 $\varnothing$ 时，容易忽略

• 通过理解集合间的关系，揭示问题的实质，实现问题的转化

**考例1** 已知集合

$A=\{x\mid x^2+(p+2)x+1=0\}$，

$B=\{x\mid x>0\}$，且 $A\cap B=\varnothing$，求实数 $p$ 的取值范围.

**思路分析**：由条件 $A\cap B=\varnothing$，可将所求问题转化为方程 $x^2+(p+2)x+1=0$ 无解或只有非正实数解的问题.

**解析**：当 $A=\varnothing$ 时，方程 $x^2+(p+2)x+1=0$ 无实数根，此时 $\Delta=(p+2)^2-4<0$，解得 $-4<p<0$.

当 $A\neq\varnothing$，方程 $x^2+(p+2)x+1=0$ 必有两个小于或等于 0 的实根.

设 $f(x)=x^2+(p+2)x+1$，

则 $\begin{cases}-\dfrac{p+2}{2}<0\\ \Delta=(p+2)^2-4\geqslant 0\end{cases}$，解得 $p\geqslant 0$.

综上，实数 $p$ 的取值范围为 $(-4,+\infty)$.

**【类题1】** 已知集合 $A=\{x\mid x^2+tx+1=0\}$，$B=\{x\mid x<0\}$，若 $A\cap B=\varnothing$，求实数 $t$ 的取值范围.

### 考点2 集合的运算

• 准确把握两个集合的特殊关系的转化：

$A\cap B=B\Leftrightarrow B\subseteq A$

$A\cup B=B\Leftrightarrow A\subseteq B$

• 注意对空集的讨论，如 $B=\varnothing$ 也是 $B\subseteq A$ 的一种情形，切勿漏掉，注意讨论特殊与一般的关系，是数学的严谨性的充分体现

**考例2** 已知集合

$A=\{x|x^2-(2a+1)x-2(a+1)\leqslant 0\}$，

$B=\{x|x^2+ax-2a^2\leqslant 0\}$，且 $A\cup B=B$，

求实数 $a$ 的取值范围.

**思路分析**：由 $A\cup B=B$，知 $A\subseteq B$，需讨论两个不等式解集之间的关系，关键是比较 $-1$ 与 $2a+2$，$a$ 与 $-2a$ 的大小.

**解析**：因 $A=\{x|(x+1)(x-2a-2)\leqslant 0\}$，

$B=\{x|(x-a)(x+2a)\leqslant 0\}$，

欲确定以上两个不等式的解，需比较 $-1$ 与 $2a+2$，$a$ 与 $-2a$ 的大小，由 $2a+2=-1$，得 $a=-\dfrac{3}{2}$，

由 $a=-2a$，得 $a=0$.

因此，将 $a$ 在 $-\dfrac{3}{2}$ 与 0 处分段讨论.

(1) 当 $a<-\dfrac{3}{2}$ 时，

$A=\{x|2a+2\leqslant x\leqslant -1\}$，$B=\{x|a\leqslant x\leqslant -2a\}$，

由 $A\cup B=B$，知 $A\subseteq B$，所以有

$\begin{cases}2a+2\geqslant a\\ -2a\geqslant -1\\ a<-\dfrac{3}{2}\end{cases}$，解得 $-2\leqslant a<-\dfrac{3}{2}$；

(2) 当 $a=-\dfrac{3}{2}$ 时，$A=\{-1\}$，

$B=\left\{x\middle|-\dfrac{3}{2}\leqslant x\leqslant 3\right\}$，满足 $A\subseteq B$；

(3) 当 $-\dfrac{3}{2}<a<0$ 时，

$A=\{x|-1\leqslant x\leqslant 2a+2\}$，$B=\{x|a\leqslant x\leqslant -2a\}$，

因 $A\subseteq B$，所以有

$\begin{cases}-\dfrac{3}{2}<a<0\\ a\leqslant -1\\ 2a+2\leqslant -2a\end{cases}$，解得 $-\dfrac{3}{2}<a\leqslant -1$；

(4) $a=0$ 时，$A=\{x|-1\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{0\}$，不满足 $A\subseteq B$（舍）；

(5) 当 $a>0$ 时，$A=\{x|-1\leqslant x\leqslant 2a+2\}$，

$B=\{x|-2a\leqslant x\leqslant a\}$，

因 $A\subseteq B$，所以有

$\begin{cases}a>0\\ -2a\leqslant -1\\ 2a+2\leqslant a\end{cases}$，解得 $\varnothing$.

综上，$a$ 的取值范围是 $\{a|-2\leqslant a\leqslant 1\}$.

**【类题2】** 设 $A=\{x|-2\leqslant x\leqslant 5\}$，$B=\{x|m+1\leqslant x\leqslant 2m-1\}$，且 $B\subseteq A$，求实数 $m$ 的取值范围.

## 综合命题分析

### 类型 集合与曲线方程的交汇

以集合的面目出现的数学综合命题，是高考命题的发展趋势．关键是正确解读集合语言，透过集合的表象抓住问题的本质，深入分析解决问题．

**考例** 设集合

$A=\{(x,y)|y=2x-1,x\in N_+\}$，

$B=\{(x,y)|y=ax^2-ax+a,x\in N_+\}$．

问是否存在非零整数 $a$，使 $A\cap B\neq\varnothing$？若存在，请求出 $a$ 的值及 $A\cap B$．若不存在，说明理由．

**思路分析**：*集合 $A$ 中的元素是在直线 $y=2x-1$ 上的点，集合 $B$ 中的元素是抛物线 $y=ax^2-ax+a$ 上的点．*

*由 $A\cap B\neq\varnothing$ 知，$a$ 是否存在取决于方程组*

$\begin{cases}y=2x-1\\ y=ax^2-ax+a\end{cases}$ *是否有 $x$ 为正整数的解．*

**解析**：由 $A\cap B\neq\varnothing$ 知，$a$ 是否存在取决于方程组

$\begin{cases}y=2x-1\\ y=ax^2-ax+a\end{cases}$ 是否有 $x$ 为正整数的解，

消去 $y$，得 $ax^2-(a+2)x+a+1=0$，

由 $\Delta\geqslant0$，即 $(a+2)^2-4a(a+1)\geqslant0$，

解得 $-\frac{2\sqrt{3}}{3}\leqslant a\leqslant\frac{2\sqrt{3}}{3}$．

因 $a$ 为非零整数，所以 $a$ 的可能值为 $-1,1$．

当 $a=-1$ 时，解得 $x=0$，或 $x=-1$，这与 $x\in N_+$ 相矛盾，故 $a\neq-1$；

当 $a=1$ 时，解得 $x=1$，或 $x=2$，符合题意．

综上，存在 $a=1$，使得 $A\cap B\neq\varnothing$，此时 $A\cap B=\{(1,1),(2,3)\}$．

**【类题】** 已知集合 $A=\{(x,y)|y=-x^2+mx-1\}$ 与 $B=\{(x,y)|x+y-3=0,0\leqslant x\leqslant3\}$，若 $A\cap B$ 为单元素集合，求实数 $m$ 的取值范围．

## 金题演练

**一、选择题**

1.（2006·重庆）已知集合 $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$A=\{2,4,5,7\}$，$B=\{3,4,5\}$，则 $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=$（　）

A．$\{1,6\}$　　B．$\{4,5\}$

C．$\{2,3,4,5,7\}$　　D．$\{1,2,3,6,7\}$

2.（2006·辽宁）设集合 $A=\{1,2\}$，则满足 $A\cup B=\{1,2,3\}$ 的集合 $B$ 的个数（　）

A．1　　B．3

C．4　　D．8

3．已知集合 $M\subsetneqq\{4,7,8\}$，且 $M$ 中至多有一个偶数，则这样的集合共有（　）

A．3　　B．4

C．4　　D．6

4．已知集合 $\{-2,0\}\subsetneqq\{m-1,-2,m^2+m\}$，则实数 $m$ 的值组成的集合为（　）

A．$\{1,0,-1\}$　　B．$\{1,0\}$

C．$\{-1,0\}$　　D．$\{-1,1\}$

5．满足 $\{x|x^2-3x+2=0\}\subsetneqq M\subseteq\{x\in N|-1\leqslant x\leqslant4\}$ 的集合 $M$ 的个数是（　）

A．5　　B．6

C．7　　D．8

6．已知集合 $A=\left\{x\middle|x=a+\frac{1}{6},a\in Z\right\}$，

$B=\left\{x\middle|x=\frac{b}{2}-\frac{1}{3},b\in Z\right\}$，

$C=\left\{x\middle|x=\frac{c}{2}+\frac{1}{6},c\in Z\right\}$，

则集合 $A$、$B$、$C$ 满足的关系是（　）

A．$A=B\subsetneqq C$　　B．$A\subsetneqq B=C$

C．$A\subsetneqq B\subsetneqq C$　　D．$B\subsetneqq C\subsetneqq A$

**二、填空题**

7．满足条件 $\{x|x^2+1=0\}\subsetneqq M\subseteq\{x|x^2-1=0\}$ 的所有集合 $M$ 为_______．

8．已知集合 $A=\{x|x<-1，或 x\geqslant1\}$，$B=\{x|2a<x<a+1\}$，若 $B\subseteq A$，则实数 $a$ 的取值范围为___________．

9.（2006·湖北）设 $A$、$B$ 为两个集合，下面四个命题：

① $A\not\subseteq B\Leftrightarrow$ 对任意 $x\in A$，有 $x\notin B$；

② $A\not\subseteq B\Leftrightarrow A\cap B=\varnothing$；

③ $A\not\subseteq B\Leftrightarrow A\not\supseteq B$；

④ $A\not\subseteq B\Leftrightarrow$ 存在 $x\in A$，使得 $x\notin B$．

其中真命题的序号是________（把符合要求的命题序号都填上）．

10．已知集合 $A$ 满足 $\{1,2,5\}\subseteq A\subsetneqq\{1,4,8,x,y,x-y\}$，则集合 $A$ 的个数是___________．

**三、解答题**

11．设集合 $A=\{x|-1\leqslant x\leqslant7\}$，$B=\{x|2-m<x<3m+1\}$，若 $A\cup B=A$，求实数 $m$ 的取值范围．

12. 设 $A=\{x|x^2+4x=0\}$，$B=\{x|x^2+2(a+1)x+a^2-1=0\}$，若 $B\subseteq A$，求实数 $a$ 的值.

13. 已知集合 $A=\{x||x-a|=4\}$，$B=\{1,2,b\}$.

（1）是否存在实数 $a$ 的值，使得对于任意实数 $b$ 都有 $A\subseteq B$？若存在，求出 $a$ 值，若不存在试说明理由；

（2）若 $A\subseteq B$，求实数 $a$、$b$ 的值.

14. 已知集合 $A=\{(x,y)|y=-x^2+mx-1\}$ 与 $B=\{(x,y)|x+y-3=0,0\leqslant x\leqslant 3\}$，若 $A\cap B$ 为单元素集合，求实数 $m$ 的取值范围.

15.（2006·全国Ⅱ）设 $a\in\mathrm{R}$，二次函数 $f(x)=ax^2-2x-2a$．设不等式 $f(x)>0$ 的解集为 $A$，又知集合 $B=\{x|1<x<3\}$，$A\cap B\neq\varnothing$，求 $a$ 的取值范围.

## 单元综合演练

### 一、选择题

1.（2007·辽宁）设集合 $U=\{1,2,3,4,5\}$，$A=\{1,3\}$，$B=\{2,3,4\}$，则 $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=$ （　）

A. $\{1\}$　　B. $\{5\}$

C. $\{2,4\}$　　D. $\{1,2,4,5\}$

2.（2006·浙江）设集合 $A=\{x|-1\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{x|0\leqslant x\leqslant 4\}$，则 $A\cap B=$ （　）

A. $\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$　　B. $\{x|1\leqslant x\leqslant 2\}$

C. $\{x|0\leqslant x\leqslant 4\}$　　D. $\{x|1\leqslant x\leqslant 4\}$

3. 集合 $A=\{x|x(x-1)(x-2)=0\}$，则集合 $A$ 的非空子集的个数为 （　）

A. 4　　B. 8

C. 7　　D. 6

4. 满足条件 $\varnothing\subsetneqq A\subsetneqq\{0,1,2\}$ 的集合 $A$ 共有 （　）

A. 3个　　B. 6个

C. 7个　　D. 8个

5.（2006·陕西）已知集合 $P=\{x\in\mathrm{N}|1\leqslant x\leqslant 10\}$，$Q=\{x|x^2+x-6\leqslant 0\}$，则 $P\cap Q$ 等于 （　）

A. $\{1,2,3\}$　　B. $\{2,3\}$

C. $\{1,2\}$　　D. $\{2\}$

6. 集合 $A=\{x|-1\leqslant x<2\}$，$B=\{x|x\leqslant a\}$，若 $A\cap B\neq\varnothing$，则实数 $a$ 的取值范围是 （　）

A. $[-1,+\infty)$　　B. $(-1,+\infty)$

C. $[-1,1]$　　D. $(-\infty,2]$

7. 设全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$，若 $A\cap B=\{2\}$，$(\complement_U A)\cap B=\{4\}$，$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\{1,5\}$，则下列结论中正确的是 （　）

A. $3\notin A$，$3\notin B$　　B. $3\notin A$，$3\in B$

C. $3\in A$，$3\notin B$　　D. $3\in A$，$3\in B$

8. 已知全集 $U$ 的真子集 $M$、$P$ 满足 $M\cap P=P$，则下列各式中正确的是 （　）

A. $(\complement_U M)\subseteq(\complement_U P)$　　B. $M\subseteq(\complement_U P)$

C. $(\complement_U M)\supseteq(\complement_U P)$　　D. $M\supseteq(\complement_U P)$

9. 设集合 $M=\{y|y=2^x\}$，集合 $P=\{y|y=x^2\}$，则下列结论正确的是 （　）

A. $M\cap P=\{2,4\}$　　B. $M\cap P=\{4,6\}$

C. $M=P$　　D. $M\subsetneqq P$

10. 设集合 $M=\{x|x<3\}$，$N=\{x|\log_2 x>1\}$，则 $M\cap N=$ （　）

A. $\varnothing$　　B. $\{x|0<x<3\}$

C. $\{x|1<x<3\}$　　D. $\{x|2<x<3\}$

11. 设全集 $U$ 是实数集，$M=\{x|\sqrt{x+3}\leqslant 0\}$，$N=\{x|2^{x^2}=2^{x+12}\}$，则 $(\complement_U M)\cap N$ 等于 （　）

A. $\{x|x<3\}$　　B. $\varnothing$

C. $\{4\}$　　D. $\{-3,4\}$

12.（2006·湖北）有限集合 $S$ 中元素的个数记作 $card(S)$．设 $A$、$B$ 都为有限集合，给出下列命题：

① $A\cap B=\varnothing$ 的充要条件是 $card(A\cup B)=card(A)+card(B)$；

② $A\subseteq B$ 的必要条件是 $card(A)\leqslant card(B)$；

③ $A\nsubseteq B$ 的充要条件是 $card(A)\leqslant card(B)$；

④ $A=B$ 的充要条件是 $card(A)=card(B)$．

其中真命题的序号是 （　）

A. ③④　　B. ①②

C. ①④　　D. ②③

### 二、填空题

13. 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$，$A=\{1,3\}$，$B=\{2,3,4\}$，

则 $A\cup(\complement_U B)=$________.

14．已知 $A=\{-1,0,1,2\}$，$B=\{y|y=|x|,x\in A\}$，则 $B=$________.

15．已知 $A=\{(x,y)|3x+2y=1\}$，$B=\{(x,y)|4x-y=5\}$，则 $A\cap B=$______.

16．设集合 $A=\{5,\log_2(a+3)\}$，$B=\{a,b\}$，若 $A\cap B=\{2\}$，则 $A\cup B=$________.

**三、解答题**

17．已知全集 $U=\mathrm{R}$，集合 $A=\{x|-2<x<2\}$，$B=\{x|x\geqslant 1\}$，求 $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$，$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$.

18．已知全集 $U=\{x|x<9,x\in\mathrm{N}^*\}$，$A$、$B$ 两个集合同时满足 $A\cap B=\{2,4\}$，$A\cap\complement_U B=\{1,3,5\}$，$\complement_U(A\cup B)=\{7,8\}$，求集合 $A$、$B$.

19．已知 $A=\{x|a-1<x<2a+1\}$，$B=\{x|0<x<1\}$，若 $A\cap B=\varnothing$，求实数 $a$ 的取值范围.

20．记函数 $f(x)=\sqrt{2-\dfrac{x+3}{x+1}}$ 的定义域为 $A$，$g(x)=\lg[(x-a-1)(2a-x)]$ $(a<1)$ 的定义域为 $B$.

(1) 求 $A$；

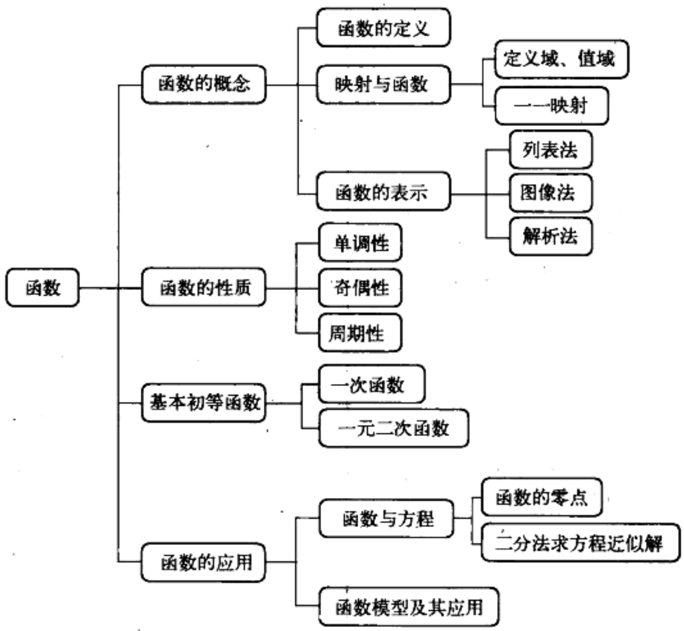
(2) 若 $B\subseteq A$，求实数 $a$ 的取值范围.

21．已知集合 $A=\{x|x^2-ax+a^2-19=0\}$，$B=\{x|x^2-5x+6=0\}$，$C=\{x|x^2+2x-8=0\}$，是否存在实数 $a$，使得 $A\cap C=\varnothing$，$\varnothing\subsetneqq A\cap B$ 同时成立？若存在，求出 $a$ 的值；若不存在，说明理由.

22．设 $a_1,a_2,a_3,a_4,a_5$ 为自然数，$A=\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5\}$，$B=\{a_1^2,a_2^2,a_3^2,a_4^2,a_5^2\}$，且 $a_1<a_2<a_3<a_4<a_5$，并满足 $A\cap B=\{a_1,a_4\}$，$a_1+a_4=10$，$A\cup B$ 中各元素之和为256，求集合 $A$.

# 第二章　函　　数

## 知识结构网络




## 第一节　函　　数

### 考 点 分 析

**考点1** 求函数的解析式

• 此类题目是对基本概念的考查，为低中档题目，常见题型有选择、填空或解答，注意应用各种类型的求解方法

• 由实际问题求解析式时，要从实际出发，要特别注意自变量的范围有时要受到约束限制

**考例1** (1) 已知两个函数 $f(x)=\begin{cases}x^2\ (x\geqslant 0)\\ -x\,(x<0)\end{cases}$，$g(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x}\,(x>0)\\ x^2\,(x\leqslant 0)\end{cases}$，当 $x<0$ 时，求 $f[g(x)]$ 及 $g[f(x)]$ 的解析式.

(2) 已知 $f(1-\sin x)=\cos^2 x$，求 $f(x)$ 的解析式.

**解析**：(1) 当 $x<0$ 时，$g(x)=x^2>0$，$f(x)=-x>0$，

故 $f[g(x)]=f(x^2)=(x^2)^2=x^4$，

$g[f(x)]=g(-x)=-\dfrac{1}{x}$.

(2) 方法一：令 $1-\sin x=t$，则 $t\in[0,2]$，则 $\sin x=1-t$.

$f(1-\sin x)=f(t)=\cos^2 x=1-\sin^2 x$

$=1-(1-t)^2=-t^2+2t$，

$\therefore f(x)=-x^2+2x(0\leqslant x\leqslant 2)$.

方法二：$f(1-\sin x)=\cos^2 x=1-\sin^2 x$

$=-(1-\sin x)^2+2(1-\sin x)$

$\therefore f(x)=-x^2+2x(0\leqslant x\leqslant 2)$.

小结：由已知条件求函数的解析式常用待定系数法、换元法、配方法、解方程组法.

(1) 当所求函数的解析式的形式已知（如一次函数，二次函数，指数函数，对数函数等）常用待定系数法；

（2）已知$f\left[g(x)\right]$的表达式，求$f(x)$的表达式，常用配方法或换元法；

（3）由简单的函数方程求函数的表达式，常用赋值法及解方程组法.

**【类题 1】**

（1）设二次函数$y=f(x)$满足$f(x-2)=f(-x-2)$，且图像在$y$轴截距为1，在$x$轴上截得线段长为$2\sqrt{2}$，求$f(x)$解析式.

（2）已知函数$f(x)$满足$2f(x)-f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{|x|}$，求$f(x)$的解析式.

## 考点2 函数奇偶性应用

**考例2** 已知$y=f(x)$是定义在R上的奇函数，当$x\geqslant 0$时，$f(x)=x^2-2x$，求$f(x)$在R上的表达式.

**解析**：$f(x)$在$[0,+\infty)$的解析式，要求$f(x)$在R上的表达式，即是求$f(x)$在$x<0$的表达式．令$x<0$，则$-x>0$，

有$f(-x)=(-x)^2-2(-x)=x^2+2x$，

又$y=f(x)$是奇函数，$\therefore f(-x)=-f(x)$，

即$-f(x)=x^2+2x$，

$\therefore f(x)=-x^2-2x,(x<0)$，

$\therefore f(x)=\begin{cases}x(x-2),x\geqslant 0\\x(-x-2),x<0\end{cases}$.

**【类题 2】** 已知函数$y=f(x)$是偶函数，$y=g(x)$是奇函数，它们的定义域为$[-\pi,\pi]$，且它们在$[0,\pi]$上的图像如图2-1所示，求不等式$\frac{f(x)}{g(x)}<0$的解集.

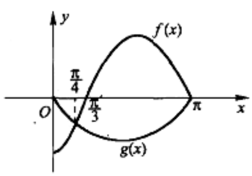



图 2-1

## 考点3 求函数的单调区间及证明函数单调性

• 了解函数单调性定义，会判断简单函数的单调性

• 此类问题一般考查函数单调性的定义，从增函数、减函数两方面分析，为常见题型

• 判断单调性时要从定义入手，关键在于分析$f(x_1)$和$f(x_2)$的大小

• 用定义判断函数单调性时，$x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$常用$(x_1-x_2)\left[f(x_1)-f(x_2)\right]>0$或$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$代替，这种变换值得注意

**考例3** 设函数$f(x)=\frac{x+a}{x+b}(a>b>0)$，求$f(x)$的单调区间，并证明$f(x)$在其单调区间上的单调性.

**思路分析**：应先确定函数定义域，再讨论在定义域上的单调性，先取$x_1<x_2$，分析$f(x_1)-f(x_2)$差的符号，由此找出单调增区间和减区间.

**解析**：函数定义域为$(-\infty,-b)\cup(-b,+\infty)$.

$f(x)$在$(-\infty,-b)$内是减函数，在$(-b,+\infty)$内也是减函数.

下面证明$f(x)$在$(-\infty,-b)$内是减函数.

方法一：（定义法）取$x_1,x_2\in(-b,+\infty)$，且$x_1<x_2$，

那么$f(x_1)-f(x_2)=\frac{x_1+a}{x_1+b}-\frac{x_2+a}{x_2+b}=\frac{(a-b)(x_2-x_1)}{(x_1+b)(x_2+b)}$，

$\because a-b>0$，$x_2-x_1>0$，$(x_1+b)(x_2+b)>0$，

$\therefore f(x_1)-f(x_2)>0\ \therefore f(x_1)>f(x_2)$.

即$f(x)$在$(-b,+\infty)$内是减函数.

同理可证，$f(x)$在$(-b,+\infty)$内也是减函数.

方法二：（导数法）

$f'(x)=\frac{(x+b)-(x+a)}{(x+b)^2}=\frac{b-a}{(x+b)^2}<0$，

$\therefore f(x)$在$(-\infty,b)$和$(-b,+\infty)$上都是单调递减.

小结：证明单调性，一般从定义入手，也可应用导数知识求解.

判断函数单调性或求单调区间的常用方法:定义法，导数法，图像法，复合函数法，化归为基本初等函数.

例题作为一类题，往往以如下形式提出：已知函数$f(x)$，指出函数的单调区间，并对某一单调增(减)区间给出证明．若是如此，我们可以开门见山地指出单调区间，然后再对某一区间施用定义证明在其上是增或是减.

**【类题 3】** 已知函数$f(x)=\frac{x}{x^2+1}(x\in\mathrm{R})$，求$f(x)$的单调区间，并加以证明.

# 综合命题分析

## 类型 考查函数性质的综合性问题

此类问题通常把函数的单调性（奇偶性）与函数的其他性质或知识点（如不等式）结合在一起，综合性很强，对能力要求较高，一般为解答题.

**考例** 定义在R上的函数$f(x)$满足：①对任意$x,y\in R$，有$f(x+y)=f(x)+f(y)$；②当$x>0$时，$f(x)<0$，且$f(1)=-2$.

（1）求证$f(0)=0$；

（2）判断函数$f(x)$的奇偶性；

（3）判断函数$f(x)$的单调性；

（4）解不等式$f(x^2-2x)-f(x)\geqslant -8$.

**思路分析**：对$f(x+y)=f(x)+f(y)$赋值，可求（1）、（2）.（3）可令$x_2=x_2-x_1+x_1$，再利用定义.（4）利用函数的单调性建立$x$的不等式.

**解析**：（1）依题意，令$x=0$，$y=0$.

得$f(0+0)=f(0)+f(0)$，即$2f(0)=f(0)$

$\therefore f(0)=0$.

（2）$\because f(x)$定义域是R，$\therefore$令$y=-x$，代入$f(x+y)=f(x)+f(y)$，

得$f(x-x)=f(x)+f(-x)$，即

$f(x)+f(-x)=0$，$\therefore f(-x)=-f(x)$，

$\therefore f(x)$是奇函数.

（3）任取$x_1,x_2\in R$，且$x_1<x_2$，则

$f(x_2)=f(x_2-x_1+x_1)=f(x_2-x_1)+f(x_1)$，即

$f(x_2)-f(x_1)=f(x_2-x_1)$.

$\because$当$x>0$时，$f(x)<0$，而$x_2-x_1>0$，

$\therefore f(x_2-x_1)<0$，

$\therefore f(x_2)-f(x_1)<0$，即$f(x_2)<f(x_1)$，

$\therefore f(x)$在R上是减函数.

（4）$\because f(1)=-2$，

$\therefore f(2)=f(1+1)=f(1)+f(1)=-4$，

$\therefore f(4)=f(2+2)=f(2)+f(2)=-8$.

而$f(x^2-2x)-f(x)\geqslant -8$，

可化为$f(x^2-2x)\geqslant f(x)+f(4)=f(x+4)$.

由于$f(x)$是在R上的减函数，故$x^2-2x\leqslant x+4$，即$x^2-3x-4\leqslant 0$，解得$-1\leqslant x\leqslant 4$.

$\therefore$不等式解集为$\{x|-1\leqslant x\leqslant 4\}$.

【类题】奇函数$f(x)$是R上的减函数，对任意实数$x$，恒有$f(kx)+f(-x^2+x-2)>0$成立，求$k$的取值范围.

## 金题演练

**一、选择题**

1. 设映射$f$：$x\to -x^2+2x$是实数集$M$到实数集$N$的映射，若对于实数$p\in N$，在$M$中不存在原象，则$p$的取值范围是（　　）

A. $(1,+\infty)$　　B. $[1,+\infty)$

C. $(-\infty,1)$　　D. $(-\infty,1]$

2. 以下各组函数表示同一函数的有（　　）

①$f(x)=\frac{|x|}{x}$，$g(x)=\begin{cases}1,x\geqslant 0\\-1,x<0\end{cases}$；

②$f(x)=\sqrt{-2x^3}$，$g(x)=x\sqrt{-2x}$；

③$f(x)=\sqrt{x}\cdot\sqrt{x+1}$，$g(x)=\sqrt{x^2+x}$；

④$f(x)=x^2-2x-1$，$g(t)=t^2-2t-1$.

A. 0组　B. 1组　C. 2组　D. 3组

3. 函数$f(x)=\begin{cases}\sin(\pi x^2),(-1<x<0)\\e^{x-1},(x\geqslant 0)\end{cases}$，若$f(1)+f(a)=2$，则$a$的所有可能值为（　　）

A. 1　B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$　C. $1,-\frac{\sqrt{2}}{2}$　D. $1,\frac{\sqrt{2}}{2}$

4. 函数$y=\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(3x-2)}$定义域是（　　）

A. $[1,+\infty)$　　B. $\left(\frac{2}{3},+\infty\right)$

C. $\left[\frac{2}{3},1\right]$　　D. $\left(\frac{2}{3},1\right]$

5. 若$y=f(x)$对任意$x$都有$f(-x)=f(x)$，$f(x)=-f(x+1)$，且在$[0,1]$上为减函数，则（　　）

A. $f\left(\frac{7}{2}\right)<f\left(\frac{7}{3}\right)<f\left(\frac{7}{5}\right)$　B. $f\left(\frac{7}{5}\right)<f\left(\frac{7}{2}\right)<f\left(\frac{7}{3}\right)$

C. $f\left(\frac{7}{3}\right)<f\left(\frac{7}{2}\right)<f\left(\frac{7}{5}\right)$　D. $f\left(\frac{7}{5}\right)<f\left(\frac{7}{3}\right)<f\left(\frac{7}{2}\right)$

6. 已知$f(x)=\begin{cases}(3a-1)x+4a,x<1\\\log_a x,x\geqslant 1\end{cases}$是$(-\infty,+\infty)$上的减函数，那么$a$的取值范围是（　　）

A. $(0,1)$　　B. $\left(0,\frac{1}{3}\right)$

C. $\left[\frac{1}{7},\frac{1}{3}\right)$　　D. $\left[\frac{1}{7},1\right)$

**二、填空题**

7. 设函数$f(x)=\begin{cases}2,(x>0)\\x^2+bx+c,(x\leqslant 0)\end{cases}$，若$f(-4)=f(0)$，$f(-2)=-2$，则$f(x)$的解析式为$f(x)=$________，关于$x$的方程$f(x)=x$的解的个数为________.

8. 函数$y=x-4\sqrt{2-x}$的值域为________.

9. 已知$f(x)=\log_a(2-ax)$在$[0,1]$上是$x$的减函数，则$a$的取值范围是________.

**三、解答题**

10. 已知函数$\varphi(x)=f(x)+g(x)$，其中$f(x)$是关于$x$的正比例函数，$g(x)$是关于$x$的反比例函数，且$\varphi\left(\frac{1}{3}\right)=5$，$\varphi(1)=7$.