"十一五"规划教材
教育部高等理工教育数学基础课程
教学改革与实践项目

高等数学

（上册）

主编 李 伟
主审 马知恩

西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

"十一五"规划教材

教育部高等理工教育数学基础课程

教学改革与实践项目

高等数学

(上册)

主编　李　伟

主审　马知恩

西安交通大学出版社

XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

内容简介

本书是教育部“高等理工教育数学基础课程教学改革与实践项目”的研究与改革成果，其基本内容的确定是依据国家非数学类专业数学教学指导分委员会于2005年所提出的关于“高等数学”课程的基本要求，为照顾学有余力、有较高要求的学生需要，也用异体字为他们提供了进一步学习的资料。全书分上下两册，上册的主要内容包括一元微积分及常微分方程；下册的主要内容为向量与空间解析几何、多元微积分及级数。

本书编写的指导思想是培养学生的学习兴趣，除了注意语言的活泼与贴近生活，还在相关内容后附有“历史回顾”及“历史人物简介”；本书注重培养学生“用已知认识、研究和解决未知”的能力及创新能力，力图有利于以“问题驱动”、互动式的教学，同时这样做也有利于培养学生的兴趣，把学生带入其中；本书还注意培养学生解决实际问题的能力，培养学生从实际问题中建立数学模型的意识和能力以及使用数学软件的能力，因此，在每一章的后边编入了少量的数学建模实例及用数学软件解决相关问题的介绍与例子；为了满足不同层次学生的需要，每一节的习题都分A、B两组，并且在每一章的最后还有该章的总习题，供学有余力的学生使用。

本书适合于理工科非数学类的各专业学生使用，也适合学生自学。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学.上册/李伟主编.—西安：西安交通大学出版社，2008.8

ISBN 978-7-5605-2935-6

Ⅰ.高…　Ⅱ.李…　Ⅲ.高等数学-高等学校-教材　Ⅳ.O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第130629号

书　　名　高等数学(上册)
主　　编　李　伟
责任编辑　任振国

出版发行　西安交通大学出版社
(西安市兴庆南路10号　邮政编码710049)
网　　址　http://www.xjtupress.com
电　　话　(029)82668357　82667874(发行中心)
(029)82668315　82669096(总编办)
传　　真　(029)82668280
印　　刷　西安新视点印务有限责任公司

开　　本　727mm×960mm　1/16　**印张** 22.625　**字数** 411千字
版次印次　2008年8月第1版　2008年8月第1次印刷
书　　号　ISBN 978-7-5605-2935-6/O·282
定　　价　36.00元

读者购书、书店添货、如发现印装质量问题，请与本社发行中心联系、调换。
订购热线：(029)82665248　(029)82665249
投稿热线：(029)82664954
读者信箱：jdlgy@yahoo.cn

序

以微积分为主体内容的“高等数学”是高等院校最重要的基础课程之一。它不仅为学生后继课程的学习和今后从事科技工作提供必要的基础知识，而且对学生科学思维方法的形成以及分析问题、解决问题能力的培养产生重要而深远的影响。如何恰当地精选内容？如何在讲授知识的过程中，更有效地培养学生的科学素养和能力？这是当前课程教学改革的核心，也是广大教师不断探索的重要问题。

李伟教授主编的《高等数学》教材，是“教育部高等理工教育数学基础课程教学改革与实践项目”的研究与改革成果。本教材在内容的选取上，力求兼顾理工科普通高等院校不同层次本科生的教学需要，其基本内容的确定是根据我国非数学类专业数学教学指导分委员会于2005年提出的，关于“高等数学”课程教学基本要求的建议，同时也用异体字提出了更深入的问题为高要求的学生提供了进一步学习的资料。

在内容的讲解上，立足于以学生为本，激发和培养学生的学习兴趣，贯穿“用已知认识未知、研究未知、解决未知”的原则，采用“提出问题，启迪学生思考，引导进行解决”的“问题驱动式”教学方法，以期望能更有利于学生领会知识，提高能力。

本书的另一特点是通过大量的边框注释来帮助学生掌握重点，领会问题的实质，引导学生深入思考，提示学生总结提升。这在国内同类教材中是一种颇有新意的尝试，相信在引导学生自主学习，进行因材施教等方面会起到较好的作用。

本书在每章之后编入了少量的数学建模实例和数学软件的使用供学生选学，有助于培养学生应用数学的意识、兴趣和能力，促进对现代计算工具的学习。

本书对所涉及的一些数学家附有简介，还编入了一些相关的历史回顾，有助于激发学生的学习兴趣和热情，发挥教书育人的作用。

相信本书的出版将为普通高等院校《高等数学》的革新教材增添具有特色的新品种，也希望能对广受教师们关注的教学方法的改革有所启迪。

冯之旻

2008年6月于西安交通大学

前言

目前，建设创新型国家的伟大战略决策已成为举国上下的共识。建设创新型国家需要创新型人才，因此为社会培养具有创新精神和创新能力的人才是时代赋予高等学校的历史使命！

要培养具有创新精神和创新能力的人才，就必须把培养学生的“能力”放在首位。为此，作为高等学校重要基础课的“高等数学”的教学，已经广泛实施了旨在培养学生能力的互动式教学。但是，作为学习工具的教材如何与其相适应？如何通过教材实现“立体式”、全方位培养学生的能力？这是我们一直在思考和探索的问题。

兴趣是学习的导引和动力，没有兴趣的学习是枯燥无味的，令人头疼的，也是很难学好的。因此，笔者认为，教材应具有可读性，要把激发学生的兴趣和爱好作为编写教材的指导思想。要注重激发学生学习的兴趣和热情，要有利于对学生的素质教育。

要培养学生的能力，就要使学生不仅记住定义和定理的条件与结论，还要使他们知道为什么需要这样的条件，为什么需要这样一步一步地证明。不仅要会做例题，还要知道编选这些例题的目的是什么？从中要学到什么？要把培养学生“用已知认识未知、研究未知和解决未知”的能力放在首要的位置。要注重培养学生读书的能力。

目前在大多数学校中，学生的基础严重参差不齐是比较普遍的现实。有些学校采取按程度编班的“分级教学”。按程度分班，是否会使学生背上包袱：好班的学生沾沾自喜，差班的学生自尊心受到挫伤，从而不能达到组织者的良苦用心？能否使不同程度的学生在一个班级、使用同一部教材而实现“按需索取”呢？

工科学生主要的出路是成为一名工程技术人员。不论是为了应用，还是为了加强能力的培养，使他们受到严格的数学训练都是必须的。但是我们还应看到，在以后的实际工作中，让他们去计算譬如一个个复杂的积分等是不现实的，因为现成的软件已经不需要他们再去计算。因此，在学习数学知识的同时配以相应的软件的训练是有必要的。

学生学习的最终目的是应用，培养学生解决实际问题的能力、培养他们从实际

问题建立数学模型的能力是我们的重要目的。当然，仅靠微积分的知识是很难解决现实世界提出的大量问题，但是从学习微积分就开始培养学生的“建模”意识和能力是完全必要的。

以上这些都是笔者一直在思考和努力在尝试的。

在这部《高等数学》中，笔者注意到学生兴趣的培养，注意到语言的生活化，以减少学生对微积分的畏惧感，进而喜欢它。力图给学生介绍一些相关史料和有关的数学家，通过这些介绍，希望帮助学生扩展知识的内涵，加深对知识的理解，培养学生的素质，激发学生的兴趣和求知欲。

书中每一章、每一节都分正文和“边注”两部分。其中正文所涉及的内容依据国家非数学类专业教学指导分委员会于 2005 年所提出的“高等数学”课程教学基本要求，是“高等数学”的基本内容，是每一个理工科大学生所必须学习的。“边注”中所列的内容主要是根据正文的相关内容提出的问题，其目的是提示学生去复习和回忆已经学习过的相关内容，以培养学生“用已知认识未知，用已知研究未知，用已知解决未知”的能力。有些是为了提醒学生去总结、提升。学了知识不去总结是一大忌，书不论读的再多，不总结也难以提升到一个本该达到的层次。有些问题，是作为学生看书的提纲，帮助学生带着问题去看书，以问题驱动思考，还有一些是知识的延伸，希望为学有余力的学生进一步理解、掌握“高等数学”提供一些帮助。注意到学习基础较好、要求较高的学生的需要，对有些“基本要求”之外的内容，我们采取了异体字排版，这样的内容对学习确属吃力的学生不作要求。

为了使不同类型的学生能够各取所需，使学习吃力的学生清楚地知道自己必须达到的要求，而不至于因为看到习题通篇都有困难而失去学习的信心，我们把习题分 A，B 两组。A 组是基本题，是所有学生都应做的，会做这些题，就基本上掌握了教材的基本知识，达到基本要求。对学有余力的学生要做一些 B 组题，学习吃力的学生可以完全不去做它。每章的后边还附有总习题，是为想继续深造的学生准备的。

在上册的最后作为“附录”介绍了一个数学软件，并且在每章的最后介绍了如何用数学软件去解决本章有关问题。这是为将来的工程技术人员准备的。希望他们尽早对应用软件有所了解。这些内容并不是必讲内容，但是我们相信，不论教师怎么处理，一定会有一些学生去接触它——因为这是他以后工作的工具。

为了从基础课就开始培养学生的“建模”思想和意识，我们在有关章节介绍了一些建模的实例。对这些例子和相关的习题，教师可以在课堂上与学生一起解决，也可留给学生自己练习。不论什么方式，相信都会有学生喜欢的。

由于“高等数学”在高等学校所处的重要位置，因此教育部、各高校以及出版社都十分重视其教材建设。可以说高等数学教科书百花齐放，各有特色，其中有很多

优秀教材，对笔者写这部书产生了很大的影响，提供了有力的支持。

笔者十分感激西安交通大学马知恩教授。作为本书的主审，他在百忙之中极其认真地审阅了全书，给笔者提出了许多宝贵的、建设性的意见。通过这一机会，笔者不仅从先生那里学到了很多专业知识，而且先生渊博的知识、严谨的治学态度和对后来人的热情支持与鼓励，永远激励和鼓舞着我！先生在百忙之中又为本书作序，笔者无比感激！

笔者十分感激北京大学李忠教授的关心和支持。笔者长期受先生的教育和熏陶，使我终身受益。他一直在关心着笔者的工作，关心这部教材的编写，并提出了许多建设性的指导意见。值此，笔者对先生多年的培养、关心与支持表示最真诚的谢意！

本书得到了天津科技大学、理学院及数学系领导的支持，是数学系集体智慧的结晶。参加本书编写的有李伟、刘凤林、刘寅立、孙成功及佘泽红。全书由李伟主编，刘凤林选配习题，刘寅立编写了数学建模和数学软件部分，孙成功从事历史资料部分的编写，佘泽红承担了图形的绘制。数学系张大克教授、邢化明教授对本书提出了许多具体的建议和修改意见；张绍璞、张励、关泽满、韩英华、程建军、李杰红、丁玉梅、崔家峰、于非非、谢中华、贾学龙、杨华及张伟等同志对笔者的工作给了热情的关心、支持和帮助。特别是王霞、王玉杰、赵亚光、李君、廖嘉、夏国坤及王爱平等同志牺牲了大量休息时间与编者们对书稿进行了集体讨论、审阅，提出了宝贵的修改意见。本书满含他们的心血和汗水，在此笔者代表全体编写人员向他们致以最诚挚的谢意！

笔者还特别感激刘寅立及廖嘉同志为本书的付出，正是他们精美的设计和辛勤劳动，才使得笔者把书稿付诸出版！

本书得到“教育部高等理工教育数学基础课程教学改革与实践项目”的立项资助，在此表示感谢！

通过教材达到课前预习、课堂学习、课后复习的“立体式”培养学生的能力是笔者的初衷，但是付诸实践却不是一件容易的事。因此，鉴于各方面原因，本书会有许多不成熟甚至是错误的地方，笔者诚恳地希望得到各界的批评和指正！

李 伟

2008 年 6 月于天津滨海新区

目 录

第 1 章　函数与极限

1.1　集合与函数

1.1.1　集合

1. 集合的概念

集合是数学的一个基本概念. 通常把具有某种特定性质的事物的全体称为一个集合,而把组成这个集合的每一个事物称为该集合的元素.

例如,在某个教室里的全体学生组成一个集合;教室里的所有桌凳组成一个集合;全体实数组成一个集合;全体有理数也组成一个集合等.

通常用大写字母 $A,B,C,\cdots$ 表示集合,用小写字母 $a,b,c,\cdots$ 表示集合的元素. 如果 a 是集合 A 的元素,就称 a 属于 A,记作 $a\in A$;否则称 a 不属于 A,记作 $a\notin A$. 如果一个集合仅有有限个元素,称它为有限集,否则称为无限集.

表示集合的方法通常有以下两种.

一种是**枚举法**,也就是把集合中的全体元素都一一写出来,放在一个大括号内. 例如,方程 $x^2-1=0$ 的解集为 $A=\{-1,1\}$;某家庭成员组成集合 $E=\{$父亲,母亲,孩子$\}$. 另一种方法是**描述法**,指明集合的元素所具有的特定性质,例如若集合 M 是由具有某种性质 P 的元素 x 的全体组成,就记为

$$M=\{x \mid x\text{具有性质}P\}.$$

按照这个说法,上述方程 $x^2-1=0$ 的解集可记作

$$B=\{x \mid x^2-1=0\}.$$

所有元素都是数的集合称为数集. 例如

全体非负整数的集合记作 $\mathbf{N}$,即 $\mathbf{N}=\{0,1,2,\cdots\}$;

全体正整数集合记为 $\mathbf{N}^+=\{1,2,3,\cdots\}$;

全体整数的集合记为 $\mathbf{Z}=\{\cdots,-n,\cdots,-2,-1,0,1,2,\cdots\}$;

全体有理数的集合记作 $\mathbf{Q}=\left\{\dfrac{p}{q}\,\middle|\, p\in\mathbf{Z},q\in\mathbf{N}^+,\text{且 }p,q\text{ 互素}\right\}$;

全体实数的集合记作 $\mathbf{R}$ 等.

设 A,B 是两个集合,如果集合 A 的元素都是集合 B 的元素,则称集合 A 是集合 B 的**子集**,记作 $A\subset B$,或 $B\supset A$.

若 $A\supset B$ 且 $B\supset A$,则称集合 A 与集合 B **相等**,记作 $A=B$. 例如 $A=\{-1,1\}$ 与 $B=\{x\mid x^2-1=0\}$ 是相等的.

为了以后讨论的需要,这里引出空集的概念. 称不含任何元素的集合为**空集**,记作 $\varnothing$. 并且规定,空集是任何集合的子集.

从子集的定义来看,一个集合的子集所含的元素一定比这个集合所含的元素“少”吗? 有的书中引入了“真子集”的概念,您怎么理解其中的“真”的含义? 即一个集合的什么样的子集才能称为它的“真”子集?

2. 集合的运算

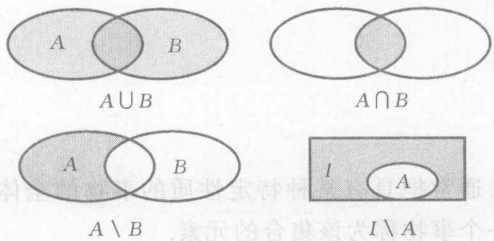

图 1-1

集合的基本运算有并、交、差三种.

设 A,B 是两个集合,由集合 A 的所有元素与集合 B 的所有元素组成的集合称为集合 A 与集合 B 的**并**,用 $A\cup B$表示. 即

$$A\cup B=\{x\mid x\in A \text{ 或 } x\in B\}$$

由既属于 A 又属于 B 的元素组成的集合称为 A 与 B 的**交**,记作 $A\cap B$,即

$$A\cap B=\{x\mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}$$

请验证集合的运算满足下面的法则:

$A\cup B=B\cup A$;

$A\cap B=B\cap A$;

$(A\cup B)\cap C$

$=(A\cap C)\cup(B\cap C)$

如果一个集合是由属于 A 但不属于 B 的元素组成的,那么称该集合为 A 与 B 的**差集**,记作 $A\backslash B$. 即

$$A\backslash B=\{x\mid x\in A \text{ 但 } x\notin B\}$$

在差集的定义中,需要规定 B 是 A 的子集吗?

有时研究的问题限定在一个大的集合 I 中进行,其他集合都是它的子集. 这时若 A 是 I 的子集,即有 $I\supset A$,则称 $I\backslash A$ 为 A(相对于 I)的**余集**或**补集**,通常记作 A^c.

以后所涉及的集合大多是数集,而其中最多的是区间.

设 a 与 $b(a<b)$ 为实数,称实数集

$$\{x\mid a<x<b\}$$

为**开区间**,记作(a,b);称数集

$$\{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$$

为**闭区间**，记作$[a,b]$.

另外$[a,b)=\{x|a\leqslant x<b\}$，$(a,b]=\{x|a<x\leqslant b\}$也是常见的，通常称为**半开半闭区间**.

上述各区间都是以实数a,b为端点的区间，长度都为$b-a$. 还有一类区间称为**无穷区间**，例如

$[a,+\infty)=\{x|x\geqslant a\}$；$(a,+\infty)=\{x|x>a\}$；$(-\infty,b)=\{x|x<b\}$；$(-\infty,b]=\{x|x\leqslant b\}$；$(-\infty,+\infty)=\{x|x$ 为任意实数$\}$，即实数集$\mathbf{R}$.

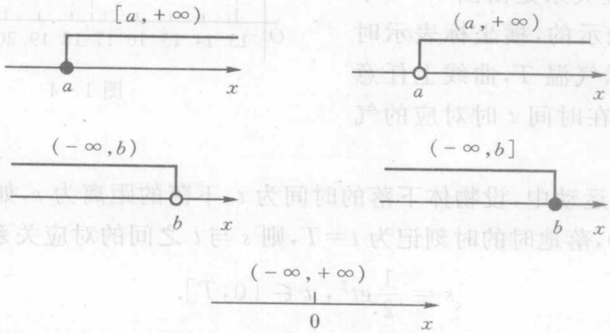

图 1-2

"邻域"与"去心邻域"是以后经常要用到的两个概念.

以点a为中心，长度为$2\delta(\delta>0)$的开区间$(a-\delta,a+\delta)$称为点a的**δ邻域**，记作$U(a,\delta)$(或$U(a)$)，即有

$$U(a,\delta)=\{x \mid |x-a|<\delta\};$$

将上述邻域的中心点a去掉而得到的集合称为点a的**去心δ邻域**，记作$\mathring{U}(a,\delta)$(或$\mathring{U}(a)$)，即

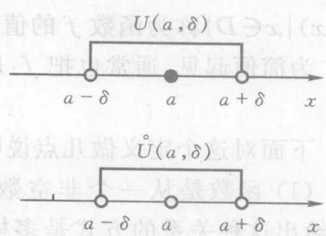

图 1-3

$$\mathring{U}(a,\delta)=\{x \mid 0<|x-a|<\delta\}.$$

开区间$(a-\delta,a)$与$(a,a+\delta)$分别称为a的左δ邻域与a的右δ邻域.