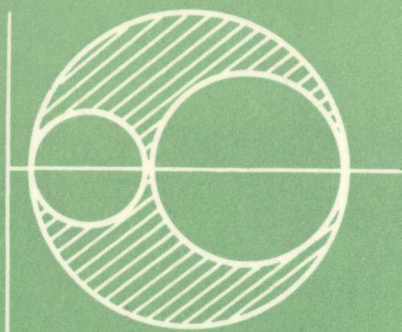


高等学校教材



刘鸿文 主编

材料力学

(第三版) 下册

高等教育出版社

3
1

高等学校教材

材料力学

(第三版)

下 册

刘鸿文 主编

高等教育出版社

(京)112号

内 容 提 要

本书是在获第一届国家优秀教材奖的第二版的基础上,根据国家教委审订的高等工业学校“材料力学课程教学基本要求”(100~110学时)修订而成。

与第二版相比较,第三版将“剪切”并入“拉伸与压缩”一章;把弯曲中的几个较深入的问题:非对称弯曲、开口薄壁杆件的剪应力、弯曲中心、用奇异函数求弯曲变形、有限差分法)另立一章,供选讲;对应力与应变的概念、能量方法、静不定结构等内容作了修改和补充。

第三版上册包括第一章到第九章和附录,计有:绪论,拉伸、压缩与剪切,扭转,弯曲内力,弯曲应力,弯曲变形,弯曲的几个补充问题,应力和应变分析、强度理论,组合变形,平面图形的几何性质。下册包括第十章到第十八章,计有:能量方法,静不定结构,动载荷,交变应力,压杆稳定,平面曲杆,厚壁圆筒和旋转圆盘,矩阵位移法,杆件的塑性变形。

与本书配套的有刘鸿文等编的《材料力学实验》。本书适用于高等工业学校机械类专业,也可供其他专业及有关工程技术人员参考。

责任编辑: 吴向

高等学校教材
材 料 力 学

(第三版)

下 册

刘鸿文 主编

*

高等教育出版社出版
新华书店总店科技发行所发行
河北省香河县印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 10 字数 240 000

1979年4月第1版 1992年9月第3版 1995年9月第4次印刷

印数 126 257—162 764

ISBN 7-04-003999-0/TB·206

定价 8.00 元

下 册 目 录

第十章 能量方法	1
§ 10.1 概述.....	1
§ 10.2 杆件变形能的计算.....	1
§ 10.3 变形能的普遍表达式.....	9
§ 10.4 互等定理.....	11
§ 10.5 卡氏定理.....	13
§ 10.6 虚功原理.....	20
§ 10.7 单位载荷法 莫尔积分.....	24
§ 10.8 计算莫尔积分的图乘法.....	33
习题.....	38
第十一章 静不定结构	50
§ 11.1 静不定结构概述.....	50
§ 11.2 用力法解静不定结构.....	53
§ 11.3 对称及反对称性质的利用.....	64
§ 11.4 连续梁及三弯矩方程.....	70
习题.....	76
第十二章 动载荷	83
§ 12.1 概述.....	83
§ 12.2 动静法的应用.....	83
* § 12.3 强迫振动的应力计算.....	88
§ 12.4 杆件受冲击时的应力和变形.....	95
§ 12.5 冲击韧性.....	103
习题.....	105
第十三章 交变应力	113
§ 13.1 交变应力与疲劳失效.....	113
§ 13.2 交变应力的循环特征、应力幅和平均应力.....	116
§ 13.3 持久极限.....	117

§ 13.4	影响持久极限的因素	119
§ 13.5	对称循环下构件的疲劳强度计算	126
§ 13.6	持久极限曲线	128
§ 13.7	不对称循环下构件的疲劳强度计算	131
§ 13.8	弯扭组合交变应力的强度计算	134
§ 13.9	变幅交变应力	137
§ 13.10	提高构件疲劳强度的措施	139
	习题	141
第十四章	压杆稳定	148
§ 14.1	压杆稳定的概念	148
§ 14.2	两端铰支细长压杆的临界压力	150
§ 14.3	其他支座条件下细长压杆的临界压力	155
§ 14.4	欧拉公式的适用范围 经验公式	160
§ 14.5	压杆的稳定校核	164
§ 14.6	提高压杆稳定性的措施	166
* § 14.7	纵横弯曲的概念	170
	习题	173
第十五章	平面曲杆	183
§ 15.1	概述	183
§ 15.2	曲杆纯弯曲时的正应力	183
§ 15.3	中性层曲率半径的确定	189
§ 15.4	曲杆的强度计算	198
§ 15.5	曲杆的变形计算	200
	习题	204
第十六章	厚壁圆筒和旋转圆盘	210
§ 16.1	概述	210
§ 16.2	厚壁圆筒	211
§ 16.3	组合厚壁圆筒	216
§ 16.4	等厚旋转圆盘	220
	习题	223
第十七章	矩阵位移法	225

§ 17.1	概述	225
§ 17.2	轴向拉伸(压缩)杆件的刚度方程	226
§ 17.3	受扭杆件的刚度方程	232
§ 17.4	受弯杆件的刚度方程	235
§ 17.5	梁单元的中间载荷	243
§ 17.6	组合变形杆件的刚度方程	247
§ 17.7	受拉(压)杆件的坐标变换	252
§ 17.8	受弯杆件的坐标变换	261
	习题	267
第十八章	杆件的塑性变形	274
§ 18.1	概述	274
§ 18.2	金属材料的塑性性质	274
§ 18.3	拉伸和压缩杆系的塑性分析	277
§ 18.4	圆轴的塑性扭转	280
§ 18.5	塑性弯曲和塑性铰	283
§ 18.6	梁的塑性分析	288
§ 18.7	残余应力的概念	292
§ 18.8	厚壁圆筒的塑性变形	294
	习题	300
	下册习题答案	303

第十章 能量方法

§ 10.1 概 述

固体力学中,把与功和能有关的一些定理统称为能量原理。对构件的变形计算及静不定结构的求解,能量原理都有重要作用。近年来计算力学的兴起,使能量原理更受重视。

讨论拉伸(压缩)和扭转时,都曾使用过杆件变形能等于外力做功的概念。其实,这一概念可以推广到任意变形固体。即,固体在外力作用下变形,引起力作用点沿力作用方向位移,外力因此而做功;另一方面,弹性固体因变形而具备了做功的能力,表明储存了变形能。若外力从零开始缓慢地增加到最终值,变形中的每一瞬间固体都处于平衡状态,动能和其他能量的变化皆可不计,则由功能原理可知,固体的变形能 U 在数值上等于外力所作的功 W ,亦即

$$U = W \quad (10.1)$$

弹性固体的变形能是可逆的,即当外力逐渐解除时,它又可在恢复变形中,释放出全部变形能而做功。超过弹性范围,塑性变形将耗散一部分能量,变形能不能全部再转变为功。

§ 10.2 杆件变形能的计算

现将杆件变形能的计算综述如下:

1. **轴向拉伸或压缩** 线弹性范围内,杆件在轴向拉伸或压缩时的变形能,曾于 § 2.9 中求出为

$$U = W = \frac{1}{2} P \Delta l \quad (a)$$

或者由 $\Delta l = \frac{Pl}{EA}$, 将上式改写成

$$U = W = \frac{P^2 l}{2EA} \quad (10.2)$$

当沿杆件轴线轴力 N 为变量时, 可利用上式先求出长为 dx 的微段内的变形能为

$$dU = \frac{N^2(x)dx}{2EA}$$

积分求出整个杆件的变形能

$$U = \int_l \frac{N^2(x)dx}{2EA} \quad (10.3)$$

拉伸时单位体积的变形能(比能)是

$$u = \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{1}{2} \sigma \epsilon \quad (10.4)$$

2. 纯剪切 线弹性范围内, 纯剪切的比能曾于 § 3.3 中求出为

$$u = \frac{\tau^2}{2G} = \frac{1}{2} \tau \gamma \quad (10.5)$$

3. 扭转 若作用于圆轴上的扭转力偶矩(图 10.1a) 从零开始缓慢增加到最终值。在线弹性范围内, 扭转角 ϕ 与扭转力偶矩 m 间的关系是一条斜直线(图 10.1b), 且

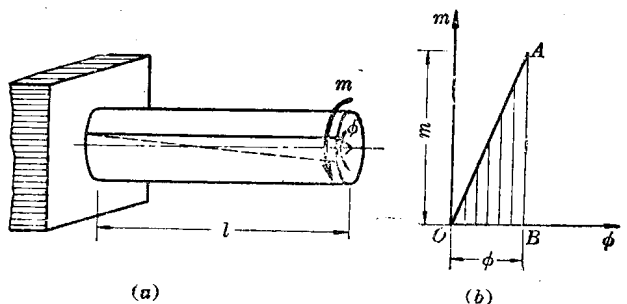


图 10.1

$$\phi = \frac{ml}{GI_p}$$

与拉伸相似, 扭转力偶矩 m 所作的功为

$$W = \frac{1}{2} m \phi = \frac{m^2 l}{2GI_p}$$

由公式(10.1), 扭转变形能为

$$U = W = \frac{1}{2} m \phi \quad (b)$$

或者

$$U = W = \frac{m^2 l}{2GI_p} \quad (10.6)$$

当扭矩 T 沿轴线为变量时, 可利用上式先求出微段 dx 内的变形能, 然后经积分得出

$$U = \int \frac{T^2 dx}{2GI_p} \quad (10.7)$$

4. 弯曲 图 10.2a 所示为一纯弯梁。用第六章求弯曲变形的方
法, 可以求出 A 和 B 两个端截面的相对转角为

$$\theta = \frac{ml}{EI}$$

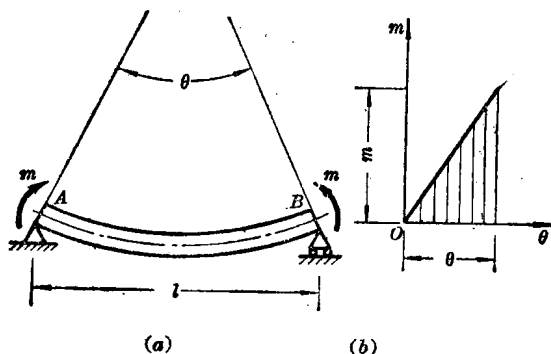


图 10.2

可见在线弹性范围内, 若弯曲力偶矩 m 由零逐渐增加到最终值, 则

m 与 θ 的关系也是斜直线(图 10.2b)。弯曲力偶矩所作的功也是 $m-\theta$ 图中斜直线下方的面积, 即

$$W = \frac{1}{2} m \theta$$

由公式(10.1), 纯弯曲的变形能为

$$U = W = \frac{1}{2} m \theta \quad (c)$$

或者写成

$$U = W = \frac{m^2 l}{2EI} \quad (d)$$

横力弯曲时(图 10.3a), 梁横截面上同时有弯矩和剪力, 且弯矩和剪力都随截面位置而变化; 都是 x 的函数。这时应分别计算

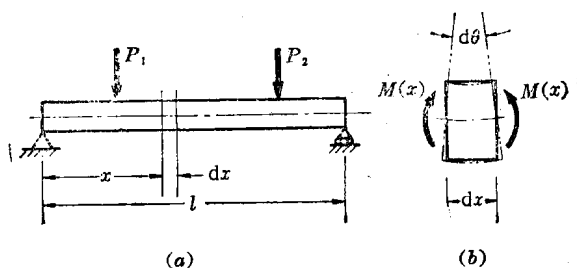


图 10.3

与弯曲和剪切相对应的变形能。但在细长梁的情况下, 对应于剪切的变形能与弯曲变形能相比, 一般很小, 可以不计, 所以只需要计算弯曲变形能。从梁内取出长为 dx 的微段(图 10.3b), 其左、右两截面上的弯矩应分别是 $M(x)$ 和 $M(x) + dM(x)$ 。计算变形能时, 省略增量 $dM(x)$, 便可把微段看作是纯弯曲的情况。应用 (d) 式算出微段的变形能

$$dU = \frac{M^2(x) dx}{2EI}$$

积分上式求得全梁的变形能

$$U = \int_l \frac{M^2(x)dx}{2EI} \quad (10.8)$$

如 $M(x)$ 在梁的各段内分别由不同的函数表示, 上列积分应分段进行, 然后求其总和。

综合(a)、(b)、(c)诸式, 可统一写成

$$U = W = \frac{1}{2} P \delta \quad (10.9)$$

式中 P 在拉伸时代表拉力, 在扭转或弯曲时代表力偶矩, 所以称为广义力。 δ 是与 P 对应的位移, 称为广义位移。例如, 在拉伸时它是与拉力对应的线位移 Δl ; 在扭转时它是与扭转力偶矩对应的角位移 ϕ 。在线弹性的情况下, 广义力与广义位移之间是线性关系。

例 10.1 轴线为半圆形的平面曲杆如图 10.4 a 所示, 作用于 A 端的集中力 P 垂直于轴线所在的平面。试求 P 力作用点的垂直位移。

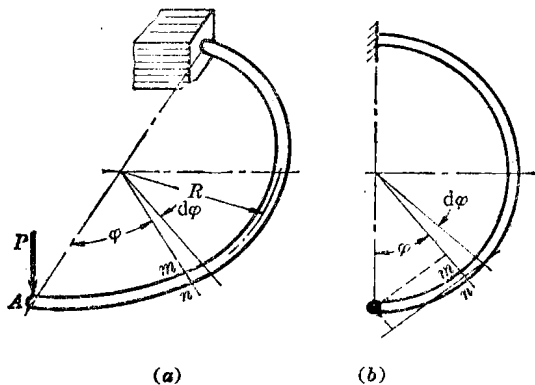


图 10.4

解: 设任意横截面 mn 的位置由圆心角 φ 来确定。由曲杆的俯视图 (图 10.4 b) 可以看出, 截面 mn 上的弯矩和扭矩分别为

$$M = PR \sin \varphi$$

$$T = PR (1 - \cos \varphi)$$

对横截面尺寸远小于半径 R 的曲杆, 变形能计算可借用直杆公式。这样, 微段 $R d\varphi$ 内的变形能是

$$\begin{aligned} dU &= \frac{M^2 R d\varphi}{2EI} + \frac{T^2 R d\varphi}{2GI_p} \\ &= \frac{P^2 R^3 \sin^2 \varphi d\varphi}{2EI} + \frac{P^2 R^3 (1 - \cos \varphi)^2 d\varphi}{2GI_p} \end{aligned}$$

积分求得整个曲杆的变形能为

$$\begin{aligned} U &= \int_0^\pi \frac{P^2 R^3 \sin^2 \varphi d\varphi}{2EI} + \int_0^\pi \frac{P^2 R^3 (1 - \cos \varphi)^2 d\varphi}{2GI_p} \\ &= \frac{P^2 R^3 \pi}{4EI} + \frac{3P^2 R^3 \pi}{4GI_p} \end{aligned}$$

若 P 力作用点沿 P 的方向的位移为 δ_A , 在变形过程中, 集中力 P 所作的功应为

$$W = \frac{1}{2} P \delta_A$$

由 $U = W$, 得

$$\frac{1}{2} P \delta_A = \frac{P^2 R^3 \pi}{4EI} + \frac{3P^2 R^3 \pi}{4GI_p}$$

所以

$$\delta_A = \frac{PR^3 \pi}{2EI} + \frac{3PR^3 \pi}{2GI_p}$$

例 10.2 试由比能计算公式(10.4)和(10.5)导出横力弯曲的弯曲变形能和剪切变形能。

解: 在图 10.5 中, 梁横截面 mn 上的弯矩和剪力分别为 $M(x)$ 和 $Q(x)$, 截面上距中性轴为 y 处的应力是

$$\sigma = \frac{M(x)y}{I}, \quad \tau = \frac{Q(x)S_z^*}{Ib}$$

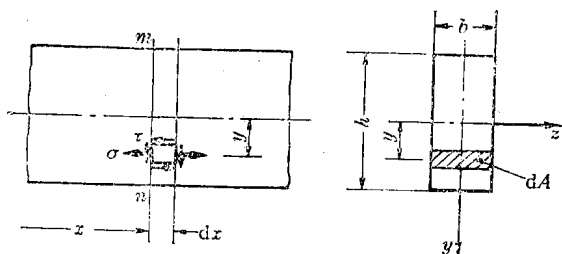


图 10.5

若以 u_1 和 u_2 分别表示弯曲和剪切变形比能, 由公式 (10.4) 和 (10.5) 得

$$u_1 = \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{M^2(x)y^2}{2EI^2}, \quad u_2 = \frac{\tau^2}{2G} = \frac{Q^2(x)(S_z^*)^2}{2GI^2b^2}$$

在距中性轴为 y 处取体积为 $dV = dA \cdot dx$ 的单元体, 其弯曲和剪切变形能分别是

$$u_1 dV = \frac{M^2(x)y^2}{2EI^2} dA dx, \quad u_2 dV = \frac{Q^2(x)(S_z^*)^2}{2GI^2b^2} dA dx$$

通过积分求出整个梁的弯曲变形能 U_1 和剪切变形能 U_2 为

$$U_1 = \int_l \left[\frac{M^2(x)}{2EI^2} \int_A y^2 dA \right] dx, \quad U_2 = \int_l \left[\frac{Q^2(x)}{2GI^2} \int_A \frac{(S_z^*)^2}{b^2} dA \right] dx \quad (c)$$

以 $\int_A y^2 dA = I$ 代入上式, 并引用记号

$$k = \frac{A}{I^2} \int_A \frac{(S_z^*)^2}{b^2} dA \quad (10.10)$$

(c) 式化为

$$U_1 = \int_l \frac{M^2(x) dx}{2EI}, \quad U_2 = \int_l \frac{k Q^2(x) dx}{2GA} \quad (f)$$

U_1 也就是公式 (10.8)。 U_1 和 U_2 之和就是横力弯曲的变形能 U , 即

$$U = \int_l \frac{M^2(x) dx}{2EI} + \int_l \frac{k Q^2(x) dx}{2GA}$$

公式 (10.10) 中的 k 是一个无量纲系数, 它只与截面的形状有关。在梁的截面为矩形时,

$$k = \frac{A}{I^2} \int_A \frac{(S_z^*)^2}{b^2} dA = \frac{144}{bh^5} \int_{-h/2}^{h/2} \frac{1}{4} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)^2 b dy = \frac{6}{5} \quad (g)$$

对其他形状的截面也可求得相应的系数 k 。例如当截面为圆形时, $k = \frac{10}{9}$ 。梁为薄壁圆管时, $k = 2$ 。

例 10.3 以图 10.6 所示简支梁为例, 比较弯曲和剪切两种变形能。设梁的截面为矩形。

解: 以 $M(x) = \frac{P}{2}x$ 和 $Q(x) = \frac{P}{2}$ 代入 (f) 式, 求出

$$U_1 = 2 \int_0^{l/2} \frac{1}{2EI} \left(\frac{P}{2}x \right)^2 dx = \frac{P^2 l^3}{96EI}$$

$$U_2 = 2 \int_0^{l/2} \frac{k}{2GA} \left(\frac{P}{2} \right)^2 dx = \frac{k P^2 l}{8GA}$$

梁的变形能为

$$U = U_1 + U_2 = \frac{P^2 l^3}{96 E I} + \frac{k P^2 l}{8 G A}$$

两种变形能之比为

$$U_2 : U_1 = \frac{12 E I k}{G A l^2}$$

对矩形截面梁,

$$k = \frac{6}{5}, \quad \frac{I}{A} = \frac{h^2}{12}$$

此外, 由公式 (3.5), $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$, 故有

$$U_2 : U_1 = \frac{12}{5} (1+\mu) \left(\frac{h}{l} \right)^2$$

取 $\mu = 0.3$, 当 $\frac{h}{l} = \frac{1}{5}$ 时, 以上比值为 0.125; 当 $\frac{h}{l} = \frac{1}{10}$, 为 0.0312。可见, 只有对短梁才应考虑剪切变形能, 对长梁则可忽略不计。

以上讨论的都是线弹性的情况。对非线性弹性固体, 变形能在数值上仍然等于外力做功, 但力与位移的关系以及应力和应变的关系都不是线性的 (图 10.7)。仿照线弹性的情况, 变形能和变形比能分别是

$$U = W = \int_0^{\delta_1} P d\delta, \quad u = \int_0^{\varepsilon_1} \sigma d\varepsilon \quad (10.11)$$

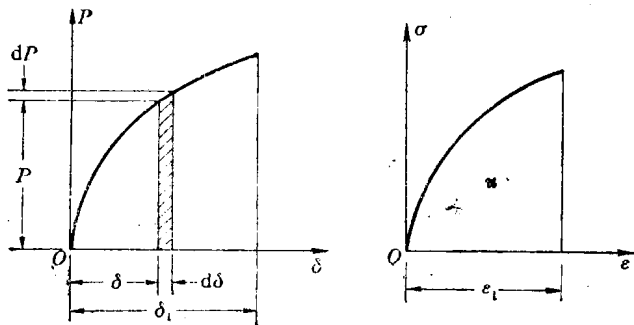


图 10.7

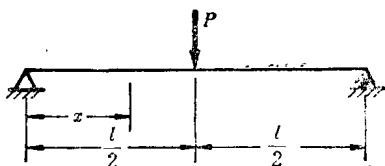


图 10.6

由于 $P-\delta$ 和 $\sigma-\epsilon$ 的关系都不是斜直线, 所以以上积分不能得到公式(10.2)~(10.9)中的系数 $\frac{1}{2}$.

§ 10.3 变形能的普遍表达式

以上讨论了杆件在几种基本变形下变形能的计算。现在推广到一般情况。设作用于物体上的外力为 $P_1, P_2, P_3, \dots$, 且设物体的约束条件使它除因变形而引起位移外, 不可能有刚性位移 (图 10.8)。用 $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots$ 分别表示外力作用点沿外力方向的位移。这里的外力和位移是指广义力和广义位移。在 § 8.9 中曾经指出,

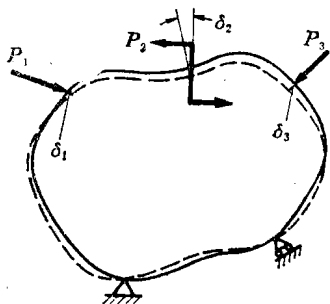


图 10.8

弹性体在变形过程中储存的变形能, 只决定于外力和位移的最终值, 与加力的次序无关。这样, 在计算变形能时, 就可假设 $P_1, P_2, P_3, \dots$ 按相同的比例, 从零开始逐渐增加到最终值。若变形很小, 材料是线弹性的, 且弹性位移与外力之间的关系也是线性的, 则位移 $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots$ 也将与外力按相同的比例增加。为了表明外力按相同的比例增加, 引进一个在 0 到 1 之间变化的参数 β 。加力过程中, 各外力的中间值可表示为 $\beta P_1, \beta P_2, \beta P_3, \dots$ 。由于外力和位移之间是线性关系, 所以相应的位移是 $\beta \delta_1, \beta \delta_2, \beta \delta_3, \dots$ 。外力从零开始缓慢地增加到最终值, β 从 0 变到 1。如给 β 一个增量 $d\beta$, 位移 $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots$ 的相应增量分别为

$$\delta_1 d\beta, \quad \delta_2 d\beta, \quad \delta_3 d\beta, \dots$$

外力 $\beta P_1, \beta P_2, \beta P_3, \dots$ 在以上位移增量上作的功为①

① 在位移 $\delta_1 d\beta$ 中, 省略外力相应的增量 $P_1 d\beta$, 认为 βP_1 不变, 故 βP_1 作的功为 $\beta P_1 \cdot \delta_1 d\beta$ 。这相当于在计算外力作功时, 省略了含有二阶微量 $(d\beta)^2$ 的项。

$$\begin{aligned} dW &= \beta P_1 \cdot \delta_1 d\beta + \beta P_2 \cdot \delta_2 d\beta + \beta P_3 \cdot \delta_3 d\beta + \cdots \\ &= (P_1 \delta_1 + P_2 \delta_2 + P_3 \delta_3 + \cdots) \beta d\beta \end{aligned} \quad (a)$$

积分上式, 得

$$\begin{aligned} W &= (P_1 \delta_1 + P_2 \delta_2 + P_3 \delta_3 + \cdots) \int_0^1 \beta d\beta \\ &= \frac{1}{2} P_1 \delta_1 + \frac{1}{2} P_2 \delta_2 + \frac{1}{2} P_3 \delta_3 + \cdots \end{aligned}$$

物体的变形能应为

$$U = W = \frac{1}{2} P_1 \delta_1 + \frac{1}{2} P_2 \delta_2 + \frac{1}{2} P_3 \delta_3 + \cdots \quad (10.12)$$

这表示, 线弹性体的变形能等于每一外力与其相应位移乘积的二分之一之和。这一结论也称为克拉贝依隆原理。

因为位移 $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots$ 与外力 $P_1, P_2, P_3, \dots$ 之间是线性关系, 所以如把公式(10.12)中的位移用外力来代替, 变形能就成为外力的二次齐次函数。同理, 如把外力用位移来代替, 变形能就成为位移的二次齐次函数。

现将上述原理应用于杆件的组合变形。设于杆件中取出长为 dx 的微段(图 10.9), 其两端横截面上有弯矩 $M(x)$ 、扭矩 $T(x)$ 和轴力 $N(x)$ 。对所分析的微段来说, 这些都是外力。设两个端截面的相对轴向位移为 $d(\Delta l)$, 相对扭转角为 $d\phi$, 相对转角为 $d\theta$, 由公式(10.12), 微段内的变形能为

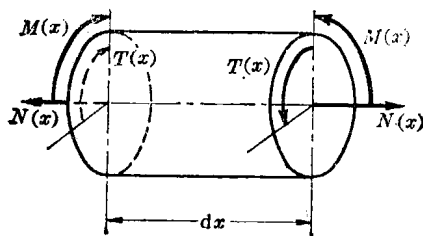


图 10.9

$$dU = \frac{1}{2}N(x)d(\Delta l) + \frac{1}{2}M(x)d\theta + \frac{1}{2}T(x)d\phi$$

$$= \frac{N^2(x)dx}{2EA} + \frac{M^2(x)dx}{2EI} + \frac{T^2(x)dx}{2GI_p}$$

积分上式, 求出整个杆件的变形能

$$U = \int_l \frac{N^2(x)dx}{2EA} + \int_l \frac{M^2(x)dx}{2EI} + \int_l \frac{T^2(x)dx}{2GI_p}$$

这是指圆截面的情况。若截面并非圆形, 则上式右边第三项中的 I_p 应改成 I_t 。

§ 10.4 互等定理

对线弹性结构, 利用变形能的概念, 可以导出功的互等定理和位移互等定理。它们在结构分析中有重要作用。

设在线弹性结构上作用 P_1 和 P_2 (图 10.10a), 引起两力作用点沿力作用方向的位移分别为 δ_1 和 δ_2 。由公式(10.12), P_1 和 P_2 完成的功应为 $\frac{1}{2}P_1\delta_1 + \frac{1}{2}P_2\delta_2$ 。然后, 在结构上再作用 P_3 和 P_4 ,

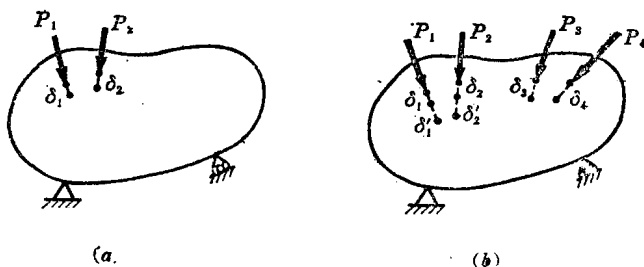


图 10.10

引起 P_3 和 P_4 作用点沿力作用方向的位移为 δ_3 和 δ_4 (图 10.10b), 并引起 P_1 和 P_2 作用点沿力作用方向位移 δ'_1 和 δ'_2 。这样, 除了 P_3 和 P_4 完成数量为 $\frac{1}{2}P_3\delta_3 + \frac{1}{2}P_4\delta_4$ 的功外, 原已作用于结构上