

经浙江省中小学教材审定委员会审查通过

浙江省 普通高中会考导引

ZHEJIANGSHENG
PUTONG GAOZHONG HUIKAO DAoyIN

数 学

浙江省教育厅教研室 编写
浙江省基础教育课程教材开发研究中心


2009

●经浙江省中小学教材审定委员会审查通过

浙江省普通高中会考导引

数 学

浙 江 省 教 育 厅 教 研 室
浙江省基础教育课程教材开发研究中心 编写



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大學出版社

图书在版编目(CIP)数据

浙江省普通高中会考导引. 数学 / 浙江省教育厅教研室编写. —杭州: 浙江大学出版社, 2008. 7

ISBN 978-7-308-06049-3

I. 浙… II. 浙… III. 数学课—高中—会考—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 095072 号

浙江省普通高中会考导引 数学

浙江省教育厅教研室 编写
浙江省基础教育课程教材开发研究中心

出版发行 浙江大学出版社

(杭州天目山路 148 号 邮政编码 310028)

(E-mail: zupress@mail. hz. zj. cn)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

<http://www.press.zju.edu.cn>)

电话: 0571—88925592, 88273066(传真)

责任编辑 杨晓鸣

文字编辑 夏晓冬

排 版 杭州求是图文制作有限公司

印 刷 杭州浙大同心教育彩印有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 10

字 数 250 千字

版 印 次 2008 年 7 月第 1 版 2008 年 7 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-308-06049-3

定 价 9.00 元

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

前 言

根据浙江省教育厅《关于坚持并完善普通高中会考制度的意见》(浙教基〔2006〕243号),为了帮助教师和学生更好地学习、理解《浙江省普通高中会考标准》,准确把握各学科考试目标层次的具体要求,减轻学生过重的课业负担,提高教学的质量与效率,我们组织全省从事高中会考研究的专家和优秀教师,依据普通高中各学科《课程标准》、《浙江省普通高中新课程实验第一阶段学科教学指导意见》和《浙江省普通高中会考标准》,针对目前我省普通高中使用的教科书和教学实际,编写了这套《浙江省普通高中会考导引》丛书。

本套丛书具有以下特点:

1. 依据《浙江省普通高中会考标准》,明确各学科会考要求,体现2009年会考命题思路,有利于提高学科教学的针对性,减轻学生的学业负担。
2. 紧扣各学科会考目标的知识条目,梳理知识体系,分析学生答题中可能出现的错误,提出防止措施和矫正策略,能有效地指导会考复习。
3. 列举各学科会考试题的各种题型,编制例证性试题、试题集萃和综合练习卷,特别是按模块精心选编符合新课程理念、贴近会考考试水平要求的试题,例卷严格按照会考标准规定的考试内容、试卷结构和题型要求编写。

本丛书要求适当,把握准确,题目精练,融多年会考研究成果和高中教学实践经验于一体,对普通高中新课程的日常教学、会考复习以及教学研究具有较强的针对性、指导性和实用性。但是,由于与新课程相适应的高中会考研究刚刚起步,加之时间仓促,书中不当之处在所难免,欢迎教师和学生及时提出意见。

浙江省基础教育课程教材开发研究中心

浙江省教育厅教研室

2008年6月

目 录

第一章 会考要求与复习指导	(1)
第二章 集合与常用逻辑用语及算法初步	(9)
第三章 基本初等函数	(21)
第四章 三角函数与三角恒等变换	(32)
第五章 不等式	(44)
第六章 数 列	(53)
第七章 导数及其应用	(61)
第八章 数系扩充、推理与证明	(70)
第九章 平面向量	(77)
第十章 立体几何	(85)
第十一章 直线和圆的方程	(100)
第十二章 圆锥曲线	(107)
第十三章 计数原理、概率统计	(117)
综合练习一	(130)
综合练习二	(134)
附录:参考答案	(139)



第一章 会考要求与复习指导

浙江省高中会考是浙江省高中会考证书办公室组织的国家承认的省级普通高中水平考试,它用全省统一的标准来衡量普通高中学生文化课学业成就的高低.在新颁布的浙江省高考改革方案中,明确指出会考是高考分类测试的基础,是自主招生、保送生选拔的前置条件,其考试等第进入综合素质评价表,为高校录取新生提供依据.为使会考科学规范、公平合理,各地在会考时公布了考试说明,规定了会考考什么、怎么考,有的还在这个基础上制定了相应的考试规范.

浙江省的会考标准,包含了会考的要求、等第标准、考试形式、会考内容和样卷等,它不仅规定了考什么、怎么考,而且还规定了有关知识的考试要求.可见会考标准是会考层面上对知识与能力及会考等第水平规格的一种界定,是评定学生学业成就的参照准则,也是会考命题的依据.

本章主要结合浙江省的会考标准,对数学会考的考核要求、会考的命题等作一介绍,对会考复习提出建议,以帮助师生做好会考复习工作.

一、会考的考核要求

数学会考的考核要求,包括数学的基础知识、基本技能、基本数学思想方法、数学学科能力和数学创新意识.会考在鉴别高中学生文化课的学习是否达到合格水平的同时,还鉴别其达到的程度.它将考生的成绩分为 A, B, C, E 四个等第,依次代表优秀、良好、及格和不及格.

(一)会考的内容要求

数学会考的具体内容在会考标准中以表格形式列出,表中包括了各个知识条目,以及相应的考试要求.

数学会考有 87 个知识点,298(侧文)或 308(侧理)个条目,内容覆盖浙江省普通高中数学学科教学指导意见的必修及选修内容.

(二)会考的能力要求

数学会考在考核知识的同时,还考核数学的学科能力.数学学科能力是指参与完成数学学习活动的主要能力.会考标准中明确提出数学学科能力及考试要求,目的是为教学设立能力培养的基本目标,也为命题建立了一个能力考核要求的框架.

数学会考着重考核空间想象能力、抽象概括能力、运算及推理论证能力和创新意识.在这几个方面的能力中前几种能力是数学学习活动中要着重培养的.数据处理是数字时代对学生数学学习的要求,创新意识是各种数学能力的综合运用,也是数学会考中层次要求最高的能力,它是衡量数学学业程度高低的标志.因此,数学学习中,在掌握知识的同时,一定要注意能力的训练.



(三)会考的考核层次

会考的考核层次,是指会考对具体知识的掌握程度的要求,数学会考将考核层次分为了解(a)、理解(b)、掌握(c)和综合运用(d)四级.这四级层次由低到高,综合运用级的条目数分别为:

1. 函数的运用;
2. 数列问题的综合运用;
3. 直线和圆锥曲线的综合运用.

(四)会考的等第标准

会考等第标准是对会考各等第成绩水平的界定.它规定学生知识能力掌握到什么程度会考才能获得某个等第.反之,它也说明获得会考某一等第成绩的考生具有什么样的知识能力水平.它与高考的分数段划分有质的区别,因此,这是会考不同于高考选拔性考试的一个显著特点.

数学会考等第标准,由总体要求和具体要求两部分组成.总体要求从数学知识、能力、思想方法、解题水平四个方面陈述.具体要求则从思维能力、运算能力、空间想象力和数学的常用方法以及最基本的数学思想四个方面予以说明.

优秀、良好、及格三个等第的标准,从掌握知识的范围、能力要求陈述的变化和行为指向要求的不同等方面加以区分.例如:

C—及格

达到数学会考及格的考生,应掌握普通高中数学新课程必修和选修 I A 内容中最基本、最常规的知识 and 最基本的技能,具有初步的思维能力、运算能力和空间想象能力,初步掌握最基本的数学思想方法,会运用学过的知识按基本的模式和常规的方法解答含较少概念的数学问题,如会解答相当于教科书练习题和习题中的大多数基础题水平的试题.具体要求如下:

(1)能理解基本数学概念,并能判断一些简单命题的真假;对一些较常见的简单数学问题,能通过分析、归纳等方法进行判断,并能依据基本的逻辑规则作简单的推理、论证和用数学语言准确表述.

(2)会运用公式、法则解题.如进行简单的符号运算、函数运算、向量运算和数据处理;会对基本的代数式、指数式、对数式、三角关系式等进行恒等变形;会计算较常见的空间图形中的长度、角度、面积和体积等.

(3)会分析常规位置的一些基本图形中基本元素之间的数量与位置关系;对一些用文字表述的基本图形或一些常见的基本的客观事物,能正确想象其空间形状与位置关系,并能画出图形.

(4)能掌握配方法、待定系数法、综合法,会初步运用代换、数形结合等思想方法解题.

B—良好

达到该等第标准的考生,应掌握普通高中数学新课程必修和选修 I A 内容和基本技能,并初步掌握其内在联系;具有一定的思维能力、运算能力和空间想象能力;较灵活地运用所学知识和技能按基本的模式和常规的方法解答含多个概念的数学问题;掌握基本的数学思想方法.具体要求如下:

(1)对一些新情景下的数学问题,能通过分析、综合、归纳、演绎、类比等方法进行判断和

猜测,并能用一定的逻辑规则进行推理、论证和用数学语言准确地表述.

(2)能较熟练地运用公式、法则解题.如进行简单的符号运算、函数运算、向量运算以及数据、图表的分析和处理;对代数式、指数式、对数式、三角关系式等能正确地进行若干步恒等变形;较熟练地计算空间图形中的长度、角度、面积和体积,并会选择合理的方法完成相应的运算.

(3)能正确分析基本图形中基本元素之间的数量与位置关系,对用文字表述的基本图形或基本的客观事物能正确想象其空间形状与位置关系,并能画出图形.

(4)能较好地掌握配方法、待定系数法、分析法和综合法,会用反证法,能运用代数、数形结合等思想方法解题.

A—优秀

达到该等第标准的考生,应掌握普通高中数学新课程必修和选修 I A 内容,能系统地掌握其内在联系,并能融会贯通;具有较强的思维能力、运算能力、空间想象能力和实践能力;掌握基本的数学思想方法,能综合运用所学的数学知识和方法;灵活地解决较复杂的数学问题和实际问题;会从数学的角度发现和提出问题;进行初步的探索和研究.具体要求如下:

(1)对较复杂的数学问题和相关学科、生产、生活中的问题,能阅读理解题意,灵活地运用分析、综合、归纳、演绎、类比等方法进行判断和猜测,确定合理的解题模式,并能正确运用逻辑规则进行推理、论证和用数学语言准确、清晰地表述.对未给出结论或结论不确定的问题,能经过抽象和概括的分析、猜想、讨论,得出结论,并加以证明.

(2)能灵活熟练地运用公式、法则解题.如进行简单的符号运算、函数运算、向量运算和数据、图表的分析和处理;对代数式、指数式、对数式、三角关系式等能正确、迅速地进行若干步恒等变形;能灵活计算空间图形中的长度、角度、面积和体积等,并能熟练运用多种方法,合理简单地完成相应的运算,有检验并修正运算结果的能力.

(3)能熟练分析基本图形中基本元素之间的数量与位置关系,通过分析比较,能选择适当的方式准确地进行文字或符号语言与图形之间的转换,并能排除非本质属性的干扰,正确识别经过平移、对称等位置变换后的基本图形.

(4)能熟练掌握配方法、待定系数法、分析法、综合法、反证法等方法,能自觉运用代换、分类、数形结合等思想方法分析和解决问题.

(五)会考命题要求

1.以普通高中数学课程标准、高中新课程数学教学指导意见和教材为命题依据,考核内容范围及要求局限会考标准.

2.确保试题考核内容具有代表性、覆盖面,以及考核要求的层次性,并突出考查重点.

3.创新试题形式,注重理论联系实际,编制一定数量的新题型.

4.确保试题内容正确无误,题意清晰明确,符号、配图规范统一;试题难度由易到难,在选择、填空、解答三类题型中分别形成三个小坡度.

5.试题以考核基础知识、基本能力和基本数学思想方法为重点,不出偏题、怪题、难题.

(六)命题细目表

为使会考试卷符合会考标准,试题适合考核要求,命题时首先必须科学设计试卷的蓝图——命题细目表.数学会考的命题细目表是会考要求、试卷结构的具体体现,它由考试内



容、考试要求、试题类型、试题难度、等第标准、学科能力、教育性、试题来源等八个栏目组成。其中，考试内容、考试要求、试题类型和试题难度四个栏目严格按会考标准规定的结构设计；而等第标准、学科能力、教育性、试题来源四个栏目，是在命题中有意设计、严格把握的。命题中着重控制以下几个方面：

1. 注重试卷考核知识的覆盖面。按标准规定的比例全面测试基础知识，涉及各章节的考核内容分值之比尽量接近教学的实际课时数之比。

2. 严格把握及格标准要求。试卷设计中确定 60%~70% 的试题为基础题，并且这些试题在内容、层次、题型上有一定的结构要求，从而使试题能反映考生达到合格标准的最低要求。

3. 把握试卷的总体难度，将会考试卷的总体难度设计为 0.75~0.8。若将试题按难易程度分为容易题（难度值在 0.8 以上）、稍难题（难度值在 0.5~0.8 之间）、较难题（难度值在 0.5 以下）三级，则三级难度的试题分值之比控制为 7:2:1，以适应不同层次的考生，使绝大多数考生能考出真实水平。70% 的容易题着重考核基础知识、基本技能和常用的数学思想方法，题目编制紧扣教材，源于教科书，通常是将教科书中的概念、公理、定理、公式、法则和习题等略加改编或组合而成，所用的解题方法和试题的叙述形式都是学生所熟悉的。

例如，为考核抛物线基本方程的掌握情况，根据教科书中抛物线方程等有关概念，编制如下试题：

抛物线 $y^2=4x$ 的焦点坐标是()

A. (0,1)

B. (2,0)

C. (0,1)

D.(0,2)

答案:(A)

为考核三角函数的图象与性质，根据教科书中的有关定理、习题，编制如下试题：

函数 $y=\sin x(x \in \mathbf{R})$ 的图象的一条对称轴方程是()

A. $x=\frac{\pi}{4}$

B. $x=\frac{\pi}{3}$

C. $x=\frac{\pi}{2}$

D. $x=\pi$

答案:(D)

会考试卷中 10% 左右的较难题，主要以综合运用层次的知识条目为主线，编制一些综合程度较高的试题，或结合实际问题情境的应用题，或需要通过分析猜测得出结论并加以证明的探索性试题等，着重考核学生的思维能力与基本的数学思想方法，综合运用学过的知识分析和解决问题的能力（见《会考标准》例证性试题中的综合运用要求题）。

4. 设计学科能力考核题。对会考标准中规定的四个方面的学科能力，命题中均作了全面设计，使试卷突出能力考核的重点。如空间想象能力的考核，有意设计一些需要根据已知条件，经过想象、绘制、观察几何图形及其元素间位置与数量关系进行解答的试题（见《会考标准》例证性试题中的学科能力要求题）。

二、会考的命题程序

为使会考命题的指导思想、原则、试卷的蓝本在命题中得以实现，命题严格按照规定的程序（见图 1-1）进行，并将命题原则、试卷蓝图贯穿始终。



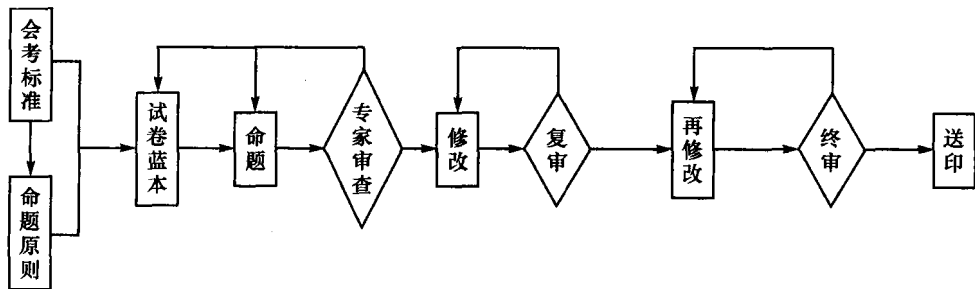


图 1-1

三、会考的复习指导

会考复习应充分利用会考标准,采用明确要求、打好基础、查漏补缺等方法提高会考目标的达成度,提高知识能力水平,从而考出好成绩。

1. 明确要求,整体把握

在会考复习中,首先应认真学习会考标准,明确会考对知识能力的具体要求,减少复习的盲目性,做到有的放矢。然后紧扣教科书,进行系统的、有针对性的复习,并抓住重点进行能力训练。在这个过程中,不同程度的学生应根据自己的实际情况,制定一个争取达到的会考等级成绩目标,明确努力方向。此外,还应从会考标准中了解会考的考试形式、试卷结构等。通过例卷练习,熟悉会考试卷的具体形式,达到心理适应,并据此制定应考策略。

2. 了解题型,有的放矢

合适的试题类型和合理的题型结构,是实现考试目的的重要手段之一。

目前,中学数学的试题题型主要有选择题、填空题和解答题(包括计算题、作图题、证明题和分析探究题等)三类。这三类题型其测试功能各有所长,结合使用能发挥各自的优点,弥补各自的不足。因此,在我国的大规模数学考试中常常是三者结合使用。浙江省的数学会考,选择题、填空题和解答题的分值之比约为 70:10:20。选择题为四选一型的单项选择题,即每题提供四个以字母 A、B、C、D 为代号的备选答案,其中有且只有一个是符合题意的,答题时,只需选出这个答案即可。为减轻阅卷工作和考务工作,提高评分的信度和阅卷效率,新课程会考大幅度增加客观题,减少主观题。

解答选择题的解答方法较多,但较常用的一些方法可归纳为直接法和间接法两种。

填空题答题时只要直接写出答案,不需写解答过程。填空题与选择题相比,所不同的是题后没有备选答案,考生需要独立作答,因此,它更适宜于对数学知识的记忆能力、运算能力和判断推理能力的考核。

填空题弥补了选择题可猜测的不足,但仍有不能测试解题思维过程和书面表达能力的缺陷,填空题的解题方法与选择题相比,除不能用排除法外基本相同。常用的解法也有直接法和间接法两种,间接法常用的有图象法、特殊值法等。

解答题是指需要写出解答过程的题目。解答题的形式有很多,但从考核的知识、能力角度看,大致可归纳为计算题、作图题、证明题和分析探究题等。解题过程一般有四个基本环节:①审明题意;②探求解法;③整理叙述;④检验。

3. 打好基础,提升能力

(1)全面复习,落实双基。会考是一项终结性考试,其试题的特点是重基础、覆盖面大。因



此复习应紧扣教科书,进行系统的、有针对性的复习,并抓住重点进行能力训练.对教科书中的概念、定理、公式等要弄懂、弄通,弄清定理、公式的适用范围、前提条件;对重要的和常用的定理、公式会变形和推导;对教科书的习题要举一反三、触类旁通.此外,还应有目的地选择课外习题,但要适量,切不可离开教科书搞题海战术或猜题、押题.

(2)解题规范,训练思维.规范地书写试题解答过程,是学好数学的基本功,它有助于提高书面表达能力、逻辑思维能力和解答试题的能力.因此,在复习中要做到书写格式规范化,使解答思路清晰、条理清楚、过程简明.

(3)掌握方法,运用思想.在复习中应系统地整理所学知识,重视分析解题过程,善于总结解题方法.对解题中常用的配方法、待定系数法、分析法、综合法、反证法和数学归纳法等数学方法要经常训练,熟练掌握,并养成运用代换、分类、数形结合等思想方法分析问题和解决问题的习惯,特别要善于运用数形结合的思想,学会根据题意画图、联想,思考分析问题等方法.

(4)掌握技巧,提高速度.会考有大量的选择题和填空题,这两类题型的解答只需答案,不要过程.因此,许多试题除用传统的直接法解答外,还可间接作答(详见第二章).复习中对选择题、填空题的解题方法可作专项训练,掌握解答技巧、应试策略,提高解题速度.

4. 示错纠错,减少错误

根据历年来浙江省会考中学生答题的常见错误进行归类,主要有知识性错误、逻辑性错误、策略性错误.产生答题错误的原因很复杂,有知识掌握不牢固、论证不严密、解题方法选择不恰当等.

(1)知识性错误大致可分为审题不严、记忆模糊、概念和性质混淆、忽视特例或隐含条件、运算错误等方面.

【例 1】以下四组数:①1,2,3;②2,3,4;③3,4,5;④4,5,6.其中可以是钝角三角形三边长的有 ()

A. ②

B. ②④

C. ②③④

D. ①②③④

(浙江省 2004 年会考试题)

错解 B

错解分析 是否是钝角三角形,只要看最大边所对的角是否是钝角,由余弦定理判别.但一部分同学由于对余弦定理公式记忆不清晰而导致解题错误.该题的难度值仅为 0.79.

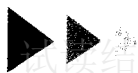
正确答案 A

预防措施 本题错误属于记忆模糊所致.应克服机械记忆或平时翻书做练习的不良学习习惯,提倡在理解的基础上记忆,在应用中记忆,这样才能使学过的数学概念、定理、公式掌握更牢固.另外借助图形等手段往往也是有益的.

(2)逻辑性错误主要有以下六种情况:错误假设与虚假论据、不等价变换、偷换概念、循环论证、因果关系不明、分类不当.逻辑性错误在大多数情况下也是知识性错误,如不等价变换,从形式逻辑的观点分析,是以一个命题替代另一个命题时,忽视了等价性,导致解集的缩小或扩大.而从知识性方面分析,是对进行变换的两个命题内涵的理解出现偏差,导致错误.

【例 2】已知函数 $f(x) = 2x + \frac{2(m-3)}{x} + m$, 定义域为 D .

(1)如果 $x_0 \in D$, 使 $f(x_0) = x_0$, 那么称 (x_0, y_0) 为函数 $f(x)$ 图象上的不动点. 求当 $m =$



0 时,函数 $y=f(x)$ 图象上的不动点;

(2) 当 $x \in [1, +\infty)$ 时,函数 $y=f(x)$ 的图象恒在直线 $y=x$ 的上方,求实数 m 的取值范围.

(浙江省 2003 年会考试题)

错解 (2) 由题意得 $2x + \frac{2(m-3)}{x} + m > x$, 令 $x=1, 2 + \frac{2m-6}{1} + m > 1$ 得 $m > \frac{5}{3}$.

错解分析 按上述错解方法做的学生占了较大比例. 令 $x=1$ 是虚假论据, 在没有证明其合理性前, 不能随意使用.

正确解答 由题意, 当 $x \in [1, +\infty)$ 时, 不等式 $2x + \frac{2(m-3)}{x} + m > x$ 恒成立. 即 $x^2 + mx + 2m - 6 > 0$. 记 $h(x) = x^2 + mx + 2m - 6$, 因为 $\Delta = m^2 - 4(2m - 6) = (m - 4)^2 + 8 > 0$, 所以要使 $h(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上恒大于零, m 只需满足条件

$$\begin{cases} h(1) > 0 \\ -\frac{m}{2} < 1 \end{cases}, \text{解得 } m > \frac{5}{3}$$

预防措施 为防止逻辑性错误的产生, 平时要加强对数学命题论证的严谨性的培养, 严格用合乎逻辑的推理去叙述、证明, 证题必须步步有据. 对生活中的一些直觉、延伸的类比不能掉以轻心, 应反复考察其真伪. 必要时从极端情况找反例, 在找不到反例时一般还要验证. 正确使用数学语言, 养成遵守书写规范的习惯也可减少这类逻辑性错误.

(3) 策略性错误主要有方法不当、不能恰当地转化命题等.

【例 3】 每颗骰子是大小一样的小正六面体, 其六个面上分别刻 1~6 点, 分别表示 1, 2, 3, 4, 5, 6. 显然每掷一次骰子出现某一个点数的概率均为 $\frac{1}{6}$. 现在同时掷三颗骰子, 那么至少有一颗骰子出现 1 点的概率 P 是_____.

错解 因为每掷一颗骰子出现 1 点的概率为 $\frac{1}{6}$, 所以掷三颗出现 1 点的概率为 $3 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$.

错解分析 掷三颗骰子, 可能出现四种情况: (1) 三颗骰子都是 1 点; (2) 有两颗骰子是 1 点; (3) 只有一颗骰子是 1 点; (4) 三颗骰子都不是 1 点. “至少有一颗骰子出现 1 点”的事件是指出现上述情况中的 (1) 或 (2) 或 (3). 解此题的关键是把要求的事件转化为不出现第 (4) 种情况的事件.

正确答案 因为掷三颗骰子都不是 1 点的概率 $P_1 = \frac{5^3}{6^3} = \frac{125}{216}$, 所以至少有一颗骰子出现 1 点的概率 $P = 1 - P_1 = 1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216}$.

预防措施 注意化归思想的培养.

5. 查漏补缺, 巩固提高

在复习过程中, 不同程度的学生, 应根据自己的学习特点, 用会考目标进行诊断, 检查知识缺漏, 并及时补习, 反复训练. 对已掌握及格要求的学生, 应向更高的要求奋进. 学习成绩较好的学生, 应抓住重点——会考的三个综合运用层次条目进行能力训练, 同时有选择地解答一些探究性、开放性, 以及综合程度较高的问题, 着重培养分析、探究和解决问题的能力.



总之,会考复习应根据会考标准、教科书要求,扎扎实实地打好基础,并结合自己的学习实际进行有针对性的训练,不盲目追求高、难、深.只有这样,才能使自己的知识能力水平在原有的基础上得到较大幅度的提高.





第二章 集合与常用逻辑用语及算法初步

知识梳理

一、集合

1. 集合的概念

(1) 定义: 某些指定的对象集在一起就称为集合(简称集); 集合中的每个对象叫这个集合的元素; 集合中的元素具有确定性、互异性和无序性; 表示一个集合要用 $\{ \}$.

(2) 集合的表示法: 列举法、描述法、图示法.

(3) 集合的分类: 有限集、无限集和空集(记作 \emptyset , \emptyset 是任何集合的子集, 是任何非空集合的真子集).

(4) 元素 a 和集合 A 之间的关系: $a \in A$ 或 $a \notin A$.

(5) 常用数集: 自然数集 \mathbf{N} 、正整数集 \mathbf{N}^+ 、整数集 \mathbf{Z} 、有理数集 \mathbf{Q} 、实数集 \mathbf{R} .

2. 子集

(1) 定义: 集合 A 中的任何元素都属于 B , 则 A 叫做 B 的子集, 记作 $A \subseteq B$.

注意: 当 $A \subseteq B, B \neq \emptyset$ 时, A 有两种情况: $A = \emptyset$ 与 $A \neq \emptyset$.

(2) 性质: ① $A \subseteq A, \emptyset \subseteq A$; ② 若 $A \subseteq B, B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$; ③ 若 $A \subseteq B, B \subseteq A$ 则 $A = B$.

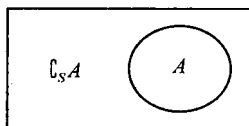


图 2-1

3. 真子集

(1) 定义: A 是 B 的子集, 且 B 中至少有一个元素不属于 A , 记作 $A \subsetneq B$.

(2) 性质: ① $A \neq \emptyset, \emptyset \subsetneq A$; ② 若 $A \subsetneq B, B \subsetneq C$, 则 $A \subsetneq C$.

4. 补集

(1) 定义: $\complement_S A = \{x | x \in S, \text{且 } x \notin A\}$.

(2) 性质: $A \cap \complement_S A = \emptyset, A \cup \complement_S A = S, \complement_S(\complement_S A) = A$.

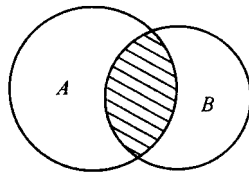


图 2-2

5. 交集与并集

(1) 交集: $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.

性质: ① $A \cap A = A, A \cap \emptyset = \emptyset$; ② 若 $A \cap B = B$, 则 $B \subseteq A$.

(2) 并集: $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$.

性质: ① $A \cup A = A, A \cup \emptyset = A$; ② 若 $A \cup B = B$, 则 $A \subseteq B$.

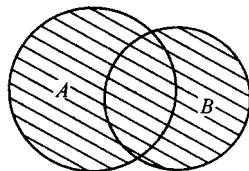


图 2-3

二、简易逻辑

1. 逻辑联结词

(1) 命题: 可以判断真假的陈述句; 逻辑联结词: 或、且、非.



(2)简单命题:不含逻辑联结词的命题;复合命题:由简单命题与逻辑联结词构成的命题;三种形式: p 或 q ; p 且 q ;非 p .

(3)判断复合命题的真假:

①确定复合命题的结构;

②判断构成复合命题的简单命题的真假;

③利用真值表判断复合命题的真假; p 或 q ,同假为假,否则为真; p 且 q ,同真为真;非 p ,与 p 真假相反.

2. 四种命题

(1)四种命题.若用 p 和 q 分别表示原命题的条件与结论,用 $\neg p$ 和 $\neg q$ 分别表示 p 和 q 的否定,则四种命题的形式如下:

原命题:若 p 则 q ;

逆命题:若 q 则 p ;

否命题:若 $\neg p$ 则 $\neg q$;

逆否命题:若 $\neg q$ 则 $\neg p$.

互为逆否的两个命题是等价的.

原命题与它的逆否命题是等价命题.

(2)四种命题之间的相互关系(见图 2-4).

(3)反证法步骤:假设结论不成立 \rightarrow 推出矛盾 \rightarrow 否定假设.

(4)充分条件与必要条件:

若 $p \Rightarrow q$,则 p 叫做 q 的充分条件;

若 $p \Leftarrow q$,则 p 叫做 q 的必要条件;

若 $p \Leftrightarrow q$,则 p 叫做 q 的充要条件.

3. 全称量词与存在量词

全称量词:所有的、一切、全部、都、任意一个、每一个等;

存在量词:存在一个、至少有一个、有个、某个、有的、有些等;

全称命题 $P: \forall x \in M, P(x)$,否定为 $\neg P: \exists x \in M, \neg P(x)$;

存在性命题 $P: \exists x \in M, P(x)$,否定为 $\neg P: \forall x \in M, \neg P(x)$.

三、算法初步

算法的概念.算法(algorithm)通常是指按照一定规则解决一类问题的明确和有限的步骤.现在算法通常可以写成计算机程序,让计算机执行并解决问题.

算法的五个重要特征:

(1)有穷性:一个算法必须保证执行有限步后结束;

(2)确切性:算法的每一步必须有确切的定义;

(3)可行性:算法在原则上能够精确地运行,而且用笔和纸做有限次运算即可完成;

(4)输入:一个算法有0个或多个输入,以刻画运算对象的初始条件.所谓0个输入是指算法本身定出了初始条件.

(5)输出:一个算法有1个或多个输出,以反映对输入数据加工后的结果.没有输出的算法是毫无意义的.

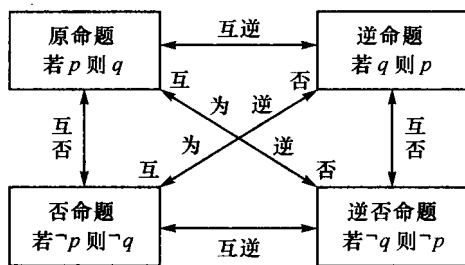


图 2-4

1. 四种基本的程序框(见图 2-5)

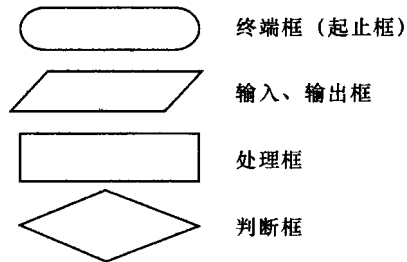


图 2-5

2. 三种基本逻辑结构(见图 2-6)

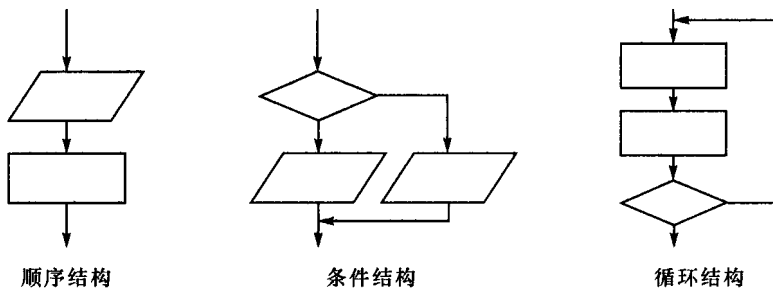


图 2-6

3. 基本算法语句

(1) 输入语句

单个变量

```
INPUT "提示内容";变量
```

多个变量

```
INPUT "提示内容 1,提示内容 2,提示内容 3,...";变量 1,变量 2,变量 3,...
```

(2) 输出语句

```
PRINT "提示内容";表达式
```

(3) 赋值语句

```
变量 = 表达式
```

(4) 条件语句

IF-THEN-ELSE 格式

当计算机执行上述语句时,首先对 IF 后的条件进行判断,如果条件符合,就执行 THEN 后的语句 1,否则执行 ELSE 后的语句 2. 其对应的程序框图如图 2-7 所示.

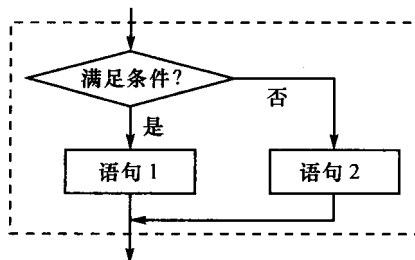
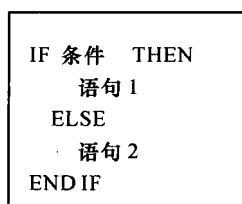


图 2-7

IF-THEN 格式

计算机执行这种形式的条件语句时,也是首先对 IF 后的条件进行判断,如果条件符合,就执行 THEN 后的语句,如果条件不符合,则直接结束该条件语句,转而执行其他语句。其对应的程序框图如图 2-8 所示。

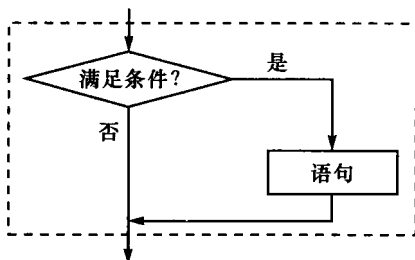
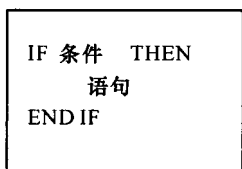


图 2-8

(5) 循环语句

(a) WHILE 语句(当型循环)

其中循环体是由计算机反复执行的一组语句构成的。WHILE 后面的“条件”是用于控制计算机执行循环体或跳出循环体的。

当计算机遇到 WHILE 语句时,先判断条件的真假,如果条件符合,就执行 WHILE 与 WEND 之间的循环体,然后再检查上述条件;如果条件仍符合,则再次执行循环体,这个过程反复进行,直到某一次条件不符合为止。这时,计算机将不执行循环体,直接跳到 WEND 语句后,执行 WEND 之后的语句。因此,当型循环有时也称为“前测试型”循环,其对应的程序结构框图如图 2-9 所示。

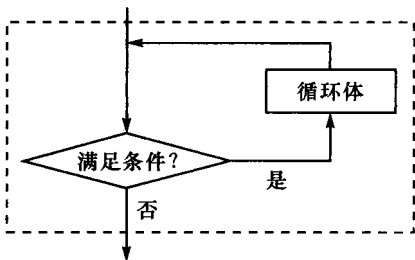
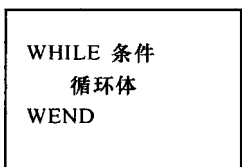


图 2-9

(b) UNTIL 语句(直到型循环)

其对应的程序结构框图如图 2-10 所示。

