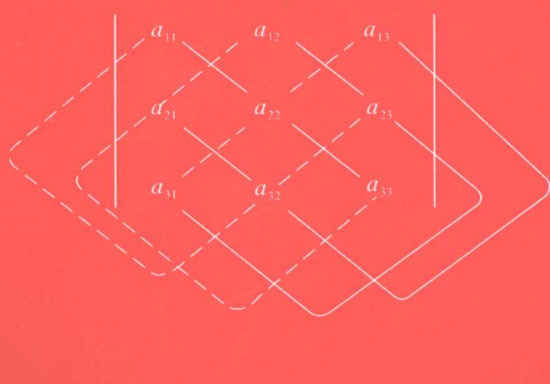
新编高等院校公共基础课系列规划教材

线性代数与概率统计

Xianxing Daishu Yu Gailü Tongji

林益　赵一男　胡婷　主编



华中科技大学出版社
Http://www.hustp.com

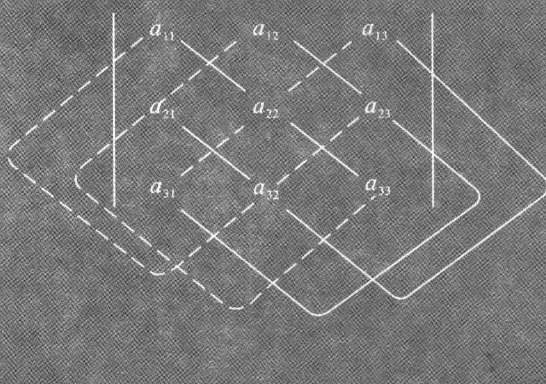
新编高等院校公共基础课系列规划教材

线性代数与概率统计

Xianxing Daishu Yu Gailü Tongji

林益　赵一男　胡婷　主编
王济华　何涛　叶提芳　龙飞　编

安徽建筑大学
藏書
图书馆



华中科技大学出版社
中国·武汉

图书在版编目(CIP)数据

线性代数与概率统计/林　益　赵一男　胡　婷　主编.—武汉:华中科技大学出版社,2008年8月
ISBN 978-7-5609-4718-1

Ⅰ.线…　Ⅱ.①林…　②赵…　③胡…　Ⅲ.①线性代数-高等学校-教材　②概率论-高等学校-教材　③数理统计-高等学校-教材　Ⅳ.O151.2　O21

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第102155号

线性代数与概率统计　　林　益　赵一男　胡　婷　主编

责任编辑:史永霞　　封面设计:杨　玲
责任校对:祝　菲　　责任监印:周治超

出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉)
武昌喻家山　邮编:430074　电话:(027)87557437

录　排:星明图文制作中心
印　刷:武汉科利德印务有限公司

开本:787mm×960mm　1/16　印张:12.75　字数:232 000
版次:2008年8月第1版　印次:2008年8月第1次印刷　定价:22.00元
ISBN 978-7-5609-4718-1/O·459

(本书若有印装质量问题,请向出版社发行部调换)

编委会成员名单

（以下按拼音第一个字母的先后顺序排列）

毕重荣　陈桂兴　黄象鼎　李德庆
林　益　刘国钧　李中林　廖超慧
孙清华　汪福贵　魏克让　赵国石
朱方生

内 容 简 介

本书内容包括 3 篇，分别是线性代数、概率论与数理统计、积分变量. 第 1 篇包括行列式、矩阵及其运算、矩阵的初等变换与线性方程组等内容；第 2 篇包括概率论的基本概念、随机变量及其分布、随机变量的数字特征、样本及抽样分布、参数估计和假设检验等内容；第 3 篇包括拉普拉斯变换和傅里叶变换. 带“ * ”的章节，供不同专业选学. 每节后配有习题，并在书后附有习题答案.

本书适用于理工类或经管类的大专学生，也可供对数学要求不高的理工类或经管类本科生使用.

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

前　言

“线性代数”“概率论与数理统计”等课程是高等院校理工、经管等专业本、专科生的必修课，是理工、经管等各类专业的必备专业基础课. 作为后续专业课程和现代科学技术的重要理论基础，它在自然科学和工程技术等领域都有着广泛的应用.

针对理工、经管等专业大专学生的教学要求与实际情况，编者精心地将“线性代数”“概率论与数理统计”课程的最基本、最常用的知识合并成一门课程《线性代数与概率统计》，并编写了本教材，供理工、经管类大专学生使用. 本教材具有以下特点.

(1)起点低，跨度大. 本教材内容均建立在微积分知识基础上，只要学过微积分的读者均可使用本教材. 教材中的内容覆盖了“线性代数”“概率论与数理统计”课程中理工、经管类大专生所“必需、够用”的主要内容.

(2)实用性强，结构合理. 本教材以实用性为原则，在内容取舍上力求联系理工、经管类专业上的实际需要，书中的大量例题很多都来源于实际，这些例题的本身就给读者提供了解决实际问题的方法，有助于提高读者分析问题和解决问题的能力.

(3)通俗易懂，深入浅出，便于自学. 本教材力求语言准确生动，简洁而清晰，精练而富有逻辑，通过通俗、生动的语言叙述，帮助读者建立起基本概念；通过大量例题，帮助读者掌握解决问题的基本方法. 本书对教材中的定理等理论问题一般不予证明，只作必要叙述，而着力提供有关的实际背景，阐述运用理论解决实际问题的方法.

(4)根据机电类大专生的教学要求，附录了“积分变换”的内容. 与传统教材不同的是学生学习时不必先修“复变函数”.

本教材由林益、赵一男、胡婷主编，王济华、何涛、叶提芳、龙飞编. 梁幼鸣教授认真审阅教材原稿，并提出了许多宝贵意见.

由于编者水平有限，成书时间仓促，书中难免有不妥或错误之处，恳请读者批评指正.

编　者

2008 年 5 月

目　　录

第 1 篇　线 性 代 数

第 1 章　行列式 ………… (3)
1.1　行列式的概念 ………… (3)
习题 1.1 ………… (7)
1.2　行列式的性质 ………… (8)
习题 1.2 ………… (13)
1.3　克莱姆法则 ………… (13)
习题 1.3 ………… (16)
综合练习一 ………… (16)
第 2 章　矩阵及其运算 ………… (18)
2.1　矩阵的概念 ………… (18)
习题 2.1 ………… (21)
2.2　矩阵的运算 ………… (21)
习题 2.2 ………… (29)
综合练习二 ………… (30)
第 3 章　矩阵的初等变换与线性方程组 ………… (32)
3.1　矩阵的初等变换 ………… (32)
习题 3.1 ………… (35)
3.2　矩阵的秩 ………… (36)
习题 3.2 ………… (38)
3.3　初等矩阵　逆矩阵 ………… (38)
习题 3.3 ………… (44)
3.4　线性方程组 ………… (44)
习题 3.4 ………… (49)
*3.5　线性代数应用实例 ………… (49)
综合练习三 ………… (53)

第 2 篇　概率论与数理统计

第 1 章　概率论的基本概念 …… (57)
1.1　随机试验　随机事件 …… (57)
习题 1.1 …… (61)
1.2　事件的概率 …… (62)
习题 1.2 …… (65)
*1.3　条件概率　独立性 …… (66)
习题 1.3 …… (68)
综合练习一 …… (69)
第 2 章　随机变量及其分布 …… (71)
2.1　随机变量 …… (71)
习题 2.1 …… (72)
2.2　离散型随机变量的概率分布 …… (73)
习题 2.2 …… (78)
2.3　连续型随机变量及其概率密度函数 …… (78)
习题 2.3 …… (85)
综合练习二 …… (86)
第 3 章　随机变量的数字特征 …… (88)
3.1　数学期望 …… (88)
习题 3.1 …… (92)
3.2　方差 …… (93)
习题 3.2 …… (96)
3.3　几种重要随机变量的数学期望及方差　矩 …… (96)
习题 3.3 …… (99)
3.4　大数定律及中心极限定理 …… (99)
习题 3.4 …… (100)
综合练习三 …… (101)
第 4 章　样本及抽样分布 …… (103)
4.1　数理统计的基本概念 …… (103)
4.2　抽样分布 …… (105)
综合练习四 …… (107)

第 5 章　参数估计 …… (109)
5.1　点估计 …… (109)
习题 5.1 …… (112)
5.2　区间估计 …… (112)
习题 5.2 …… (116)
综合练习五 …… (116)
第 6 章　假设检验 …… (119)
6.1　假设检验的概念 …… (119)
6.2　关于正态总体的假设检验 …… (121)
综合练习六 …… (126)

第 3 篇　积 分 变 换

第 1 章　拉普拉斯变换 …… (131)
1.1　拉普拉斯变换的概念 …… (131)
习题 1.1 …… (133)
1.2　拉普拉斯变换的性质 …… (134)
习题 1.2 …… (140)
1.3　拉普拉斯逆变换 …… (141)
习题 1.3 …… (143)
1.4　拉普拉斯变换的应用 …… (144)
习题 1.4 …… (147)
综合练习一 …… (148)
第 2 章　傅里叶变换 …… (150)
2.1　傅里叶变换的概念及单位脉冲函数 …… (150)
习题 2.1 …… (154)
2.2　傅里叶变换的性质 …… (155)
习题 2.2 …… (160)
2.3　傅里叶变换的应用 …… (160)
综合练习二 …… (161)
附录　希腊字母及常用数学公式 …… (163)
附表 …… (167)
附表 1　正态分布表 …… (167)

附表 2　泊松分布表 …………………………………………………………… (168)
附表 3　χ^2 分布表……………………………………………………………… (170)
附表 4　t 分布表 ………………………………………………………………… (172)
附表 5　拉普拉斯变换简表 ……………………………………………………… (173)
习题参考答案……………………………………………………………………… (178)
参考文献…………………………………………………………………………… (192)

第1篇 线性代数

线性代数是从线性方程组论、行列式论和矩阵论中产生并形成的一门数学分支，是学习现代科学技术的重要理论基础，在自然科学和工程技术中有着广泛的应用. 在计算机技术飞速发展的今天，线性代数在理论和应用上的重要性愈显突出. 本篇将介绍线性代数中最基本的内容：行列式、矩阵和线性方程组.

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

第 1 章　行　列　式

行列式是由研究线性方程组而产生的，它是线性代数中的一个基本工具，在讨论许多问题时都要用到它. 本章主要介绍行列式的概念、性质及计算方法，此外还要介绍利用克莱姆法则求解线性方程组.

1.1　行列式的概念

1.1.1　二阶行列式

用消元法解二元线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2. \end{cases} \tag{1}$$

为消去未知数 x_2，以 a_{22} 与 a_{12} 分别乘上列两方程的两端，然后两个方程相减，得

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})x_1 = b_1a_{22} - a_{12}b_2;$$

类似地，消去 x_1，得

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})x_2 = a_{11}b_2 - b_1a_{21}.$$

当 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$ 时，求得方程组(1)的解为

$$x_1 = \frac{b_1a_{22} - a_{12}b_2}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}, \quad x_2 = \frac{a_{11}b_2 - b_1a_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}. \tag{2}$$

(2)式中的分子、分母都是四个数分两对相乘再相减而得到的. 其中分母 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$ 是由方程组(1)的四个系数确定的，把这四个数按它们在方程组(1)中的位置，排成二行二列(横排称**行**，竖排称**列**)的数表

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{matrix} \tag{3}$$

表达式 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$ 称为数表(3)所确定的**二阶行列式**，并记作

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}. \tag{4}$$

数 a_{ij} $(i=1,2;j=1,2)$ 称为行列式(4)的**元素**. 元素 a_{ij} 的第一个下标 i 称为**行标**，表明该元素位于第 i 行，第二个下标 j 称为列标，表明该元素位于第 j 列.

上述二阶行列式的定义，可用**对角线法则**来记忆. 如图 1-1，把 a_{11} 到 a_{22} 的实连线称为**主对角线**，a_{12} 到 a_{21} 的虚连线称为**副对角线**，于是二阶行列式便是主对角线上的两元素之

积减去副对角线上两元素之积所得的差.

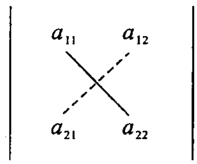


图 1-1

利用二阶行列式的概念,(2)式中 x_1、x_2 的分子也可写成二阶行列式,即

$$b_1a_{22}-a_{12}b_2=\begin{vmatrix}b_1 & a_{12}\\ b_2 & a_{22}\end{vmatrix},\quad a_{11}b_2-b_1a_{21}=\begin{vmatrix}a_{11} & b_1\\ a_{21} & b_2\end{vmatrix}.$$

若记

$$D=\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{vmatrix},\quad D_1=\begin{vmatrix}b_1 & a_{12}\\ b_2 & a_{22}\end{vmatrix},\quad D_2=\begin{vmatrix}a_{11} & b_1\\ a_{21} & b_2\end{vmatrix},$$

那么,(2)式可写成

$$x_1=\frac{D_1}{D}=\frac{\begin{vmatrix}b_1 & a_{12}\\ b_2 & a_{22}\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{vmatrix}},\quad x_2=\frac{D_2}{D}=\frac{\begin{vmatrix}a_{11} & b_1\\ a_{21} & b_2\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{vmatrix}}.$$

注意 这里的分母 D 是由方程组(1)的系数所确定的二阶行列式(称系数行列式),x_1 的分子 D_1 是用常数项 b_1、b_2 替换 D 中 x_1 的系数 a_{11}、a_{21}所得的二阶行列式,x_2 的分子 D_2 是用常数项 b_1、b_2 替换 D 中 x_2 的系数 a_{12}、a_{22}所得的二阶行列式.

例 1 求解二元线性方程组

$$\begin{cases}3x_1-2x_2=12,\\ 2x_1+x_2=1.\end{cases}$$

解 由于

$$D=\begin{vmatrix}3 & -2\\ 2 & 1\end{vmatrix}=3-(-4)=7\neq 0,$$

$$D_1=\begin{vmatrix}12 & -2\\ 1 & 1\end{vmatrix}=12-(-2)=14,$$

$$D_2=\begin{vmatrix}3 & 12\\ 2 & 1\end{vmatrix}=3-24=-21,$$

因此

$$x_1=\frac{D_1}{D}=\frac{14}{7}=2,\quad x_2=\frac{D_2}{D}=\frac{-21}{7}=-3.$$

1.1.2 三阶行列式

定义 设有 9 个数排成三行三列的数表

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{matrix} \tag{5}$$

记

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32}$$

$$- a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31}, \tag{6}$$

(6)式称为数表(5)所确定的三阶行列式.

上述定义表明:三阶行列式含 6 项,每项均为不同行不同列的三个元素的乘积冠以正负号而成.其规律遵循图 1-2 所示的对角线法则:图中的三条实线看作是平行于主对角线的连线,三条虚线看作是平行于副对角线的连线,实线上三元素的乘积冠以正号,虚线上三元素的乘积冠以负号.

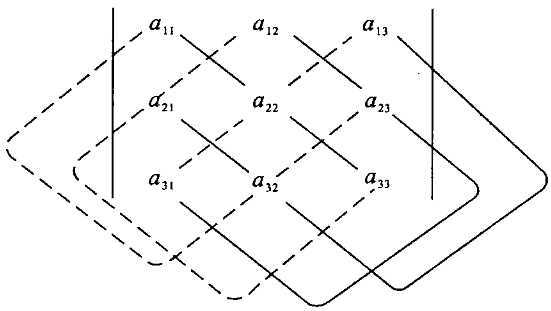


图 1-2

例 2 计算三阶行列式

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -4 \\ -2 & 2 & 1 \\ -3 & 4 & -2 \end{vmatrix}.$$

解 按对角线法则,有

$$\begin{aligned} D &= 1\times 2\times(-2) + 2\times 1\times(-3) + (-4)\times(-2)\times 4 - 1\times 1\times 4 \\ &\quad - 2\times(-2)\times(-2) - (-4)\times 2\times(-3) \\ &= -4 - 6 + 32 - 4 - 8 - 24 \\ &= -14. \end{aligned}$$

例 3 求解方程

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & x \\ 4 & 9 & x^2 \end{vmatrix} = 0.$$

解 方程左端的三阶行列式

$$D=3x^2+4x+18-9x-2x^2-12$$
$$=x^2-5x+6,$$

由 $x^2-5x+6=0$,解得

$$x=2 \quad 或 \quad x=3.$$

对角线法则只适用于二阶与三阶行列式,为研究四阶及更高阶行列式,下面先介绍**代数余子式**的知识,然后引出 n 阶行列式的概念.

1.1.3 余子式、代数余子式

在三阶行列式中,划去 a_{ij} 所在的行和列的元素,余下的元素按原顺序构成的一个二阶行列式,称为 a_{ij} 的**余式子**,记为 M_{ij}.

例如, $M_{11}=\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$, $M_{12}=\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}$, $M_{13}=\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$,

M_{11},M_{12},M_{13}分别为 a_{11},a_{12},a_{13}的余子式.

令 $A_{ij}=(-1)^{i+j}M_{ij}\,(i,j=1,2,3)$,称 A_{ij} 为 a_{ij} 的**代数余子式**,如:

$$A_{11}=(-1)^{1+1}M_{11}=M_{11},$$
$$A_{12}=(-1)^{1+2}M_{12}=-M_{12},$$
$$A_{13}=(-1)^{1+3}M_{13}=M_{13},$$

A_{11},A_{12},A_{13}分别为 a_{11},a_{12},a_{13}的代数余子式.

下面不加证明地给出一个重要定理:

定理 行列式等于它的任一行(列)的各元素与其对应的代数余子式的乘积之和.

这个定理叫做行列式按行(列)展开法则.

于是三阶行列式也可定义为

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=a_{i1}A_{i1}+a_{i2}A_{i2}+a_{i3}A_{i3}\,(i=1,2,3)$$

或
$$D=a_{1j}A_{1j}+a_{2j}A_{2j}+a_{3j}A_{3j}\,(j=1,2,3).$$

例如,$D=\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}$ 按第二行展开

$$A_{21}=(-1)^{2+1}\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}=-\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}=7,$$

$$A_{22}=(-1)^{2+2}\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}=-5,$$

$$A_{23}=(-1)^{2+3}\begin{vmatrix}2&1\\1&2\end{vmatrix}=-\begin{vmatrix}2&1\\1&2\end{vmatrix}=-3,$$

故

$$D=a_{21}A_{21}+a_{22}A_{22}+a_{23}A_{23}=4\times7+(-1)\times(-5)+2\times(-3)=27.$$

1.1.4 n 阶行列式

定义 设有 n^2 个数，排成 n 行 n 列的数表

$$\begin{matrix}a_{11}&a_{12}&\cdots&a_{1n}\\a_{21}&a_{22}&\cdots&a_{2n}\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\a_{n1}&a_{n2}&\cdots&a_{nn}\end{matrix}\tag{7}$$

记

$$\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&\cdots&a_{1n}\\a_{21}&a_{22}&\cdots&a_{2n}\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\a_{n1}&a_{n2}&\cdots&a_{nn}\end{vmatrix}=a_{i1}A_{i1}+a_{i2}A_{i2}+\cdots+a_{in}A_{in},\tag{8}$$

其中，A_{ij} 为 a_{ij} 的代数余子式$(j=1,2,\cdots,n)$，(8)式称为数表(7)所确定的 n 阶行列式.

注意 (1)定义式(8)也称为按任一行$(i=1,2,\cdots,n)$展开的行列式定义，仿其也可给出按任一列$(j=1,2,\cdots,n)$展开的行列式定义，并可证明，两者所定义的行列式有相同的值.

(2)行列式还有其他的定义方法，读者可阅读其他相关资料.

例 4 用定义计算行列式 $\begin{vmatrix}4&0&2\\3&1&-1\\2&2&3\end{vmatrix}$.

解 由三阶行列式的定义，按第一行展开，得

$$\begin{vmatrix}4&0&2\\3&1&-1\\2&2&3\end{vmatrix}=4\begin{vmatrix}1&-1\\2&3\end{vmatrix}-0\begin{vmatrix}3&-1\\2&3\end{vmatrix}+2\begin{vmatrix}3&1\\2&2\end{vmatrix}=28.$$

习题 1.1

1. 计算下列行列式.

(1) $\begin{vmatrix}\cos x&\sin x\\-\sin x&\cos x\end{vmatrix}$；　(2) $\begin{vmatrix}x-1&1\\3x&2x-2\end{vmatrix}$；

(3) $\begin{vmatrix}1&2&3\\3&1&2\\2&3&1\end{vmatrix}$；　(4) $\begin{vmatrix}a&1&a\\-1&a&1\\a&-1&a\end{vmatrix}$.

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com