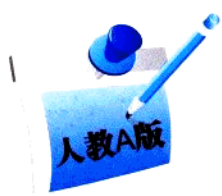
丛书主编◎樊希国 谢永红

自主学习·导与学

——“高中学生自主学习与主动发展”系列校本学生学习辅助用书



高中数学【必修2】

ZIZHUXUEXIDAOYUXUE

湖南科学技术出版社

第一章　空间几何体

第 1 课时　柱、锥、台、球的结构特征 …… 1

第 2 课时　简单组合体的结构特征 …… 4

第 3 课时　空间几何体的三视图 …… 6

第 4 课时　空间几何体的直观图 …… 9

第 5 课时　柱体、锥体、台体的表面积与体积 …… 12

第 6 课时　球的体积和表面积 …… 14

综合提升与自我评价 …… 16

第二章　点、直线、平面之间的位置关系

第 1 课时　平面 …… 20

第 2 课时　空间中直线与直线之间的位置关系(一) …… 23

第 3 课时　空间中直线与直线之间的位置关系(二) …… 25

第 4 课时　空间中直线与平面之间的位置关系　平面与平面之间的位置关系 …… 27

第 5 课时　直线与平面平行的判定 …… 30

第 6 课时　平面与平面平行的判定 …… 33

第 7 课时　直线与平面平行的性质 …… 36

第 8 课时　平面与平面平行的性质 …… 39

第 9 课时　直线与平面垂直的判定 …… 42

第 10 课时　平面与平面垂直的判定 …… 45

第 11 课时　直线与平面垂直的性质 …… 47

第 12 课时　平面与平面垂直的性质 …… 49

综合提升与自我评价 …… 51

第三章　直线与方程

第 1 课时　倾斜角与斜率 …… 54

第 2 课时　两条直线平行与垂直的判定 …… 57

第 3 课时　直线的点斜式方程 …… 59
第 4 课时　直线的两点式方程 …… 61
第 5 课时　直线的一般式方程 …… 63
第 6 课时　两条直线的交点坐标 …… 65
第 7 课时　两点间的距离 …… 67
第 8 课时　点到直线的距离　两条平行直线间的距离 …… 69
综合提升与自我评价 …… 71

第四章　圆与方程

第 1 课时　圆的标准方程 …… 75
第 2 课时　圆的一般方程 …… 78
第 3 课时　直线与圆的位置关系 …… 81
第 4 课时　圆与圆的位置关系 …… 84
第 5 课时　圆的弦长与切线问题 …… 86
第 6 课时　空间直角坐标系 …… 88
第 7 课时　空间两点间的距离公式 …… 91
综合提升与自我评价 …… 93
模块综合测试 …… 98
参考答案 …… 101

第一章　空间几何体

单元学习计划与载要

学习内容	任务安排	完成情况	存在问题

第 1 课时　柱、锥、台、球的结构特征

课前自学清单

教材扫描

1. 棱柱：有两个面①________，其余各面都是四边形，并且每相邻两个四边形的公共边都②________，由这些面所围成的多面体叫做棱柱.
2. 棱锥：有一个面是③________，其余各面都是有一个公共顶点的④________，由这些面所围成的多面体叫做棱锥.
3. 棱台：用一个⑤________棱锥底面的平面去截棱锥，底面与截面之间的部分，叫做棱台.
4. 圆柱：以⑥________的一边所在的直线为旋转轴，其余三边旋转形成的⑦________所围成的旋转体叫做圆柱.
5. 圆锥：以⑧________三角形的一条⑨________边所在直线为旋转轴，其余两边旋转形成的面所围成的旋转体叫做圆锥.
6. 圆台：用⑩________圆锥底面的平面去截圆锥，底面与截面之间的部分叫做圆台.
7. 球：以⑪________的⑫________所在直线为旋转轴，⑬________旋转一周形成的旋转体叫做球.

扫描指南

1. ①互相平行；②互相平行；
2. ③多边形；④三角形；
3. ⑤平行于；
4. ⑥矩形；⑦面；
5. ⑧直角；⑨直角；
6. ⑩平行于；
7. ⑪半圆；⑫直径；⑬半圆面.

自主探究

8. 画出下列立体图形：

(1)圆锥；(2)圆柱；(3)三棱锥；(4)棱柱.

9. 下列关于多面体的说法正确的是 （ ）

①底面是矩形的直棱柱是长方体；

②底面是正方形的棱锥是正四棱锥；

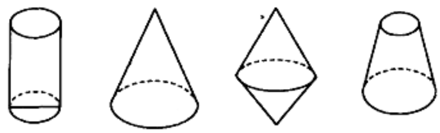
③两底面都是正方形的棱台是正棱台；

④正四棱柱就是正方体.

A. ①②③④　　B. ①②③

C. ①④　　D. ①

10. 以直角三角形的一边为轴旋转一周，得到的立体图形是 （ ）



①　②　③　④

A. ①或②　　B. ②或③

C. ③或④　　D. ④或①

11. 下列命题中正确的是 （ ）

①棱锥的所有的面都是三角形；

②圆柱的任意两条母线所在的直线互相平行；

③圆锥顶点与底面圆周上任意一点的连线是圆锥的母线；

④棱柱的侧面一定是平行四边形.

A. ①②③　　B. ②③④

C. ①③④　　D. ①②④

课堂合作清单

情境引入

在现实生活中，有许多的建筑物或物品具有一定的几何特征，如金字塔、粉笔盒、水桶、篮球、笔筒、六角形茶叶盒等. 你还能列举一些吗？你能按结构特征将它们分类吗？

典例解析

题型一　关于柱、锥、台体的概念

【例 1】 下列叙述正确的个数有 （ ）

(1)以直角三角形的一边为轴旋转所得的旋转体是圆锥；

(2)以直角梯形的一腰为轴旋转所得的旋转体是圆台；

(3)圆柱、圆锥、圆台的底面都是圆；

(4)用一个平面去截圆锥，得到一个圆锥和一个圆台.

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

思维分析　依据圆柱、圆锥、圆台的概念进行判断.

【解】 (1)应以直角三角形的一条直角边为轴旋转才可以得到圆锥；(2)以直角梯形垂直于底边的一腰为轴旋转可得到圆台；(3)它们的底面为圆面；(4)用平行于圆锥底面的平面截圆锥，可得到一个圆锥和一个圆台. 综上知选 A.

【点拨】 深刻理解概念的本质特征是解决概念问题的基础.

题型二　几何体的截面问题

【例 2】 已知一个圆柱的轴截面是一个正方形且其面积是 Q，求此圆柱的底面半径.

思维分析　圆柱的轴截面是边长为 $2r$ 和 l 的矩形.

【解】 设圆柱底面半径长为 r，母线长为 l，则由题意，

得 $\begin{cases}2r=l,\\ 2r\cdot l=Q.\end{cases}$　解得 $r=\dfrac{\sqrt{Q}}{2}$.

所以，此圆柱的底面半径为 $\dfrac{\sqrt{Q}}{2}$.

【点拨】 母线与底面圆直径相等的圆柱称为等边圆柱.

题型三　关于柱、锥、台体基本元素的计算

【例 3】 圆台侧面的母线长为 $2a$，母线与轴的夹角为 $30°$，一个底面的半径是另一个底面半径的 2 倍. 求两底面的半径与两底面面积之和.

思维分析　利用圆台的轴截面不难求出.

【解】 设圆台上底面半径为 r，则下底面半径为 $2r$，如图 1-1，$\angle ASO=30°$.

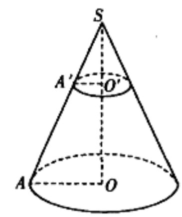


图 1-1

在 $Rt\triangle SA'O'$ 中，$\dfrac{r}{SA'}=\sin 30°$，

得 $SA'=2r$.

在 $Rt\triangle SAO$ 中，$\dfrac{2r}{SA}=\sin 30°$，

得 $SA=4r$.

又 $SA-SA'=AA'$.

所以 $4r-2r=2a$，$r=a$.

所以 $S=S_1+S_2=\pi r^2+\pi(2r)^2=5\pi r^2=5\pi a^2$.

故圆台上底面半径为 a，下底面半径为 $2a$，两底面面积之和为 $5\pi a^2$.

【点拨】 解有关圆台的基本量问题，一般画圆台的轴截面，有关元素之间关系就体现出来了.

探究心得

1. 定义是学习的基础，本节概念多，要注意对比记忆，牢记柱、锥、台、球的有关概念及其相互转化过程，区分它们的不同点.

2. 立体几何中，作图要注意观察的角度，凡是被遮挡的线都要用虚线表示，以增强立体感，这与平面几何中用虚线表示辅助线不同.

3. 旋转体是一个平面图形绕某条直线旋转后形成的立体图形，处理旋转体的有关问题一般要过轴作出其轴截面，

在轴截面中寻找各元素的关系.

课后测控清单

共同基础

1. 下列说法中正确的是 (　　)

A. 棱柱的面中,至少有两个面互相平行

B. 棱柱中两个互相平行的平面一定是棱柱的底面

C. 棱柱中一条侧棱的长叫做棱柱的高

D. 棱柱的侧面是平行四边形,但它的底面一定不是平行四边形

2. 下列命题中错误的是 (　　)

A. 以矩形的一边所在直线为旋转轴,其余三边旋转形成的曲面所围成的几何体叫圆柱

B. 以直角三角形的一条边所在直线为旋转轴,其余两边旋转形成的曲面所围成的几何体叫圆锥

C. 以直角三角形的一条直角边所在直线为旋转轴,其余两边旋转形成的曲面所围成的几何体叫圆锥

D. 以等腰三角形的底边上的高所在直线为旋转轴,其余各边旋转形成的曲面所围成的几何体叫圆锥

3. 用一个过正四棱柱底面一边的平面去截正四棱柱,截面形状是 (　　)

A. 正方形　　B. 矩形

C. 菱形　　D. 平行四边形

能力训练

4. 一个圆柱的母线长为5,底面半径为2,则圆柱的轴截面的面积为 (　　)

A. 10　　B. 20　　C. 40　　D. 15

5. 一个封闭的正方体,它的六个表面各标有 A,B,C,D,E,F 这六个字母中的一个字母,现放在下面3个不同位置,所看见的表面字母已标明,如图1-2所示,则 A,B,C 对面的字母分别为 (　　)

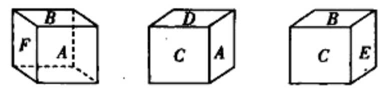


图1-2

A. D,E,F　　B. F,D,E

C. E,F,D　　D. E,D,F

6. 一个棱柱有10个顶点,所有的侧棱长的和为60 cm,则每条侧棱长为________ cm.

7. 把等腰三角形绕底边上的高旋转180°,所得的几何体是________.

8. 过球面上两点可能作出的球的大圆有________个.

创新拓展

9. 我国首都北京靠近北纬40°,求北纬40°纬线的长度(单位:km,地球半径约为6 370 km).

第 2 课时　简单组合体的结构特征

课前自学清单

教材扫描

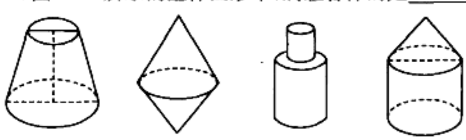
1. 简单组合体的构成有两种基本形式：一种是由简单几何体①______而成；另一种是由简单几何体②______而成.
2. 关于组合体的"接"与"切"."接"与"切"是一个相对的概念.如当一个三棱锥的四个顶点在一个球面上时，则三棱锥可看成是球的③______三棱锥，而相应的球叫做三棱锥的④______球.又如一个正方体内装有一个球，该球与正方体的六个面相切，则正方体可看成是球的⑤______正方体，而球可叫做正方体的⑥______球.

扫描指南

1. ①拼接；②截去或挖去一部分；
2. ③内接；④外接；⑤外切；⑥内切.

自主探究

3. 图 1－3 所示的立体图形中，属组合体的是______.



①　　②　　③　　④

图 1－3

4. 图 1－4 中的组合体是由______和______组成.

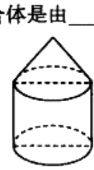


图 1－4

5. 指出图 1－5 中的组合体是由哪些基本几何体组合而成的.

(1)　　(2)　　(3)

图 1－5

(1)由______________组成；
(2)由______________组成；
(3)由______________组成.

6. 能与图 1－6 组成一个正方体的是　　(　　)

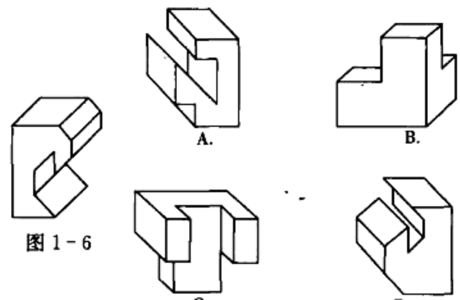


图 1－6

课堂合作清单

情境引入

在现实生活中，有许多的物品不是单个的几何体，而是由两个或两个以上单个几何体组成，你能列举一些吗？

【解答】 如台灯、饮水机、热水瓶等.

典例解析

题型一　探究简单组合体的生成规律

【例 1】 以正六边形的一边所在直线为轴旋转一周，所得几何体是由哪些简单几何体组成的？

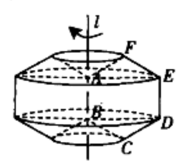


图 1－7

【解】 如图 1－7 所示，正六边形 $ABCDEF$ 以 AB 边所在直线 l 为旋转轴旋转一周，所得几何体是一个圆柱和两个各挖去一个圆锥的圆台的组合体.

题型二　运用"割"与"补"

【例 2】 图 1－8 中的燕尾槽工件(中间割去的为四棱台)是哪些简单几何体构成的？

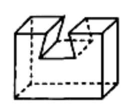


图 1－8

【解】 图 1－8 中的几何体可以看作是一个长方体割去一个四棱台所得的几何体，也可以看成是一个长方体与两个四棱台组合而成的几何体(如图 1－9).

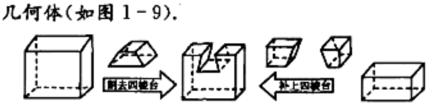
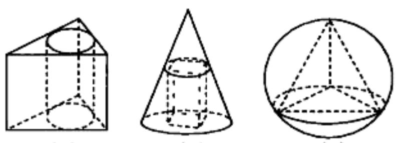


图 1－9

题型三　运用“切”与“接”

【例 3】 指出图 1－10 中三个几何体的主要结构特征.



(1)　　(2)　　(3)

图 1－10

【解】 图 1－10(1)中的几何体由一个三棱柱和一个圆柱组合而成，其中圆柱内切于棱柱；

图 1－10(2)中的几何体由一个圆锥和一个四棱柱组合而成，其中棱柱内接于圆锥；

图 1－10(3)中的几何体由一个球和一个三棱锥组合而成，其中三棱锥内接于球.

探究心得

1. 分析组合体的结构特征关键要对简单几何体较为熟悉，要知道它们的结构特征，会把整体看成个体. 会识别较复杂的图形是学好立体几何的第一步，望同学们观察周围物体，然后将它们“拆”成简单的几何体.

2. 一个平面图形绕某条直线旋转后会形成一个旋转体，如直角三角形绕其直角边旋转会形成一个圆锥，矩形绕其一边旋转会形成一个圆柱，直角梯形绕其直角腰旋转会形成一个圆台，半圆绕直径旋转会形成球等.

3. 立体图形的展开或＋平面图形的折叠是培养空间立体感的较好方法，希望同学们注意这方面的练习.

课后测控清单

共同基础

1. 若长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的对角线 AC_1 与 BD_1 交于 O，则这个长方体可看作是以 O 为顶点的________个四棱锥的组合体.

2. 明矾晶体的形状如图 1－11 所示，它共有________个顶点，________个面；它可以看作是由________个________(几何体)组成.

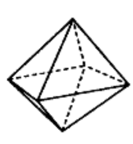


图 1－11

3. 图 1－12 是一个螺栓的示意图，它是由哪些几何体组合而成的？

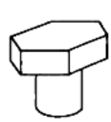


图 1－12

4. 如图 1－13，在直角坐标系中有一个 Rt$\triangle OAB$，现将该三角形分别绕 x 轴、y 轴各旋转一周，得到两个几何体，这两个几何体是同一类型的几何体吗？试分别画出它们的示意图.

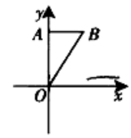


图 1－13

能力训练

5. 直角梯形以其较大的底边为旋转轴，其余各边旋转所得的几何体可看作　　(　　)

A. 一个棱柱叠加一个圆锥

B. 一个圆台叠加一个圆锥

C. 一个圆柱叠加一个圆锥

D. 一个圆柱挖去一个圆锥

6. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$BC=3$，$AC=4$，以斜边 AB 所在直线为轴旋转一周可得几何体，当用一个垂直于旋转轴的平面去截这个几何体时，所得截面圆的直径的最大值是________.

7. 用一个平行于圆锥底面的平面截这个圆锥，截得的圆台上、下底面半径的比是 1∶4，截去的圆锥的母线长为 3，则圆台的母线长为________.

创新拓展

8. 如图 1－14，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为底边 AB 上一点，连接 D_1B_1，DE，B_1E，则正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 可看成由两个几何体 $ADE-A_1D_1B_1$，$D_1B_1C_1-DEBC$ 组成，试问这两个几何体是棱柱或棱台吗？说明理由.

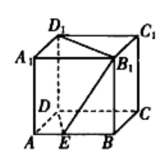


图 1－14

第3课时　空间几何体的三视图

课前自学清单

教材扫描

1. 平行投影的投影线互相平行，而中心投影的投影线①________. 在平行投影中，投影线②________________时，叫做正投影，否则叫做③________.
2. 空间几何体的三视图是指④________、⑤________、⑥________.
3. 三视图的排列规则是⑦________放在正视图的下方，长度与正视图一样，⑧________放在正视图的右面，高度与正视图一样，宽度与俯视图的宽度一样.
4. 三视图的正视图、侧视图、俯视图分别是从⑨________、⑩________、⑪________观察同一个几何体，画出的空间几何体的图形.

扫描指南

1. ①交于一点；②正对着投影面；③斜投影；
2. ④正视图；⑤侧视图；⑥俯视图；
3. ⑦俯视图；⑧侧视图；
4. ⑨正前方；⑩正左方；⑪正上方.

自主探究

5. 球的正视图、侧视图、俯视图都是________；正方体的正视图、侧视图、俯视图都是________.
6. 下面的几何体中，主视图不是三角形的是　（　　）
   A. 竖放的圆锥　　B. 三棱锥
   C. 三棱柱　　D. 竖放的正四棱锥
7. 对几何体的三视图，下列说法正确的是　（　　）
   A. 正视图反映物体的长和宽
   B. 俯视图反映物体的长和高
   C. 侧视图反映物体的高和宽
   D. 正视图反映物体的高和宽
8. 已知某物体的三视图如图1－15，那么这个物体的形状是　（　　）

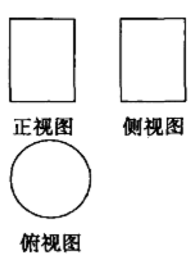


图1－15

A. 长方体　B. 圆柱　C. 立方体　D. 圆锥

课堂合作清单

情境引入

在工程建设或零件加工过程中，给出的图纸都是平面图. 如何将建筑物和加工零件用不同的平面图来表示，并且能让施工者和加工者根据平面图想象出空间图呢？你能吗？

学习空间几何体的三视图，就是为了解决这个问题，培养这种能力.

典例解析

题型一　用三视图表示简单物体

【例1】 把图1－16中的物体用三视图表示出来.

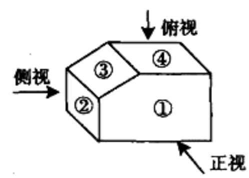


图1－16

思维分析　先按图上所指的方向确定三视图的投影方向，并着重分析图1－16所示的①、②、③、④四个平面的投影.

【解】 (1)画正视图. 按正视图的投影方向，从前往后看，物体上的平面①是平行于正面的，正视图上反映平面①的实形. 而平面②、③、④都垂直于正面，积聚为直线，与平面①的轮廓重合. 所以，物体的正视图就是平面①的轮廓形状.

(2)画侧视图. 从左往右看，平面②平行于侧面，平面①、④垂直于侧面，平面③与侧面倾斜. 根据正、侧视图高平齐和俯、侧视图宽相等的对应关系，对应画出侧视图.

(3)画俯视图. 从上往下看，平面④与水平面平行，平面①②垂直于水平面，积聚为直线. 平面③倾斜于水平面，在俯视图上是缩小的等边数图形. 画俯视图在左右的长度方向上都应一一对正.

(4)正视图与俯视图之间的间隔，正视图与侧视图之间的间隔，两者不一定相等. 但必须保证各视图内的线都应按三种视图投影规律画出.

物体的三视图如图1－17所示.

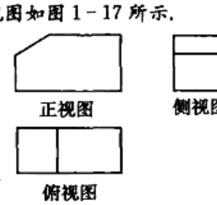


图1－17

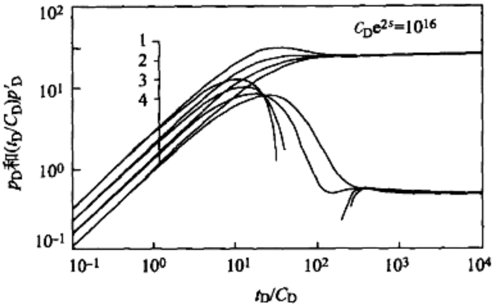


图 2　井筒存储系数变大时的双对数理论曲线

如令文献[3]中的解式(21)的表皮系数 $S=0$，C_D 用 C_De^{2S}代替，该解就变成了有效井径模型解，此时的实空间变量是 t_De^{2S}，经整理得：

$$\bar{p}_{wD}(Z) = \frac{K_0(\sqrt{Z})\left(\frac{1}{Z} + \frac{C_DC_{\phi D}/\alpha_0}{Z+1/\alpha_D}\right)}{\sqrt{Z}K_1(\sqrt{Z}) + C_De^{2S}ZK_0(\sqrt{Z})} \tag{9}$$

井筒存储系数变大时的拉氏空间解式(8)，如果也采用同样变换 $t_De^{2S}\to Z$，而不是 $t_D/C_D\to Z$，则该式可写成：

$$\bar{p}_{wD}(Z) = \frac{K_0\sqrt{Z}\frac{1}{Z} + \frac{\beta_D}{Z+\alpha_D}}{\sqrt{Z}K_1(\sqrt{Z}) + C_De^{2S}ZK_0(\sqrt{Z})} \tag{10}$$

只要将式(9)中的常数项再整理就会与式(10)完全一致。

因此可以认为，从气液再分布引起井筒存储系数增大出发研究这一现象，与从气液再分布引起井底附加压力出发研究这一现象，会得到完全一致的结论。

3 井筒存储系数任意变化的试井分析

在试井期间，由于井深的不同，流体 *pVT* 性质的不同，及试井方式的不同，会造成不同速度和程度的气液分离；而压力恢复和压力降落试井时的压力变化会造成井筒中流体油气比的不同变化等等。因此，井筒中流体平均压缩系数 C 及井筒存储系数 C_s 的变化可能是相当复杂的。本节提出了适应这种复杂情况的分析方法。

以二层为例，设二层的渗透率分别为 K_1，K_2；二层的孔隙度为 ϕ_1、ϕ_2；二层间流体的越流为拟稳态；二层的表皮伤害程度相同；地层等温；忽略重力作用；流体在地层中呈弱可压、单相、达西流。无限大地层定产压降时的压力定解问题 Bourdet[5]做过研究。如果考虑井筒存储系数是变化的，可改写内边界条件方程如下：

$$r\left(\frac{K_1h_1}{\mu}\frac{\partial p_1}{\partial r} + \frac{K_2h_2}{\mu}\frac{\partial p_2}{\partial r}\right)\Bigg|_{r_{we}} = -\frac{B}{2\pi}\left[q + \frac{C_s(p_w)}{B}\frac{dp_w}{dt}\right] \tag{11}$$

设：

$$C_s(p_w) = C_{SM}\cdot\alpha(p_w) \tag{12}$$

其中，C_{SM}是试井结束时已趋稳定的井储系数值；α 是随井底压力变化的无量纲变量。

定义拟井底压力 p_{pw}，

$$p_{pw} = \int_{p_w}^{p_i}\alpha(p_w)\,dp_w \tag{13}$$

由上，内边界条件方程可写成：

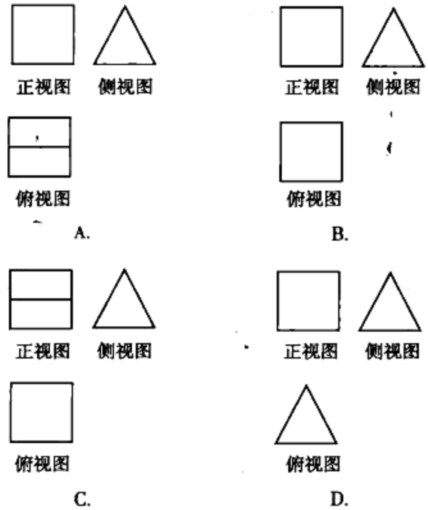
$$r\left(\frac{K_1h_1}{\mu}\frac{\partial p_1}{\partial r} + \frac{K_2h_2}{\mu}\frac{\partial p_2}{\partial r}\right)\Bigg|_{r_{we}} = -\frac{B}{2\pi}\left(q - \frac{C_{SM}}{B}\frac{dp_{pw}}{dt}\right) \tag{14}$$

若取 $\hat{\alpha}$ 为 $0\sim p_w(t)$之间的中值。

$$p_{pw} = \hat{\alpha}(p_i - p_w) \tag{15}$$

可得定产压降拉普拉斯空间压降解（无量纲形式）：

$$\bar{p}_{wD}(Z) = \left[Z\left(\hat{\alpha}Z + \frac{D(Z)}{K_1^0(\sigma_1)} + \frac{E(Z)}{K_1^0(\sigma_2)}\right)\right]^{-1} \tag{16}$$



能力训练

5. 如图 1－25，这些物体的正视图和俯视图中有错误的一项是（　　）

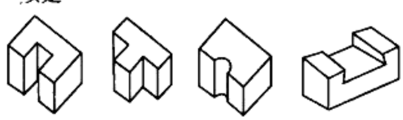
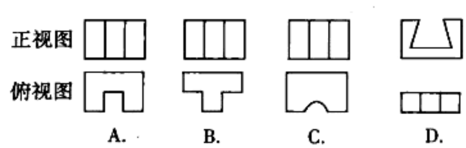


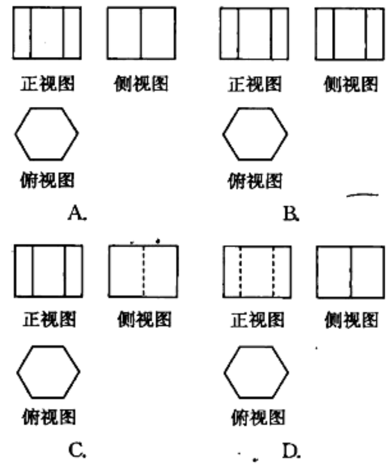
图 1－25



6. 试画出图 1－26 所示物体的三视图.

图 1－26

7. 下列各图是正六棱柱的三视图，其中画法正确的是（　　）



8. 如图 1－27，图(1)、(2)、(3)是图(4)所表示的几何体的三视图，其中图(1)是________，图(2)是______，图(3)是__________.（说出视图名称）

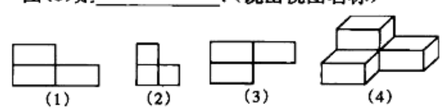


图 1－27

创新拓展

9. 根据图 1－28 中的三视图想象物体原形，并画出物体的实物图.

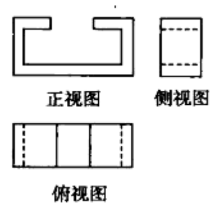


图 1－28

第 4 课时　空间几何体的直观图

课前自学清单

教材扫描

1. 表示空间图形的①__________，叫做空间图形的直观图.

2. 用斜二测画法画空间图形的直观图时，图形中平行于 x 轴、y 轴或 z 轴的线段，在直观图中分别画成②________于 x'轴、y'轴或 z'轴的线段，在直观图中长度③________；平行于 y 轴的线段，长度变为原来的④________.

3. 斜二测画法是一种特殊的⑤________投影画法.

扫描指南

1. ①平面图形；
2. ②平行；③不变；④一半；
3. ⑤平行.

自主探究

4. 图 1－29 所示是水平放置的三角形的直观图，AB 平行于 y 轴，则△ABC 是　（　）

A. 等边三角形
B. 等腰三角形
C. 直角三角形
D. 等腰直角三角形

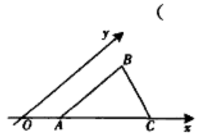


图 1－29

5. 正方体的直观图如图 1－30 所示，则其展开图是　（　）

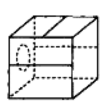
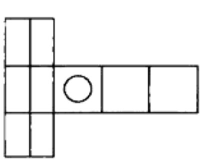
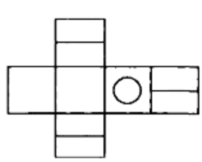


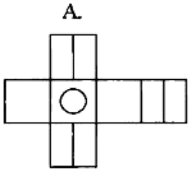
图 1－30



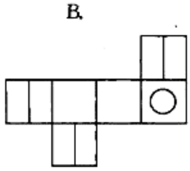
A.



B.



C.



D.

课堂合作清单

情境引入

我们在正视笔直宽广的公路时，看得越远感觉路越窄，这一感觉你能解释吗？

【解答】 我们的视觉具有中心投影特点，而中心投影的投影线相交于一点，因此，在正视笔直的公路时，看得越远，路显得越窄. 高中立体几何图形多为三视图和直观图，从投影角度看，都是平行投影下画出来的空间图形.

典例解析

题型一　平面图形的直观图

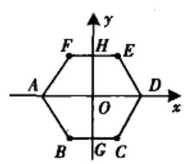
【例 1】 画水平放置的正六边形的直观图.

思维分析　画水平放置的正六边形的直观图，关键是确定六个顶点的位置.

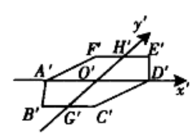
【解】 (1)在已知六边形 $ABCDEF$ 中，取对角线 AD 所在直线为 x 轴，取对称轴 GH 为 y 轴，x 轴和 y 轴相交于点 O，如图 1－31(1)；任取点 O' 画对应的 x' 轴、y' 轴，使 $\angle x'O'y'=45°$，如图 1－31(2).

(2)以点 O' 为 $A'D'$ 及 $G'H'$ 的中点，在 x' 轴上取 $A'D'=AD$，y' 轴上取 $G'H'=\frac{1}{2}GH$. 以点 H' 为 $E'F'$ 的中点画 $F'E'\parallel x'$ 轴，并使 $F'E'=FE$；再以 G' 为 $B'C'$ 的中点画 $B'C'\parallel x'$ 轴，并使 $B'C'=BC$.

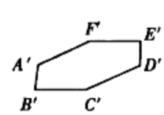
(3)顺次连接 A'，B'，C'，D'，E'，F'，A' 并擦去辅助线，所得六边形 $A'B'C'D'E'F'$ 就是水平放置的正六边形 $ABCDEF$ 的直观图，如图 1－31(3).



(1)



(2)



(3)

图 1－31

题型二　实物的直观图的画法

【例 2】 用斜二测画法画长、宽、高分别是 4 cm，3 cm，2 cm 的长方体 $ABCD-A'B'C'D'$的直观图.

思维分析 用斜二测画法，首先画出长方体的底面，然后画出 z 轴，使 $\angle xOz=90°$，其平行性和长度都不变.

【画法】 (1)画轴. 如图 1－32(1)，画 x 轴、y 轴、z 轴，三轴相交于点 O，使 $\angle xOy=45°$ $\angle xOz=90°$.

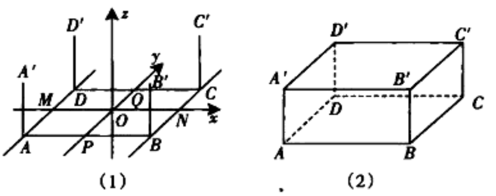


图 1－32

(2)画底面. 以点 O 为中点，在 x 轴上取线段 MN，使 $MN=4$ cm；在 y 轴上取线段 PQ，使 $PQ=\frac{3}{2}$ cm. 分别过点 M 和 N 作 y 轴的平行线，过点 P 和 Q 作 x 轴的平行线，设它们的交点分别为 A,B,C,D，四边形 $ABCD$ 就是长方体的底面 $ABCD$.

(3)画侧棱. 过 A,B,C,D 各点分别作 z 轴的平行线，并在这些平行线上分别截取 2 cm 长的线段 AA'，BB'，CC'，DD'，如图 1－32(1).

(4)成图. 顺次连接 A'，B'，C'，D'，并加以整理(去掉辅助线，将被遮挡的部分改为虚线)，得到长方体的直观图，如图 1－32(2).

题型三 已知几何体的三视图画直观图

【例 3】 图 1－33 为一几何体的三视图，用斜二测画法画出它的直观图.

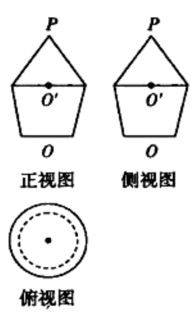


图 1－33

思维分析 由几何体的三视图知道，这个几何体是一个简单组合体，它的下部是一个圆台，上部是一个圆锥，并且圆锥的底面与圆台的上底面重合，我们可以先画出下部的圆台，再画出上部的圆锥.

【解】 (1)画轴. 如图 1－34(1)，画 x 轴、y 轴、z 轴，使 $\angle xOy=45°$，$\angle xOz=90°$.

(2)画圆台的两底面. 利用斜二测画法，画出底面 $\odot O$，在 z 轴上截取 OO'，使 OO' 等于三视图中相应高度，过 O' 作 Ox 的平行线 $O'x'$，Oy 的平行线 $O'y'$，利用 $O'x'$ 与 $O'y'$ 画出上底面 $\odot O'$(与画 $\odot O$ 一样).

(3)画圆锥的顶点. 在 Oz 上截取点 P，使 PO' 与三视图中相应的高相等.

(4)成图. 连接 PA'，PB'，$A'A$，$B'B$，整理得到三视图表示的几何体的直观图，如图 1－34(2).

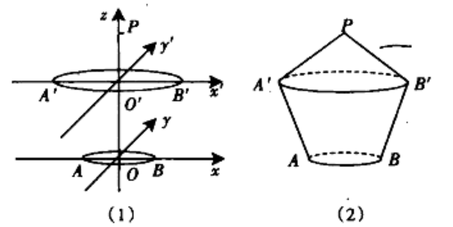


图 1－34

探究心得

1. 用斜二测法画直观图，关键是掌握水平放置的平面图形直观图的画法，而其中的关键是确定多边形顶点的位置.

2. 用斜二测法画水平放置的平面图形的步骤为：画轴、取点、成图. 图形中平行于 x 轴的线段，在直观图中仍平行于 x' 轴且长度保持不变，平行于 y 轴的线段，仍平行于 y' 轴，长度变为原来的一半；与坐标轴不平行的线段，可通过确定端点的办法来解决.

3. 将三视图还原成空间几何体，应充分抓住正视图、俯视图与侧视图的结构特征进行逆向思维，并联想基本几何体的图形结构，而将直观图还原为其空间几何体时，应抓住斜二测画法的规则.

课后测控清单

共同基础

1. 根据斜二测画法的规则画直观图时，把 Ox，Oy，Oz 轴画成对应的 $O'x'$，$O'y'$，$O'z'$，作 $\angle x'O'y'$ 与 $\angle x'O'z'$ 的度数分别为 ( )

A. 90°，90°　　B. 45°，90°

C. 135°，90°　　D. 45°或 135°，90°

2. 关于"斜二测"直观图的画法，下列说法不正确的是 ( )

A. 原图形中平行于 x 轴的线段，其对应线段平行于 x' 轴，长度不变

B. 原图形中平行于 y 轴的线段，其对应线段平行于 y' 轴，长度变为原来的 $\frac{1}{2}$

C. 画与直角坐标系 xOy 对应的 $x'O'y'$ 时，$\angle x'O'y'$ 必须是 45°

D. 在画直观图时，由于选轴的不同，所得的直观图可

能不同

3. 两条相交直线的平行投影是　(　　)

A. 两条相交直线

B. 一条直线

C. 一条折线

D. 两条相交直线或一条直线

4. 下列叙述中正确的个数是　(　　)

①相等的角，在直观图中仍相等；

②长度相等的线段，在直观图中长度仍相等；

③若两条线平行，在直观图中对应的线段仍平行；

④若两条线段垂直，则在直观图中对应的线段也互相垂直.

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

能力训练

5. 水平放置的$\triangle ABC$有一边在水平线上，它的直观图是正$\triangle A_1B_1C_1$，则$\triangle ABC$是　(　　)

A. 锐角三角形　　B. 直角三角形

C. 钝角三角形　　D. 任意三角形

6. 一个水平放置的平面图形的斜二测直观图是一个底角为45°、腰和上底均为1的等腰梯形，则这个平面图形的面积是　(　　)

A. $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $1+\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $1+\sqrt{2}$　　D. $2+\sqrt{2}$

7. 一个长方体去掉一角的直观图如图1-35所示，关于它的三视图，下列画法正确的是　(　　)

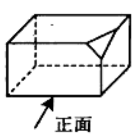
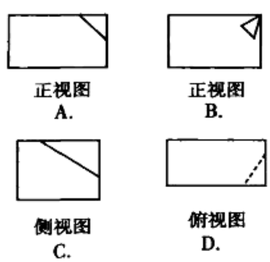


图1-35



8. 图1-36为水平放置的三角形的直观图，D'是$\triangle A'B'C'$中$B'C'$边的中点，那么$A'B'$，$A'D'$，$A'C'$三条线段对应原图形中线段AB，AD，AC中　(　　)

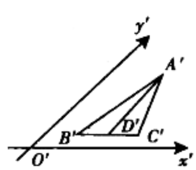


图1-36

A. 最长的是AB，最短的是AC

B. 最长的是AC，最短的是AB

C. 最长的是AB，最短的是AD

D. 最长的是AD，最短的是AC

9. 平面直角坐标系中点$M(4,4)$在直观图中对应点M'，则M'的找法是____.

10. 若线段AB平行于投影面，O是AB上一点，且$AO:OB=m:n$，则O的平行投影O'分AB的平行投影$A'B'$的长度之比为________.

创新拓展

11. 图1-37是一个几何体的三视图，用斜二测画法画出它的直观图.

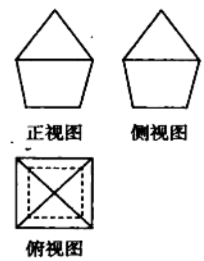


图1-37

12. 画水平放置的正五边形的直观图.

第5课时　柱体、锥体、台体的表面积与体积

课前自学清单

教材扫描

1. 棱柱的侧面展开图是由①＿＿＿＿＿＿＿＿，
棱锥的侧面展开图是由②＿＿＿＿＿＿＿＿，
棱台的侧面展开图是由③＿＿＿＿＿＿＿＿，
圆柱的侧面展开图是④＿＿＿＿＿＿＿＿，
圆锥的侧面展开图是⑤＿＿＿＿＿＿＿＿，
圆台的侧面展开图是⑥＿＿＿＿＿＿＿＿.

2. 几何体的表面积是指⑦＿＿＿＿＿＿，求棱柱、棱锥、棱台的表面积问题就是求⑧＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿的面积问题，求圆柱、圆锥、圆台的表面积问题就是求⑨＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿的面积问题.

3. 几何体的体积是指⑩＿＿＿＿＿＿＿＿，一个组合体的体积等于⑪＿＿＿＿＿＿＿＿.

扫描指南

1. ①平行四边形组成的平面图形；②三角形组成的平面图形；③梯形组成的平面图形；④一个矩形；⑤一个扇形；⑥一个扇环；

2. ⑦各个面的面积之和；⑧平行四边形、三角形和梯形；⑨圆、矩形、扇形和扇环；

3. ⑩几何体占空间部分的大小；⑪它的各部分体积的和.

自主探究

4. 圆柱的表面积公式是 $S_{圆柱}=$＿＿＿＿＿＿，体积公式是 $V_{圆柱}=$＿＿＿＿＿＿；圆锥的表面积公式是 $S_{圆锥}=$＿＿＿＿＿＿，体积公式是 $V_{圆锥}=$＿＿＿＿＿＿；圆台的表面积公式是 $S_{圆台}=$＿＿＿＿＿＿；体积公式是 $V_{圆台}=$＿＿＿＿＿＿.

5. 棱长都是1的三棱锥的表面积为（　　）

A. $\sqrt{3}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $3\sqrt{3}$　　D. $4\sqrt{3}$

6. 圆锥底面半径为1，其母线与底面所成的角为60°，则它的侧面积为＿＿＿＿＿，它的体积为＿＿＿＿＿.

7. 若圆台的上、下底面半径分别是1和3，它的侧面积是两底面面积和的2倍，则圆台的母线长是（　　）

A. 2　　B. 2.5　　C. 5　　D. 10

课堂合作清单

情境引入

日常生产、生活中很多装液体的容器，往往都是圆柱体，如：水桶、汽油桶、暖瓶、酒瓶等，你知道为什么吗？

【解答】 这是因为装同样体积的液体容器中，如果容器的高度一样，那么，侧面所需的材料就以圆柱体的容器最省.

典例解析

题型一　几何体的表面积问题

【例1】 已知圆台的母线长为3，上、下底面半径分别是2，4，求圆台的表面积.

思维分析 利用圆台的侧面展开图是一个扇环，它的表面积等于上、下两个底面的面积和加上侧面的面积.

【解】 $S_{上}=\pi\cdot 2^2=4\pi$，

$S_{下}=\pi\cdot 4^2=16\pi$，

$S_{侧}=\pi(2+4)\times 3=18\pi$，

所以，圆台的表面积：$S_{上}+S_{下}+S_{侧}=4\pi+16\pi+18\pi=38\pi$.

题型二　柱、锥、台体的体积

【例2】 如图1-38所示，在长方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中，用截面截下一个棱锥 $C-A'DD'$，求棱锥 $C-A'DD'$ 的体积与剩余部分的体积之比.

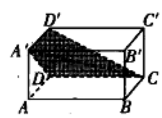


图1-38

思维分析 剩余部分的体积等于长方体的体积减去三棱锥的体积.

【解】 已知长方体可看成直四棱柱 $ADD'A'-BCC'B'$，设它的底面 $ADD'A'$ 面积为 S，高为 h，则它的体积为

$$V=Sh.$$

而棱锥 $C-A'DD'$ 的底面面积为 $\frac{1}{2}S$，高是 h.

因此，棱锥 $C-A'DD'$ 的体积

$$V_{C-A'DD'}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}Sh=\frac{1}{6}Sh.$$

余下的体积是 $Sh-\frac{1}{6}Sh=\frac{5}{6}Sh$.

所以棱锥 $C-A'DD'$ 的体积与剩余部分的体积之比为 $\frac{1}{6}Sh:\frac{5}{6}Sh=1:5$.

探究心得

1. 求几何体的表面积和体积，首先要理解并熟练掌握表面积和体积公式. 表面积包括底面面积和侧面面积. 求体积关键是求底面积和高.

2. 求表面积和体积总离不开解三角形，因此应充分利用几何体中的棱、母线、高及底面边长、半径等几何量构造三角形，综合所学知识依据求解问题需要，建立关系式达到解决问题的目的.

3. 要注意初中知识在本节中的应用：①勾股定理；②三角函数；③比例关系；④面积公式.

4. 求表面积和体积还经常用到如下方法：①等积法；②转化法；③割补法；④比例关系法等.

课后测控清单

共同基础

1. 正方体的全面积是 96，则它的体积是 （　　）

A. $48\sqrt{6}$　　B. 64　　C. 16　　D. 96

2. 若圆锥的轴截面是正三角形，则它的侧面积是底面积的 （　　）

A. $\sqrt{2}$倍　　B. 3 倍　　C. 2 倍　　D. 5 倍

3. 圆柱的一个底面积为 S，侧面展开图是一正方形，那么这个圆柱的侧面积是 （　　）

A. $4\pi S$　　B. $2\pi S$　　C. πS　　D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi S$

能力训练

4. 六棱柱的两底面是正六边形，侧面是全等的矩形，它的底面边长为 4，高为 12，则它的全面积是 （　　）

A. $48\sqrt{3}+288$　　B. $24\sqrt{3}+288$

C. $48\sqrt{3}+144$　　D. $24\sqrt{3}+144$

5. 若长方体的三个面的面积分别是$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{6}$，则长方体的体积为 （　　）

A. $2\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{6}$　　C. 6　　D. 12

6. 五棱台的上、下底面均是正五边形，边长分别为4 cm 和 6 cm，侧面是全等的等腰梯形，侧棱长是5 cm，则它的侧面积是________.

7. 已知棱长为 1，各面都是正三角形的四面体，则它的表面积是________.

8. 圆锥的表面积是 9 m^2，且它的侧面展开图是一个半圆，则其底面直径是________.

9. 圆台的两个底面半径分别是 2 cm，4 cm，截得这个圆台的圆锥的高为 6 cm，则这个圆台的体积是________.

10. 由 8 个面围成的几何体，每一个面都是正三角形，且有四个顶点 A，B，C，D 在同一个平面内，$ABCD$ 是边长为 20 cm 的正方形，求此几何体的表面积和体积.

11. 圆柱内有一个三棱柱，三棱柱的底面是正三角形，且顶点均在圆柱上、下底面的圆周上，如果三棱柱的体积为 V，圆柱的底面直径与母线长相等，那么圆柱的体积为多少？

创新拓展

12. 如图 1 - 39，已知$ABCD-A_1B_1C_1D_1$是棱长为 a 的正方体，E，F 分别为棱 A_1A 与 C_1C 的中点，求四棱锥A_1-EBFD_1的体积.

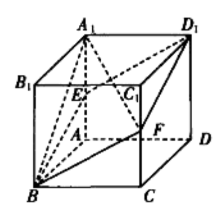


图 1 - 39

第 6 课时　球的体积和表面积

课前自学清单

教材扫描

1. 用一个平面去截一个球，截面是圆面. 球的截面有下面的性质：

(1)球心和截面圆心的连线①________于截面；

(2)球心到截面的距离 d 与球的半径 R 及截面的半径 r 有下面的关系：②________.

2. 球面被经过球心的平面截得的圆叫做③________，被不经过球心的截面截得的圆叫做④________.

3. 球面距离：在球面上，两点之间的最短连线的长度，就是经过这两点间的大圆在这两点间的一段⑤________的长度，我们把这个弧长叫做两点的球面距离.

4. 球的体积及球的表面积公式.

(1)半径为 R 的球的体积 $V=$⑥________；

(2)半径为 R 的球的表面积为 $S=$⑦________.

扫描指南

1. ①垂直；②$d^2=R^2-r^2$；
2. ③大圆；④小圆；
3. ⑤劣弧；
4. ⑥$\frac{4}{3}\pi R^3$；⑦$4\pi R^2$.

自主探究

5. 一个球的直径为 10 cm，它的体积为________，表面积为________.

6. 两个半径为 1 的铁球，熔化后铸成一个大球，这个大球的半径为（　　）

A. 2　　B. $\sqrt[3]{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$

7. 设正方体的表面积为 24 cm^2，一个球内切于该正方体，那么这个球的体积是（　　）

A. $\sqrt{6}\pi\ cm^3$　　B. $\frac{32}{3}\pi\ cm^3$

C. $\frac{8}{3}\pi\ cm^3$　　D. $\frac{4}{3}\pi\ cm^3$

8. 一个球的大圆面积增为原来的 100 倍，那么这个球的体积有什么变化？

课堂合作清单

情境引入

我们知道，地球是一个椭球体，但在一般计算中我们却常常把它近似地看成一个球体，其半径比一个篮球的半径大得多，现在的问题是：做两个金属圈，再把两个圈的周长都增加 1 m，则这两个金属圈与原物体之间就有了空隙. 再假如金属圈与原物体之间的空隙是均匀的，那么大金属圈与地面之间的空隙宽度大，还是小金属圈与篮球之间的空隙宽度大？

【解答】 本题的结论实在是出人意料. 如果不加计算的话，很容易犯想当然的错误. 设地球的赤道长为 C m，篮球的大圆周长为 C' m，并设地球的半径为 R m，篮球的半径为 r m，则有 $R=\frac{C}{2\pi}$，$r=\frac{C'}{2\pi}$，$\frac{(C+1)}{2\pi}-\frac{C}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}$，$\frac{(C'+1)}{2\pi}-\frac{C'}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}$.

可见，空隙的宽度（即周长增加 1 米时半径的增加值）均为 $\frac{1}{2\pi}$，是一样的.

典例解析

题型一　球的截面问题

【例 1】 在球内有相距 1 cm 的两个平行截面，截面面积分别是 $5\pi\ cm^2$ 和 $8\pi\ cm^2$，球心不在截面之间，求球的表面积.

思维分析　画出大圆作出截面图求解此题.

【解】 画出轴截面如图 1－40.

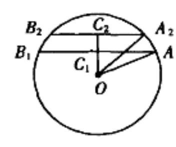


图 1－40

圆 O 是球的大圆，A_1B_1，A_2B_2 分别是两条平行于截面圆的直径，过 O 作 $OC_1\perp A_1B_1$ 于 C_1，交 A_2B_2 于 C_2. 由于 $A_1B_1 /\!/ A_2B_2$，所以 $OC_2\perp A_2B_2$. 由圆的性质可得，C_1 和 C_2 分别是 A_1B_1 和 A_2B_2 的中点.

设两平行平面的半径分别为 r_1 和 r_2，且 $r_1>r_2$.

依题意 $\pi r_1^2=8\pi$，$\pi r_2^2=5\pi$.

得 $r_1^2=8$，$r_2^2=5$.

又因为 OA_1 和 OA_2 都是球的半径 R，

所以 $OC_1=\sqrt{R^2-r_1^2}=\sqrt{R^2-8}$，

$OC_2=\sqrt{R^2-r_2^2}=\sqrt{R^2-5}$.

从而有 $\sqrt{R^2-5}-\sqrt{R^2-8}=1$.

解这个方程得 $R^2=9$.

故 $S_{球}=4\pi R^2=36\pi(cm^2)$.

【点拨】 有关球的截面问题，通常画出大圆，在平面当中寻找并建立已知和未知之间的关系.