普通高中课程标准

Mathematics 数学

教师教学拓展读本

中学数学教材实验研究组 编著

人民教育出版社

普通高中课程标准　数学

教师教学拓展读本

中学数学教材实验研究组　编著

人民教育出版社
·北京·

图书在版编目（CIP）数据

普通高中课程标准数学教师教学拓展读本/中学数学教材实验研究组著. —北京：人民教育出版社，2008
ISBN 978-7-107-20383-1

Ⅰ. 普...
Ⅱ. 中...
Ⅲ. 数学课—高中—教学参考资料
Ⅳ. G633.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 009127 号

人民教育出版社 **出版发行**
网址：http://www.pep.com.cn
北京汇林印务有限公司印装　全国新华书店经销
2008 年 6 月第 1 版　2008 年 7 月第 1 次印刷
开本：787毫米×1 092毫米　1/16　印张：17
字数：360 千字　印数：0 001～2 000 册
ISBN 978-7-107-20383-1
G·13433
定价：22.70 元

如发现印、装质量问题，影响阅读，请与本社出版科联系调换。
（联系地址：北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼　邮编：100081）

前 言

现在全国部分省、市的普通高中正在按照教育部的部署进行高中数学课改试验．我们有幸参加了教材的编写和实验研究工作．在工作过程中，我们特别关注教师的数学水平和教师培训工作．深深体会到，要做好这次高中数学教育改革，关键是要提高中学数学教师的数学水平．教师对所教的数学内容，必须有深刻地理解，要知道它们在整个数学学科中的作用、地位和来龙去脉，以及在数学发展的不同层面上，它们的直观内涵和理论基础。只有教师对所要教的知识有深刻的理解，教师才能把握好教材，才能帮助学生形成正确的数学概念和掌握抽象的数学知识．也只有这样，教师才能在不同的知识层面上，使不同层次的学生学好数学．

新的高中数学课程标准，不仅课标的基本理念、教学要求和教学手段发生了较大的变化，更重要的是，引进较多的新的数学内容，其内容涉及到数理逻辑、算法、微积分、向量几何和统计与概率等．大家可能认为，这些内容在大学都学过，进行教学不会发生太大的困难．然而，这些新的知识在高中的处理方式和大学是不同的，因此，即使以前对这些内容掌握得不错，但要将这些内容教给中学生，并让他们学好，绝不是一件简单的事．大家有必要对这些内容下大力气进行再创造，才能有较好的教学效果．

根据上面的思考，我们产生了编写这本《教师教学拓展读本》的愿望，以帮助教师提高自己的数学素质和教学水平，尽快适应这次数学教育的重大改革．

本书共分五个部分：集合与逻辑、微积分、向量几何、概率与统计和代数．

在前四部分内容中，首先分析这些内容在高中数学中的作用和地位，并提出教学要求；然后分章讲述各个内容涉及的数学基本概念和数学方法；在大学数学的基础上，进行再创造，尽量讲述概念和方法的直观背景与来龙去脉，说出概念和方法的数学本质；对教学内容进行了详细地分析，并适当提出一些教学建议，供教师参考．部分内容还通过例习题，介绍解题的方法和技能．

在课程标准中，传统代数内容几乎没有涉及，但它的方法和技能遍及整个高中数学，教师在教学中必须给予足够的重视．为此，我们编写了第五部分“代数”供教师参考．

为数学教师编写这种读本，我们还缺乏经验．恳切希望大家读后提出意见，以促使我们更好地为老师们服务．

中学数学教材实验研究组

目录

第一部分　集合与逻辑

第二部分　微积分

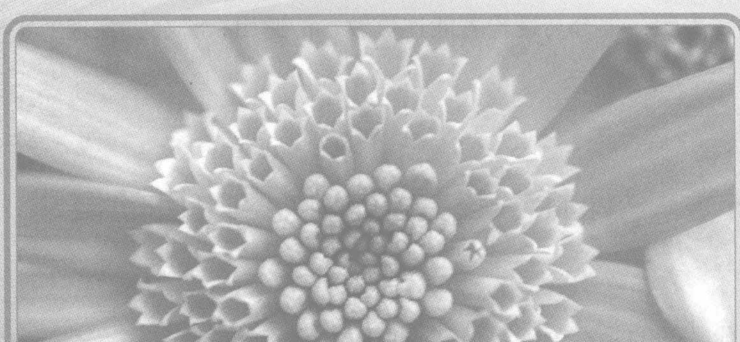
第三部分　向量几何

第四部分　概率与统计

第五部分　代数

第一部分　集合与逻辑

□　李建才



引　言

根据我国《普通高中数学课程标准（实验）》（以下简称“课标”）的要求和理念，高中数学课程的总体结构和布局是：

（必修 5 个模块）+（选修系列 1～4）

在选修内容中，系列 1（2 个模块）为人文、社科方向的学生所必选；系列 2（3 个模块）为理工方向的学生所必选；系列 3（6 个专题）、系列 4（10 个专题）为任选内容．可见，“课标”下的高中数学课程确实是一项气势宏大的工程．

在这一工程的基础内容中，必修数学 1 的开篇第一章内容就是《集合》，而选修系列 1 与选修系列 2 的第一章内容，都是内容、要求、说明及建议完全一样的《常用逻辑用语》．这就是说，高中学生无论要向哪个方面发展，都必须学习逻辑．这就清楚地表明：《常用逻辑用语》对高中学生实质上是必修，必须认真学好．

实际上，集合与逻辑是联系在一起的，都是数学的基础，是语言，是工具，是数学的精神支柱．教学实践表明：集合与逻辑若能连贯教、汇通用，将会提高理解水平，增强数学能力．

第一章　“课标”设置这些内容的目的要求

集合语言是现代数学的基本语言，集合论是数学的基础．

1.1　集合语言是基本语言，是数学基础

高中数学课程不是讲集合论，只是集合的初步知识，只将集合的基本含义、基本关系和基本运算给出介绍，将集合作为一种语言来学习，在基本理解的基础上，会使用基本的集合语言表示有关的数学对象、发展运用数学语言进行表达与交流的能力．具体要求是：

（1）了解集合的含义、体会元素与集合的属于关系，感受集合语言描述具体问题的意义和作用；

（2）理解集合之间的相等、包含关系的意义，能在具体问题的情境中，认识全集、空集的含义，识别给定集合的子集．

（3）理解集合的基本运算的含义（交、并、补）并会求出给定集合的交集、并集与补集．明确相关运算及其结果的相应 Venn 图示．

(4) 数学 B 版教材特别强调：① 集合的"特征性质"描述法，突出"特征性质"而不是"一般特性"．② 集合之间的包含关系与特征性质之间的推出关系．③ 突出集合的"外延"与"内涵"的同一性：外延的包容性与内涵的逻辑性是同一的，可以相互转化、互为利用，即：设 $A=\{x \mid p(x)\}$，$B=\{x \mid q(x)\}$，则

$$(A\subseteq B) \quad (p(x) \Rightarrow q(x));$$
$$(A\supseteq B) \quad (p(x) \Leftarrow q(x));$$
$$(A=B) \quad (p(x) \Leftrightarrow q(x)).$$

1.2 逻辑用语是科学语言的内核

逻辑用语是科学语言的内核，正确地使用逻辑用语是现代公民应具有的基本素质．

高中数学课程的选修内容，主要是满足学生的兴趣和对未来发展的需求，为进一步学习、获得较高数学素养奠定基础．学习逻辑用语主要是了解和体认基本的逻辑用语，提高在进行交流、思考和从事各项事业的工作中，正确运用逻辑语言准确表达自己的思想和数学内容的能力．具体要求是：

(1) 了解命题及其逆、否、逆否命题；理解必要条件、充分条件与充要条件的意义，会分析四种命题的相互关系．

(2) 通过实例，了解逻辑联词"或"、"且"、"非"的含义．

(3) 通过生活和数学中的丰富实例，理解全称量词与存在量词的意义，并能正确地对含有一个量词的命题进行否定．

(4) 数学 B 版教材特别要求强调：① 明确命题与复合命题的意义与真值表；② 介绍由条件与结论组成的命题形式"$p\rightarrow q$"；③ 突出充分、必要条件的逻辑关系等价"链"：$p\rightarrow q$ 真 $\equiv p\Rightarrow q\equiv p$ 是 q 的充分条件 $\equiv q$ 是 p 的必要条件，以明确其逻辑实质，避免"形式地"去死记硬套；④ 利用③正确地把握常用逻辑推证方法的逻辑依据．

通过学习以上内容，要体会逻辑用语在数学表述和论证中的作用，并用这些逻辑用语准确地表达数学内容，准确地进行论证，更好地进行交流；要体会并掌握这些逻辑用语的意义和用法，纠正出现的逻辑错误，体现用之表达数学内容的准确、简洁性，提高数学素养．

第二章　教材中的《集合》与《常用逻辑用语》内容简介

2.1 关于《集合》一章

这一内容是高中数学必修教材数学 1 开篇第一章，依据"课标"对这一内容的要求，

其内容结构是：

以集合这一不定义概念为中心，探讨其含义及表达方法；明确集合与元素、集合与集合之间的关系；理解集合间的运算规则及其生成结果（交、并、补及交集、并集、补集）和相关的重要概念——空集、全集；沿着这一主线，充分结合学生的生活经验和已有知识基础，配以丰富的实例，逐步引进准确的集合语言以及直观的 Venn 图展示，构成概念—关系—运算的体系.

必须说明：

(1) 集合语言有着一套科学符号，必须熟悉这些符号的含义，才能正确运用，才能把握集合语言的准确性，才能更好地理解自然语言、集合语言、图形语言的不同意义和作用. 这些符号有：关系符号——$\in$，$\subseteq$，$\subsetneqq$；运算符号——$\cap$，$\cup$，$\complement$；特殊集合符号——$\varnothing$，U 或 I；特征性质法描述集合的符号——$A=\{x \mid p(x)\}$.

(2) 维恩图是直观展示集合关系、运算等抽象理性概念的有力工具，要充分发挥其作用.

依据“课标”的要求，集合在高中数学的教材中，仅安排 4 课时，不要求也不可能介绍“集合论”的系统内容，就是朴素的集合论内容，也不追求完整，只要求将集合作为一种语言来学习，只要求学生以生活经验和已有知识，通过大量实例理解集合的含义. 熟悉表达符号，学会使用最基本的集合语言表示有关的数学对象，并进行一定的交流. 从而提高简洁、准确的数学表达和交流能力.

因此，教材中的内容要点有：

- 集合的概念、元素、属于关系；
- 集合的表示法、列举法、描述法；
- 集合间的包含关系、子集、集合的相等；
- 集合间的运算：交（交集）、并（并集）、补（补集）；
- 特殊集：空集、全集.

把握以上要点，理解概念内涵，掌握科学符号，并配以恰当地直观图示（维恩图），针对学生已有的知识水平和思维水准，列举大量丰富的实例，创设多样化的表达、交流情境和机会，达到教学互动，将是取得预期教学效益的有效途径.

2.2 关于《常用逻辑用语》一章

这一章内容是高中数学选修教材系列 1 与选修教材系列 2 的开篇第一章. 实际上这意味着高中生进一步深造（无论是文或理的方向）都必须学习《常用逻辑用语》.

根据“课标”的要求，教材《常用逻辑用语》一章的内容结构如下：

“命题”是中心，“量词”、“逻辑联词”、“充分条件必要条件”四种命题形式逐级发展，步步深入，从中逐步体会、初步应用.

说明：

(1) 严格说，∀，∃，∨，∧，¬，→都是数理逻辑中的逻辑词. 其中，∀，∃叫量词，其余叫联结词（联词）. →表示“蕴涵”. 有的书上也用“⇒”表示蕴涵.

(2) 命题 $p \to q$，只研究其四种形式和 p，q 之间的逻辑关系：充分、必要、充要条件. 其余内容不涉及. 但要求教师应扩展一点知识，以下会详细讲述.

教材依据“课标”要求，既不追求完整的“形式逻辑”内容（系统地从思维形式方面研究概念、判断、推理及其正确联系的规律和方法），又不是专门地学习“数理逻辑”内容（用严密的符号系统形式化方法研究逻辑问题、研究推理演算问题）. 而是着眼于常用逻辑用语，着力于从学生熟知的数学基础知识出发，介绍简明、常用的逻辑用语、逻辑联词、常见命题的结构和复合等，并结合数学学习应用它们，提高对数学的准确、简洁的表达水平，理解数学论证的精要，提高交流水平和数学素养，为进一步的数学学习和实践运用奠定基础.

因此，本教材的内容要点有：

· 命题、量词、含有量词的命题；

· 基本逻辑联词——且、或、非（否定）；

· 含有逻辑联词的命题（复合命题）的逻辑含意；

· 复合命题的否定；

· 由条件、结论组成的命题及其四种形式；

· 充分条件、必要条件、充要条件；

· 探索与研究：集合与逻辑用语之关联.

把握以上各要点，并掌握各要点的科学内涵，理解这些内容的教法，熟悉它们的符号、记法和有关联系，将是体会运用、提高表达和交流能力的有效途径.

第三章　集合与逻辑初步知识选讲

3.1　集合

1. 小史：集合论是著名法国数学家康托尔（1845—1918）创建的.

1874 年，康托尔发表了论文《关于一切实代数数的一个性质》，这标志着点集合论的诞生，因为它提供和确认了研究集合相等的一个准则和方法——一一对应的思考与方法，并以此来判明两种不存在一一对应的典型的无穷集合：证明有理数集、代数数集和正整数集合一一对应，但实数集和正整数集不存在一一对应. 这表明，一一对应不仅是两个（或多个）有穷集合相等的标准，而且也是两个无穷集合相等的标准.

康托尔在上述论文中，应用一一对应的方法，像处理有穷集合那样比较了无穷集合，而且还给实无穷建立了一套运算，清楚了无穷集合的如下一些性质：

（1）证明了所有代数数集合是可数的（与正整数集合可一一对应，称为可数集）.

（2）证明了与一线段对应的实数集合是不可数的.

（3）证明了超越数集合是不可数的.

（4）说明并非所有无穷集合都可数，无穷集合也有大小的区别.

以上就为康托尔创建集合论奠定了基础，接着他把这些成果推广到 n 维空间，建立起了全新的具有划时代意义的集合论.

在集合论中，他定义了集合、基数（势）、序数、序型等概念，揭示了“数”概念的本质属性，从而使集合论成为数学的基础.

2. 集合概念的描述

集合是数学中的原始概念，一般不给它下定义，只是对它的含义作一些描述，并通过一些具体例子去理解“集合是什么?”例如：

全体自然数就组成一个集合；

全体中国人也组成一个集合；

一条直线段上的点可以组成一个集合；

小于 10 的质数组成一个集合；

中国国家足球队的全体队员组成一个集合.

总之，依据事物客体的某些共性，聚积起来组成一整体，就是一个集合. 这就是说，将确定的不同的事物客体组成一个整体（一类、一群、一堆）就是一个集合. 其中每一个事物客体就称为该集合的元素.

事物客体 x 是集合 A 的元素，记为 $x\in A$，读作“x 属于 A”或“x 是 A 的元素”.

事物客体 y 不是集合 A 的元素，记为 $y\notin A$，读作“y 不属于 A”或“y 不是 A 的元素”.

综上所述，集合概念的唯一要素是“元素”. 一个给定集合的元素必须是：① 确定的，不能似是而非、模棱两可，更不能无法断定；② 不相同的（互异），不能重复出现，同一个元素重复列举只算一个；③ 无序的，相同元素的不同排列顺序，仍是一个集合.

实际上，集合概念抽象，但熟悉的实例模型很多，在数学的各分支中，应用的场合比比皆是. 例如：

在算术中，常见的数集，如：正偶数集$\{2, 4, 6, \cdots\}$；

在代数中，解集；

在几何中，适合某条件的点集；

在统计中，某实验测得的数据集合；

在概率中，可能事件的集合；

在测量中，度量单位的集合；

在日常生活中，具有某特点的人或事物的集合.

可见，集合论已成为新的数学研究的基础. 它使数学从研究单个的数中解放出来，使

它有可能去研究由数构成的集合的整体性质．同时，集合论也使许多涉及一些关系而不是涉及一些数的问题有可能得到解决．现已证实，在设计计算机时，集合论也很有用处．

3．集合的表示法

当一个集合 A 的元素已由元素 a_1，a_2，a_3，…，a_n 唯一确定后，这个集合就可以表示为

$$A=\{a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n\}.$$

这称为列举(元素)法．实质上是“圈定”了这一集合的“处延”．

特别地，当一个集合只有一个元素 a 时，称为单元(素)集，记为$\{a\}$；而对于一个元素都没有包含的集合，则称为空集，记为$\varnothing$．

另外，集合论中有一个概括原则：任给一个性质 p，存在着一个集合 S，它恰好是由具有性质 p 的那些客体对象组成的，并记为

$$S=\{x \mid p(x)\}.$$

这就要求，要确定 a 是否是 S 的元素，取决于 a 是否具有性质 $p(a)$，即，如果 $p(x)$是一个语句，则 $a\in S=\{x \mid p(x)\}$当且仅当 $p(a)$是一个真语句．

由此可知，一个集合 S 还可以通过其元素的一个共有“特性”来表示，这就是“特征性质描述法”：

$$S=\{x \mid p(x)\}.$$

应该特别指出：①这里所说的“特性”是“特征性质”，并不是指集合内元素的任一个共有性质，而必须是指“集合的元素都具有，且不在集合内的又都不具有”的性质．②注意与概括性原则是一致的．

例如，(平行四边形集合) $B=\{x \mid x$ 的两组对边分别平行$\}$✓，

(平行四边形集合) $A=\{y \mid y$ 的一组对边平行$\}$×．

而依据概括原则应该有：

$\{x \mid x$ 的两组对边分别平行$\}$可组成集合$\{$平行四边形$\}$；$\{y \mid y$ 的一组对边平行$\}$可组成集合$\{$平行四边形+梯形$\}$，而不能是组成集合$\{$平行四边形$\}$．

实际上，集合的特征性质描述法表示，就是揭示其元素的本质属性，就是“展示”集合的“内涵”．

总之，集合的两种表示法，从集合的外延和内涵两个方面呈现，充分体现了集合的唯一要素是“元素”．

4．集合间的关系

设集合 A，B，它们之间会有什么关系呢？

如果 A 中的任何元素，都属于 B，即

$$\forall x\in A\Rightarrow x\in B.$$

那么就说集合 A 包含在 B 中，或 B 包含 A，并称集合 A 是 B 的一个子集（合），记作$A\subseteq B$．

例如，集合$\{a, b, c\}$是集合$\{a, b, d, c\}$的子集．

如果A是B的一个子集，且B中至少有一个元素不属于A，则说A是B的真子集(合)，并记作$A\subsetneqq B$.

例如，$\{a, b, c\}$是$\{a, b, c, d\}$的真子集.

请注意，集合间的包含关系“$\subseteq$”可以类似于通常代数中的“$\leqslant$”关系. 不难验证，包含关系“$\subseteq$”有熟知的基本性质；

$A\subseteq A$，任一集合被自身所包含，

$A\subseteq B$且$B\subseteq C\Rightarrow A\subseteq C$（传递性），

$A\subseteq B$且$B\subseteq A\Leftrightarrow A=B$.

上述第三条性质，正是集合论中明确的“外延原则”：两集合相等当且仅当有着相同的元素，这也明确地告诉我们：在证明两个集合A，B相等时，要从两个方面去证：

$$\left.\begin{array}{l}\forall x\in A\Rightarrow x\in B\text{，即 }A\subseteq B\\ \forall x\in B\Rightarrow x\in A\text{，即 }B\subseteq A\end{array}\right\}\Leftrightarrow A=B.$$

还应指出：

(1) 空集$\varnothing$是任何一个集合的子集. 这一结论在教材中是“规定”，其实这是可以证明的：

（证法一） 要证这一结论，就是要证明：

$\forall x\in\varnothing\Rightarrow x\in A$，由于$\varnothing$没有一个元素，以上自然成立，因此，$\varnothing$是任一集合$A$的子集.

（证法二） 用反证法，假设$\varnothing\not\subseteq A$，这就是说，在$\varnothing$中尚存在至少一个元素，且不是$A$的元素. 这是不可能的（与“空集不含元素”矛盾）. 所以假设不成立，于是$\varnothing\subseteq A$.

(2) 每一个非空集合$A(A\neq\varnothing)$至少有两个不同的子集$\varnothing$和A.

(3) 每一个非空集合$A(A\neq\varnothing)$的每一个元素都确定A的一个单元素子集，即若$a\in A$，则$\{a\}\subseteq A$.

(4) 任一个含有n个元素的集合A，一共有2^n个子集，有(2^n-1)个真子集.

(5) 以集合A的所有子集作为元素组成一个新的集合，称为A的幂集合，记为$U(A)$或PA. 例如：$A=\{a, b, c\}$，有3个元素；则它的幂集

$U(A)=\{\varnothing, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$.

有$2^3=8$个元素.

5. 集合的**包含关系**与特征性质的**推出关系**

设集合$A=\{x\mid p(x)\}$，$B=\{x\mid q(x)\}$，如果两个集合之间有包含关系$A\subseteq B$，那么它们两个集合的特征性质$p(x)$，$q(x)$之间有什么关系呢？

例如，设$A=\{x\mid x\text{是正偶数}\}$，$B=\{x\mid x\text{是自然数}\}$. 显然$A\subseteq B$，比较它们的特征性质不难看出：当某个数具有“是正偶数”的特征时，它也具有“是自然数”的特征.

一般说，对于任意集合$A=\{x\mid p(x)\}$，$B=\{x\mid q(x)\}$，由于$A\subseteq B$，因而集合A的元素必定也是集合B的元素，从而集合A的元素就必然具有集合B的特征性质$q(x)$，这

就表明：

当 $A\subseteq B$ 时，由性质 $p(x)$ 成立，就有 $q(x)$ 成立，也就是说，当 $A\subseteq B$ 时，$p(x)\Rightarrow q(x)$.

因此，集合间的包含关系，确定了它们的特征性质间的推出关系，即

$$A\subseteq B\Leftrightarrow p(x)\Rightarrow q(x).$$

这就为我们今后解决问题开辟了一条途径：问题的外延（集合）和内涵（特征性质）可以互相转化. 这有助于问题的最终解决.

6. 集合的运算

设集合 $A=\{x\mid p(x)\}$，$B=\{x\mid q(x)\}$，它们之间的运算就是指：按给定法则，构造出一个新的集合的过程. 类似于数式的运算，集合运算主要有：

（1）交（交集）

集合 A 与集合 B 两个集合的所有公共元素构成一个新的集合，就是 A，B 集合的交集，记作 $A\cap B$.

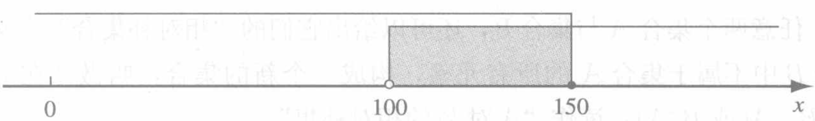
这就是说，集合 A 与 B 的交集 $A\cap B$，它的元素是既属于 A，又属于 B，即

$$\begin{aligned}A\cap B&=\{x\mid x\in A\text{ 并且 }x\in B\},\\&=\{x\mid p(x)\text{并且 }q(x)\}.\end{aligned}$$

这就表明：$x\in(A\cap B)\xLeftrightarrow[\text{当且仅当}]{}x\in A$ 并且 $x\in B$.

例如，设集合 $A=\{x\in\mathbf{N}\mid x>100\}$，$B=\{x\in\mathbf{N}\mid x\leqslant150\}$. 则有

$A\cap B=\{x\in\mathbf{N}\mid 100<x\leqslant150\}$. 如图示：



显然，集合 A 与 B 不相交，当且仅当 $A\cap B=\varnothing$.

（2）并（并集）

集合 A 与集合 B 两个集合的所有元素合并在一起，构成一个新集合，就是 A，B 集合的并集，记作 $A\cup B$，读作“A，B 的并”.

这就是说，集合 A 与 B 的并集 $A\cup B$，它的元素是或者属于 A，或者属于 B，或者同时属于两集合的. 即

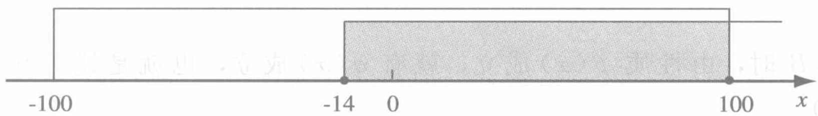
$$A\cup B=\{x\mid x\in A\text{ 或者 }x\in B\}.$$

这就表明：$x\in(A\cup B)\xLeftrightarrow[\text{当且仅当}]{}x\in A$ 或者 $x\in B$.

例如，设集合 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid x\geqslant-14\}$，集合 $B=\{x\in\mathbf{R}\mid |x|\leqslant100\}$，则有

$$A\cup B=\{x\in\mathbf{R}\mid x\geqslant-100\}.$$

如图：



（3）补（补集）

在研究集合之间的关系时，往往都是就一定的范围而言，也就是所要研究的集合都是某一个给定集合的子集，这时，给定集合就称为全集，全集一般记作 U. 全集是个相对概念，全集是相对于它所包含的所有子集而言的. 例如：研究不等式的解集时，实数集 $\mathbf{R}$ 作为全集；讨论方程的整数解时，整数集 $\mathbf{Z}$ 可取为全集.

现设集合 A，B 都是全集 U 的子集，则有：

① 凡不属于 A，但属于全集 U 中的所有元素，构成的新集合，就叫做在全集 U 中 A 的补集，记作：$\complement_U A$，读作"在 U 中 A 的补集".

这就是说，在 U 中 A 的补集，它的元素是"在全集中，但不属于 A"的. 即

$$\complement_U A=\{x \mid x\in U \text{ 并且 } x\notin A\}.$$

这就表明，$x\in \complement_U A \underset{\text{当且仅当}}{\Longleftrightarrow} x\in U$ 并且 $x\notin A$.

例如，设全集 $U=\{\text{实数}\}=\mathbf{R}$. 则集合 $A=\{\text{有理数}\}=\mathbf{Q}$，它的补集 $\complement_U A=\{\text{无理数}\}$.

又如，在全集 $\mathbf{R}$ 中，集合 $B=\{x \mid 0<x<9\}$，它的补集 $\complement_U A=\{x\in\mathbf{R} \mid x\leqslant 0,\text{或者 } x\geqslant 9\}$.

在不少逻辑书中，这里所说的"在全集中集合 A 的补集"，也称为"集合 A 的绝对补集". 实质上它揭示了"全集 U 与集合 A 的差"，因此也有简记为：$\overline{A}=U-A$；再结合维恩图，就更清楚了.

② 对于任意两个集合 A 与集合 B，还可以给出它们的"相对补集合"定义：

在集合 B 中不属于集合 A 的所有元素，构成一个新的集合，叫做"在 B 中 A 的补集"，记作 $B-A$(或 B/A)，读作"A 对 B 的相对补集".

这就是说，$B/A=B-A=\{x \mid x\in B \text{ 并且 } x\notin A\}$.

这就表明：$x\in(B/A) \underset{\text{当且仅当}}{\Longleftrightarrow} x\in B$ 并且 $x\notin A$.

必须指出，"相对补集"的概念只是在集合论书中见到，其实也是补集一种推广，对任意集合 A，B，补集就是"差集"、"余集"的含义，可概括归纳以下几种情形：

$$B-A=\begin{cases}\complement_B A=\complement_U A; & (\text{当 } B\supseteq A \text{ 时，} B \text{ 设为全集})\\ B; & (\text{当 } A\cap B=\varnothing \text{ 时})\\ B-(A\cap B)=\complement_B(A\cap B); & (\text{当 } A\cap B\neq\varnothing \text{ 时})\\ \varnothing & (\text{当 } A=B \text{ 时})\end{cases}$$

这里请注意，中学数学教材中只讲"绝对补集"——对于全集而言，相对补集的内容仅供教师参考，一律不要求教学中涉及.

例如，设集合 $A=\{a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f\}$. 集合 $B=\{a,\ c,\ e,\ g,\ h\}$. 则有 $A/B=\{b,\ d,\ f\}$；$B/A=\{g,\ h\}$.