



全国高校素质教育教材研究编审委员会审定

21 世纪高校创新型人才培养系列规划教材

||| 高等学校素质教育课程教材 |||

大学数学

宋际平 龙述君 主编

DAXUE SHUXUE



中国出版集团 现代教育出版社

全国高校素质教育教材研究编审委员会审定

21世纪高校创新型人才培养系列规划教材

高等学校素质教育课程教材

大学数学

大学数学

主编 宋述平

宋述平 龙述君 主编

责任编辑：孙德胜

封面设计：张继平

出版发行：北京理工大学出版社

地址：北京市昌平区学院路52号 邮编：100011

电话：010-84328088

发行所：北京理工大学出版社

印刷：北京理工大学出版社

开本：148mm×210mm

印张：10

字数：280千字

第一次印刷：2008年7月

第二次印刷：2008年7月

ISBN 978-7-80196-811-1

定价：29.80元

北京理工大学出版社

北京市丰台区右安门内大街100号 邮编：100073

现代教育出版社

地址：北京市丰台区右安门内大街100号 邮编：100073

图书在版编目 (CIP) 数据
大学数学 / 宋际平, 龙述君主编. — 北京: 现代教育出版社, 2008. 7
ISBN 978-7-80196-811-1

I. 大… II. ①宋… ②龙… III. 高等数学—高等学校—教材 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 115614 号

大学数学

大学数学

宋际平 龙述君 主编

宋 际 平 主 编

责任编辑: 娄俊杰

封面设计: 张骐年

出版发行: 现代教育出版社

社 址: 北京市朝阳区安定门外安华里 504 号 E 座 邮编: 100011

电 话: 010-64258086

排 版: 科士洁文印中心

印 刷: 世界知识印刷厂

开 本: 145mm×210mm 1/32

印 张: 10

字 数: 280 千字

版 次: 2008 年 7 月第 1 版

印 次: 2008 年 7 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-80196-811-1

定 价: 29.80 元

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题, 请将本书寄回编委会由我们负责为您调换

地址: 北京市丰台区宋庄路顺三条嘉业大厦 II. 2 号楼 701 邮编: 100079

编者的话

数学不仅是一种重要的“工具”或“方法”，也是一种思维模式，即“数学方式的理性思维”；数学不仅是一些知识，也是一种素质，即“数学素质”；数学不仅是一门科学，也是一种文化，即“数学文化”。作为现代科技和社会科学的一门基础学科，一个人具备的数学知识和实践能力，相当程度上影响着他的研究与创造能力。随着经济和科学技术的进步，尤其是计算机技术的飞速发展，数学对于当代科学乃至整个社会的影响和推动作用日益显著，数学的发展水平和应用水平已成为衡量一个社会文明程度的标志之一。数学方法及计算已经与理论研究和科学实验一样成为科学研究中不可缺少的有效手段。同时，当代自然科学与社会科学又日益呈现交叉发展的趋势，现代数学几乎已经渗透到包括自然科学、工程技术、经济管理以至人文社会科学的所有学科和应用领域中，从宇宙飞船到家用电器、从质量控制到市场营销，通过建立数学模型、应用数学理论和方法并结合计算机解决实际问题成为十分普遍的模式。即使是从事社会科学研究的专业人员，也需要掌握相当的数学应用能力。一些诺贝尔经济学奖的获得者，其研究成果的取得，都是在经济模型、社会统计、金融分析中很好地运用了数学科学知识的结果。纵观日新月异的现代科技、经济与社会的发展，时代要求一个专门技术人才，不仅要掌握一定的数学科学知识，而且要具备一定的数学实践能力，具有良好的数学素质。

文化，泛指人类的物质财富和精神财富的积淀，它包括科学、教育、经济、文学、艺术、宗教等人类活动的诸多层面。人类千百年来来的数学活动形成了一种独特的文化——数学文化，它以数学为背景，涉及数学的思想、精神、方法、观点、语言，以及它们的形成和发展，包括数学史、数学美、数学教育、数学与人文的交叉、数学与各种文化的关系。数学不只是关于数和形的世界或更广阔世界的科学，数学

还是一门充满人文精神的科学，它是人类文化最深刻的部分之一。

本书是作为普通高等学校素质教育课程的教材编写的，它的内容有两部分：一是数学文化，这是非数学专业学生数学素质教育的一个重要内容，二是一元微积分、微分方程初步、线性代数初步及数学实验。在编写过程中，我们力求突出以下特点：

1. 我们认为作为一门素质教育课程开设大学数学，其目的不是要求学生掌握那些繁难的计算与证明，而是通过本课程的学习，从中汲取对其终身有用的数学思想和数学思维方法。因此，本书在强调数学的思想和方法的同时，注意淡化理论，尽量避免使用那些难懂的“数学家才使用的”数学语言和繁难的计算与证明。

2. 数学实验是数学实践教学的重要内容，通过这种数学实验，一方面可以解决数学中大量烦琐的计算，为学生提供理论与实践相结合的良好空间，提高学生的学习兴趣，启发学生的创新意识，同时，为利用数学方法解决实际问题提供一种手段；另一方面可以让学生感受数学的直观。因此，在本书中我们安排了一些简单的数学实验引导学生利用所学数学知识解决实际问题。

3. 数学文化的内容不以一个独立的内容体系编排到教材中，而是以专题的形式进行探讨，每章附一个专题。因此本书在内容体系上不同于已出版的同类教材。

4. 考虑到各个学校作为素质教育课程的《大学数学》的有限的教学时数，本书不盲目追求内容的覆盖面，而只选择了传统的一元微积分、微分方程初步和线性代数初步。

本书的教学时数大约是 60~72 学时，其中数学文化部分可视具体情况讲授 4~6 学时（我们建议教师将该部分内容列入教学计划对学生讲解），数学实验可安排 4~6 学时。

由于编者水平有限，加之成稿时间较短，书中一定存在不少缺陷和错误，恳请读者批评指正。

编者

2008 年 6 月

目 录

数学文化专题之数学——一部恢宏的无限交响乐	
第一章 函数、极限与连续	11
§ 1.1 初等函数	11
§ 1.2 数列的极限	25
§ 1.3 函数的极限	29
§ 1.4 无穷小量与无穷大量	32
§ 1.5 极限运算法则	35
§ 1.6 两个重要极限与无穷小量的比较	40
§ 1.7 函数的连续性	44
数学文化专题之中国数学史话	
第二章 导数及其应用	68
§ 2.1 导数的概念	68
§ 2.2 函数的求导法则	75
§ 2.3 函数的微分	84
§ 2.4 中值定理与洛必达法则	91
§ 2.5 函数单调性、凹凸性、极值、最值	98
§ 2.6 导数在经济学中的应用	105
数学文化专题之漫话微积分	
(二)	
第三章 不定积分	123
§ 3.1 不定积分的概念	123
§ 3.2 换元积分法	128

§ 3.3 分部积分法	135
-------------------	-----

数学文化专题之数学与哲学

第四章 定积分及其应用	155
-------------------	-----

§ 4.1 定积分的概念与性质	155
-----------------------	-----

§ 4.2 微积分的基本公式	162
----------------------	-----

§ 4.3 定积分的积分法	167
---------------------	-----

§ 4.4 定积分在几何上的应用	170
------------------------	-----

数学文化专题之数学与艺术

第五章 线性代数	191
----------------	-----

§ 5.1 行列式的定义及性质	191
-----------------------	-----

§ 5.2 矩阵及其运算	200
--------------------	-----

§ 5.3 逆矩阵与矩阵的秩	205
----------------------	-----

§ 5.4 初等变换	208
------------------	-----

§ 5.5 线性方程组的求解问题	212
------------------------	-----

数学文化专题之经典数学问题探秘 (一)

第六章 常微分方程	234
-----------------	-----

§ 6.1 微分方程基本概念	234
----------------------	-----

§ 6.2 一阶微分方程	238
--------------------	-----

§ 6.3 二阶微分方程	247
--------------------	-----

数学文化专题之经典数学问题探秘 (二)

第七章 数学实验	267
----------------	-----

§ 7.1 数学实验的软件基础	268
-----------------------	-----

§ 7.2	极限计算的数学实验	277
§ 7.3	导数计算的数学实验	280
§ 7.4	积分计算的数学实验	282
§ 7.5	矩阵与线性方程组计算的数学实验	284
§ 7.6	图形的绘制实验	288

数学文化专题之经典数学问题探秘 (三)

习题参考答案	302
--------------	-----

数学——一部恢宏的无限交响乐

一、吟唱千古的绝世乐章

数学，一个我们如此熟悉的名词，一个从小学、中学到大学我们都在学习的科学学科；数学，一个已深入现代社会生活方方面面的科学领域的学科；数学，一部人类吟唱了千古的绝世交响乐，我们不时会听到它那恢宏的、震撼人心的、熟悉中带有陌生的旋律。是的，我们对数学似乎太了解了，但好像又不太了解。因为，我们甚至根本说不清楚数学究竟是什么？数学家究竟是干什么的？

数学是什么？李大潜院士说过，数学是一种语言，数学是一个工具，数学是一个基础，数学是一门科学，数学是一门技术，数学是一种文化。事实上，历史上许多数学家与哲学家都曾表达了他们对这一问题的看法，例如：

古希腊亚里士多德认为数学是对量的研究。

德国数学家弗力克斯·克莱因认为数学是自明之物的科学。

法国数学家笛卡儿称数学是“序和度量”的科学。

英国哲学家培根称数学为一种使人“机敏精细”的学问。

德国大卫·希尔伯特称数学为“无实在含义的形式游戏”。

英国哲学家贝特兰·罗素称数学为“恒同于逻辑”的学科，“数学这门科学是既不知道它说些什么，也不知道它所说的是否正确的一门学科”。

恩格斯曾说：“数学乃是关于物质世界的空间形式及其数量关系的科学”。

伽利略说：“数学是上帝用来书写宇宙的文字”。

前苏联数学家柯尔莫哥洛夫指出“数学是作为关于数、量、几何图形的科学；数学是作为关于量的变化及几何的映象的科学；数学是作为关于现实世界一切普遍的、抽象化的数量形式及其空间形式的科学”。

真是仁者见仁，智者见智。是的，人们都可根据自己对数学的不同理解对这一问题作出不同的回答。其实数学是人类活动的结果，具有明显的社会性，因此只有在真正把握数学发展历史的基础上，从哲学、社会学的角度审视这一问题，或许我们会有一个有较全面的认识。

自我们学数学的那天起，我们就感觉到数学离我们是如此近，它似乎就在我们的学习、生活、工作中，而数学家是那么遥不可及、那么高不可攀。他们就像是天人，创造了数学这样一本天书。在我们心中，他们就是聪明、智慧的代言词，是天才的化身。在深奥抽象的数学王国里，数学家们可以任意想象、任意创造概念、定理，可以理所当然的从一般到抽象、从抽象到更抽象，可以克服任何困难，任何难题他们都能所向披靡。其实，数学家也是普通的人，他们只不过是一群以数学的研究和教学为职业的人。在他们的性格中有永不收敛的好奇心和不染世俗的独立思考的思想作风。他们耐得住寂寞，对研究的问题只要还没有答案，就继续探讨下去。他们中有男人、女人，有十几二十岁的年轻人、有年过花甲的老人，有反应敏捷的、有反应迟钝的，有专业的、更有业余的，有普通的老百姓、有律师、有军人、有主教大人、有画家、有工程师等等。在艰苦的探索之路上，他们也曾遇到过挫折、斗争，也跌过跤，他们有伟大的一面，也有渺小的一面。

数学，这部人类创造的恢宏的交响乐，它的每一个音符、每一个音节、每一个乐章都是人类用心、灵、血、汗、泪谱写而成的。它演奏着历史的兴衰、尘世的沧桑、社会的嬗变。它那时而激昂、时而低沉、时而轻快悠扬的旋律仿佛在向人们述说着那些愉快的、甜蜜的、

辛酸的、苦涩的乃至充满血腥气的往事。

人们不会忘记，古希腊时期毕达哥拉斯的门徒希伯斯因发现了无理数并公开了这一发现而打破了该派的信条，被处以死刑扔进了大海；数学发展史上第一位女数学家希伯蒂娅因传播数学思想而被一群暴徒砍去手脚投入火中烧死；人们自然也不会忘记从欧几里德时代到十九世纪末的两千多年中，许许多多的数学家试证欧几里德第五公设，所走过的漫长而又艰苦的岁月，尤其是俄国数学家罗巴切夫斯基为证该公设而发现非欧几何所遭受的种种指责和非难。人们还不会忘记，在数学发展的历史长河中发生过的种种传奇，出现过的多次大争论、多桩冤假错案以及数学灾难。我们永远记得那些天才的数学家像高斯、阿贝尔、伽罗华、冯·诺伊曼、拉马努金、闵可夫斯基等的故事；那些多才多艺的人像达·芬奇、牛顿、欧拉、希尔伯特、庞加莱、外尔等的故事；那些各具特色的数学门派、数学家族，等等。他们在我们的脑海里翻腾起伏，不断地给我们以启迪和反思。

二、数学交响乐的四部曲

数学这部交响乐由四个乐章组成，它们是必然数学、随机数学、模糊数学、突变数学。可以说数学思想方法的发展经历了这么几个阶段。

他们的产生发展来源于生产实际和形形色色的自然现象，这些现象可以分为必然现象、偶然现象、模糊现象和突变现象。

（一）必然现象与必然数学

必然现象的例子很多，如我们所熟悉的热胀冷缩，异性电荷互相吸引、同性电荷互相排斥，标准大气压下 100°C 的水会沸腾等。总之，必然现象是指如果事物变化服从确定的因果关系，由前一时刻的运动状态可推知后一时刻的运动状态。

变为描述和研究现实世界的必然现象及其规律，就产生了必然数学。它包括算术、三角、几何、代数、微积分、微分方程和函数论等

分支学科。

必然数学最成功的例子，是根据万有引力定律推算出行星环绕太阳运行的轨迹，甚至还预测到海王星和冥王星。在数学史上，这一杰出成就，曾一度使人们认为一切自然现象都可以用必然数学来描述。实际上必然数学这一乐章里的数学思想曾经历过两次重大转折。从算术到代数。这一转折主要表现为算术解题法到代数解题法的演进。所谓算术解题法，这是我们小学数学的内容，它的特点是只限于对具体的、已知的数进行运算，不容许有抽象的未知数参加。它的解题步骤为：①依据问题的条件列出关于具体的已知数的算式；②通过四则运算求出算式的结果。它的困难是：对于那些具有复杂数量关系的应用题第①步难办到。于是产生了代数解题法。代数解题法，这是我们小学高年级和初中数学的内容，其特点为：未知数与已知数有着同等的权利（即可以移项、 $+$ 、 $-$ 、 $\times$ 、 $\div$ 等），而方程只是一种条件等式。其步骤为：列方程、解方程；而解方程是未知数和已知数进行重新组合的过程，即未知数向已知数转化的过程。

总之，算术与代数作为最基础而又最古老的两个分支学科，有着不可分割的亲缘关系：算术是代数的基础，代数是算术发展到一定阶段的必然产物。

2. 从常量数学到变量数学

16、17 世纪自然科学提出了大量的数学问题，大体可分为以下五种类型：

- (1) 非匀速运动物体的轨迹（天文学）；
- (2) 求变速运动物体的速度或路程（物理学）；
- (3) 求曲线在任意点的切线（光学、力学）；
- (4) 求变量的极值（力学、天文学）；
- (5) 计算曲线长度、曲边形面积、曲面体体积、物体重心、变密度物体重心以及大质量物体之间的引力等。

这些问题一个共同特征就是要以“变量”作为其研究对象，于是便产生了从量上描述事物的运动和变化规律的数学——变量数学。

变量数学大概产生于17世纪，大体上经历了两个具有决定性的重大步骤：第一步是解析几何的产生；第二步是微积分的创立。

变量数学的产生，使数学在思想方法上发生了重大的变革。新的数学分支如雨后春笋般地涌现出来，诸如解析数论、微分几何、常微分方程、偏微分方程、积分方程、级数论、差分学、实变函数、复变函数等，形成了变量数学的一个庞大家族。而常量数学和变量数学统称为必然数学。

(二) 随机现象与随机数学

随机现象又称偶然现象，是指事物的变化发展不受单值的确定的因果关系的制约，而是具有多种不同的可能性，究竟何种结果，有随机性、偶然性。比如：以同样的方式抛置硬币，可能出现正面向上，也可能出现反面向上；走到某十字路口时，可能正好是红灯，也可能正好是绿灯；平日里摸牌、抓阄、买彩票等都与随机现象密切相关。

据报道，美国北卡罗来纳州的威尔明市，1982年7月4日有一名叫拉夫尔·伯特伦·威廉斯四世的婴儿在新汉诺佛纪念医院降生；巧合的是，他的父亲是1950年7月4日出生，他的祖父是1920年7月4日出生，而他的曾祖父同样也是7月4日出生的，而那天又正好是美国独立一百周年纪念日——1876年7月4日，真可谓惊人的巧合。

这些看似纷繁的大量的随机现象的背后，往往隐藏着某种必然的规律。例如：婴儿的诞生，可能是男孩，也可能是女孩，但就全世界来说每天诞生的男孩、女孩的总数几乎是相等的。上面提到的美国惊人巧合之事，曾引起北卡罗来纳大学一位数学家的兴趣，他专门为此进行了计算，最后得出结论：同一家族的四代人在同一日期出生的现象，约117亿人中才有一例。

研究随机现象的数学就是随机数学，它的任务就是探索隐藏在随机现象背后的必然的规律。今天，随机数学的基本理论与思想已渗透

到现代科学技术、经济、管理等各个领域。例如：概率论与随机过程论的研究为统计物理学奠定了数学基础，为布朗（Brown）运动、热噪声、物理现象、信息科学、现代金融等提供了数学模型；泊松（Poisson）信号流、马尔可夫过程、时间序列、数理统计在信息科学、生物医学、控制与预测等领域均有广泛的应用；随机运筹与数理统计已成功地应用于管理科学、通信、生产与销售、随机环境与竞争条件中的决策优化等方面；随机数学与其他数学分支有愈来愈明显的相互渗透，例如：随机分析在偏微分方程、复杂性计算、运筹优化中成为强有力的前沿工具；在金融与经济领域中，随机微分方程与数理统计已在期权定价、投资风险分析与优化等金融数学中扮演主角。

§3 (三) 模糊现象与模糊数学

模糊现象又称不分明现象。比如：一粒种子肯定不叫一堆种子，两粒也不是，三粒也不是……另一方面，所有的人都同意，一亿粒种子放在一起肯定叫一堆种子。那么，适当的界限在哪里？我们能不能说，123585粒种子不叫一堆，而123586粒就构成一堆？确实，“一粒”和“一堆”是有区别的两个概念。但是，它们的区别是逐渐的，而不是突变的，两者之间并不存在明确的界限。换句话说，“一堆”这个概念带有某种程度的模糊性。又如：电视图像清晰还是不清晰，不存在严格的界限；天气预报时，晴天与多云不存在明确的界限；类似的还有“老年人”、“年轻人”、“漂亮的人”、“胖子”、“高个子”等等。

总之，模糊现象是指客观事物界限不分明的量和性质。1965年，美国加利福尼亚大学自动控制专家L. A. 扎德（L. A. Zadeh）第一次提出了“模糊集合”的概念，从而为模糊数学的诞生奠定了基础。这一理论由于在处理复杂系统特别是有人干预的系统方面的简捷与有力，某种程度上弥补了经典数学与统计数学的不足，迅速受到广泛的重视。近40年来，这个领域从理论到应用，从软技术到硬技术都取得了丰硕成果，对相关领域和技术特别是一些高新技术的发展产生了日益显著的影响。

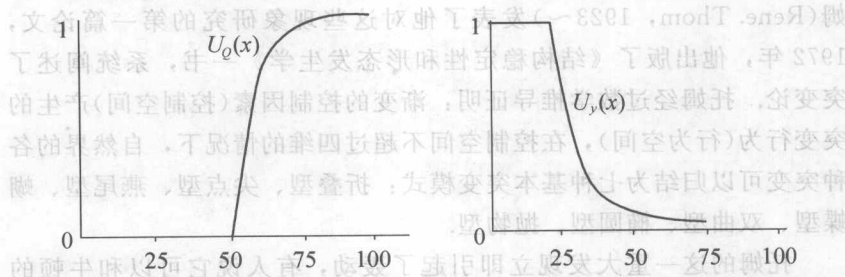
模糊数学用数量表示一个事物属于某个模糊概念的程度，称为隶

属度，以此说明该事物能否包括在那个模糊概念的论域中。

例如：以年龄为论域，取 $U=[0, 100]$ 。L. A. 查德曾给出“年老” Q 与“年轻” Y 两个模糊子集的隶属函数如下：

$$U_Q(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq 50, \\ \left[1 + \left(\frac{x-50}{5}\right)^{-2}\right]^{-1}, & 50 < x \leq 100. \end{cases}$$

$$U_Y(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 25, \\ \left[1 + \left(\frac{x-25}{5}\right)^2\right]^{-1}, & 25 < x \leq 100. \end{cases}$$



从图中可以看出，凡小于 25 岁和大于 75 岁，都分别明晰地属于“年轻”和“年老”，而大于 25 岁小于 75 岁之间的人都处于“年轻”到“年老”的中间过渡状态。

如把 55 岁、60 岁、65 岁分别代入 $U_Q(X)$ 分别得 0.5, 0.8, 0.9, 这说明 55 岁、60 岁、65 岁的人属于“年老”范畴的程度分别为 0.5, 0.8, 0.9, 而 70 岁则达 0.97 以上了。

模糊数学在发展过程中，不断提出新的应用研究课题，如模糊信息、模糊控制、模糊优化、模糊语言、模糊逻辑等。如今，模糊数学已经越来越广泛的应用到自然科学乃至社会科学的各个领域。如：模糊技术可将红绿灯改造得更灵活，模糊智能家电（模糊控制的洗衣机、以模糊规则为基础的照相机、模糊感应的空调等）使生活更方便。

（四）突变现象与突变理论

自然和社会生活中的许多事物的变化过程可以分为两类：一类是

连续的、平滑的渐变过程；另一类是当这种连续的渐变发展到一定程度时所产生的飞跃、突变的过程，这种突变过程所发生现象称为突变现象。如：水的温度不断升高，水的密度便缓慢变小，当水温达到 100°C 时，水的密度突然小到蒸汽出现的程度。两块乌云的电荷不断累积，当到了一定的数量界限时便击穿空气，于是电闪雷鸣发生了。地应力不断增加，当达到一定程度时，就会突然地动山摇，地震爆发了。

运用经典的微积分的方法，我们可以准确地描述前一过程，但对于突变过程，微积分就无能为力了。1968年，法国数学家伦尼·托姆(Rene. Thom, 1923~)发表了他对这些现象研究的第一篇论文，1972年，他出版了《结构稳定性和形态发生学》一书，系统阐述了突变论。托姆经过数学推导证明：渐变的控制因素(控制空间)产生的突变行为(行为空间)，在控制空间不超过四维的情况下，自然界的各种突变可以归结为七种基本突变模式：折叠型、尖点型、燕尾型、蝴蝶型、双曲型、椭圆型、抛物型。

托姆的这一重大发现立即引起了轰动，有人说它可以和牛顿的《自然哲学的数学原理》相媲美，因为牛顿的理论解释了所有连续的、渐变的现象，而托姆的突变理论解释了所有的不连续的、突变的现象。有人甚至赞誉它为“数学界的一次智力革命——微积分以后最重要的发现”。

三、数学发展的历史分期

按照数学发展的历史顺序，可在时间方面对数学发展史进行如下分期：

(1) 数学的起源和早期发展时期：大约公元前六世纪以前。这是人类建立最基本的数学概念时期，人类从数数开始逐渐建立了自然数的概念、简单的计算方法，并认识了最简单的几何形式。算术、几何逐渐形成。

(2) 初等数学时期：大约公元前 6 世纪到公元 16 世纪，前后延续了两千多年。这个时期逐渐形成了初等数学的主要分支算术、代数、几何、三角。这一时期的几何学以欧几里德几何为主，主要是研究现实世界中形和量的关系，而代数学则研究数（自然数、有理数、无理数）的运算，解方程在代数学中居于中心地位。

(3) 变量数学时期：大约 17 世纪中叶到 18 世纪。1637 年，笛卡尔出版了他的划时代的著作《几何学》，奠定了解析几何的基础。从此变量进入了数学。微积分及相关的数学理论如级数理论、微分方程、微分几何、概率论等成为数学的中心和主要部分。

(4) 近代数学时期：19 世纪到第二次世界大战。在这一时期，几何学和代数学产生了质的发展，并且分析学的基础开始形成。这在几何方面表现为非欧几何的产生，在代数方面表现为对群、环、域等代数结构的研究，分析方面表现为极限的精确化及集合论的出现，同时发展出一系列新的分支，如实变函数论、复变函数论、函数逼近论、微分方程定性理论、积分方程论、泛函分析等。

(5) 现代数学时期：20 世纪 40 年代以来。这一时期的特点是：数学的研究对象大大扩展，产生了许多新的理论和方法；数学的应用从自然科学一直深入到社会科学，这表现为几乎社会科学的所有领域的理论和方法都朝着日益数学化和形式化的方向发展，并实现从定性描述到定量描述的转化；计算机的介入大大改善了数学的应用。

总之，从时间上看，数学史是一个由简单到复杂、由低级到高级、由特殊到一般的过程。

四、结 语

数学是看不见的文化，它是人类精神最精致的花朵之一，是人类世代努力谱写的一部永恒的知识交响乐。在过去几千年的历史岁月中，人类通过自己的辛勤劳动，依靠自身的聪明才智创造了数学这一部恢宏的交响乐，未来人类将继续这一伟大的创造直到永远。