



“希望杯”数学竞赛系列丛书 主编 周国镇

“希望杯”全国数学邀请赛组委会 编

第19届 希望杯

全国数学邀请赛

试题·培训题·解答



书

中的一个一个问题

就是一级级台阶

只要自信、努力、勤奋、坚持……

一步步攀登

就会走出一条自己的成功之路



气象出版社

China Meteorological Press

“希望杯”全国数学邀请赛简介

1. 主办单位

中国科学技术协会普及部
中国优选法统筹法与经济数学研究会
华罗庚实验室
《数理天地》杂志社
《中国青年报》·中青在线
气象出版社

2. 宗 旨

通过邀请赛活动,鼓励中小学生学习数学课程中最主要的内容,适当地拓宽知识面,引导他们注意数学在其他学科和社会活动中的应用,激发他们钻研和应用数学的兴趣和热情,培养他们科学的思维能力、创新能力和实践能力;同时也为中小学数学教师提供新的信息和资料,以促进我国基础数学教育水平的提高,为培养21世纪有创新精神的青少年而努力。

3. 命题原则

(1) 竞赛试题贴近现行的中小学数学课本

第1试的试题不超过教学大纲和教学进度,第2试的试题中只有1/5左右的内容要用到现行中小学数学课本里所不包括的竞

赛数学的一些重要知识。这样做,是为了引导中小学生学习好现行的数学课本,在这个基础上,适当地扩大知识面。

(2)竞赛试题活而不难,巧而不偏、不怪,富于启发性;寓科学于趣味之中,寓知识、能力的考查于数学的美育之中

青少年在求学、求知的成长过程中,兴趣是极为重要的,兴趣是青少年成才的重要动力,竞赛试题能激发出旺盛的求知欲,可培养专注于某一事物的研究精神,使他们产生坚持不懈、锲而不舍的毅力。“希望杯”全国数学邀请赛每届的命题都力求能启迪青少年的思维,激发他们学习和钻研的兴趣。

(3)竞赛试题大众化,富有思考性

要体现鼓励性,力求做到使数学程度不太好的学生也能做出相当数量的题目,由此受到鼓励而树立信心,自觉努力地学好数学;而数学程度很好的学生亦不能轻易得到高分,很难得到满分。

(4)要体现时代性

题目的编拟,力求与其他学科及现代实际生活建立联系,培养青少年的创造思维能力和解决实际问题的能力。

以上的命题四原则,保证了“希望杯”全国数学邀请赛既紧密结合学校数学教学实际、不是高不可攀,又有很大的思考空间,因而受到参赛学校师生的普遍欢迎。很多市、县的教研室将“希望杯”的第1试作为本地区的一次统考,以检查和促进本地区的数学教学。

4. 评奖原则

(1)使重点学校里数学优秀的学生能崭露头角

(2)充分考虑地区之间、学校之间在生源上的较大差异,承认每个学校和每个地区在自己的学生群体中都有相对优秀的学生

根据这两条原则,对于边远地区的学校或非重点学校,在三等奖(铜牌)的评定上,不与重点学校拉平,保证这些学校有相应的获

奖比例。实践证明,这样的做法是合理的、科学的、合乎中国国情的,有利于调动更多学生的学习热情,有利于促进中小学生数学学习水平的普遍提高,这正是“希望杯”的特色——使更多的学校、更多的学生看到希望,从而激发旺盛的进取精神。这样的做法得到我国数学界、数学教育界许多专家、学者的赞赏;当然,更为各地教研室、学校的领导和广大师生所欢迎。

5. 参赛城市

先后曾参加“希望杯”全国数学邀请赛的城市有:

北京、上海、天津、重庆、澳门

河北:石家庄、邯郸、邢台、承德、保定、秦皇岛、衡水、唐山、廊坊、沧州、遵化、冀州、高碑店、涿州、清河、内丘、任丘、大城、故城、河间、隆化、安国、泊头、青县

山西:太原、大同、朔州、长治、晋中、忻州、临汾、吕梁、河津、孝义、神池、离石、榆次、寿阳、和顺、太谷、祁县、平遥、介休

内蒙古:呼和浩特、包头、乌海、赤峰、呼伦贝尔、鄂尔多斯、乌兰察布、巴彦淖尔、通辽、兴安盟、锡林郭勒盟、阿拉善盟、霍林郭勒

辽宁:沈阳、铁岭、抚顺、本溪、辽阳、鞍山、大连、营口、盘锦、锦州、葫芦岛、绥中、海城、大石桥

吉林:长春、白城、松原、吉林、四平、辽源、通化、白山、延边

黑龙江:哈尔滨、齐齐哈尔、黑河、大庆、伊春、鹤岗、佳木斯、双鸭山、鸡西、牡丹江、绥化、嫩江、北安、肇源、林甸、杜蒙、绥芬河、海林、安达

江苏:南京、徐州、常州、连云港、宿迁、淮安、盐城、扬州、泰州、南通、常州、无锡、苏州、邳州、新沂、睢宁、沛县、沐阳、如皋、江阴、吴江、常熟、溧阳、邗江、仪征、江都、灌云、宝应、姜堰、金坛、泰兴

浙江：嘉兴、衢州、湖州、杭州、宁波、绍兴、台州、温州、金华、舟山、余姚、象山

安徽：合肥、马鞍山、阜南、宣州、霍邱、太和、庐江、安庆、怀宁

福建：福州、南平、三明、莆田、泉州、厦门、龙岩、永安、明溪、清流、宁化、大田、尤溪、沙县、将乐、建宁、泰宁、石狮、晋江、南安、惠安、安溪、永春、德化、闽侯、闽清、平潭、福安、屏南、周宁、建阳、顺昌、浦城、松溪、政和、建瓯、武夷山、邵武

江西：九江、景德镇、鹰潭、新余、上饶、吉安、南昌、瑞金、高安、万载、上高、瑞昌、武宁、修水、永修、德安、星子、都昌、湖口、彭泽、乐平、浮梁、贵溪、余江、德兴、广丰、玉山、铅山、横峰、弋阳、余干、鄱阳、万年、婺源

山东：济南、泰安、青岛、淄博、东营、威海、济宁、莱芜、兖州、文登、金乡、单县、利津、龙口、邹平、新泰、肥城、宁阳、东平

河南：郑州、洛阳、焦作、新乡、安阳、濮阳、开封、平顶山、南阳、信阳、周口、济源

湖北：武汉、十堰、荆门、孝感、鄂州、黄石、咸宁、荆州、宜昌、恩施、丹江口、仙桃、汉川、沙洋、潜江、广水

湖南：长沙、常德、岳阳、衡阳、郴州、邵阳、怀化、娄底、浏阳、冷水江、望城、桃江、安化、湘乡、双峰、蓝山、洪江、武冈

广东：广州、中山、深圳、珠海、东莞、佛山、茂名、湛江、江门、惠州、阳江、肇庆、汕头、梅州、韶关、开平、丰顺、普宁、博罗、郁南、化州、信宜、高州、电白、雷州、徐闻、南雄、三永、阳东、顺德、梅县

广西：南宁、桂林、柳州、梧州、贵港、北海、防城港、来宾、合浦、象州

海南：海口、琼山、文昌、三亚、儋州、琼海、东方、乐东、临高、澄迈

四川：成都、攀枝花、绵阳、德阳、南充、遂宁、内江、自贡、泸州、宜宾、达州、双流、大邑、都江堰、蒲江、阆中、仪陇、凉山、资中、安岳、南溪、会理、彭州、仁寿

贵州：贵阳、黔南、黔西南、安顺、铜仁、六盘水、三穗、黎平、清镇、开阳、修文、息烽

云南：昆明、玉溪、普洱、大理、楚雄、西双版纳、昌宁、水富、墨江、镇沅、澜沧、西盟、凤庆、永德、个旧、蒙自、双柏、牟定、南华、姚安、大姚、永仁、元谋、武定、禄丰、会泽、景东

陕西：西安、延安、咸阳、宝鸡、户县、平利、丹凤、华阴、大荔、礼泉、岐山、千阳、凤翔、扶风、眉县、陇县、太白县、清涧、西乡

甘肃：兰州、金昌、酒泉、张掖、庆阳、甘南、民乐、高台、榆中、敦煌

青海：西宁、大通、乐都

宁夏：银川、固原、中卫、盐池、灵武、永宁、贺兰、中宁、海原

新疆：乌鲁木齐、克拉玛依、喀什、阿克苏、吐鲁番、哈密、石河子、五家渠、博乐、精河、阜康、呼图壁、奇台、库尔乐、伊宁、奎屯、额敏、昌吉、乌苏、焉耆

6. 覆盖了中小学系列

“希望杯”全国数学邀请赛到 2002 年止，只是初、高中学生参加，自 2003 年起增加了小学组的“希望杯”赛事。从此，“希望杯”全国数学邀请赛覆盖了小学、初中、高中全系列。这使“希望杯”有了更大的发展空间。

7. 正在走向国际化

“希望杯”全国数学邀请赛在国内是规模最大、影响最广的中小学生学习数学课外活动，在国外也越来越引起关注，日本算数奥林匹克委员会从 1996 年起就与“希望杯”全国数学邀请赛组委会建立了友好的合作关系，俄罗斯、法国、德国、加拿大等国家的相关机构也与“希望杯”全国数学邀请赛组委会建立了合作关系。

希望杯数学邀请赛有
利于学生有利于教师
将促进中国数学教育
的发展

王寿仁
一九九〇年
五月

王寿仁：中国著名老数学家、中国数学奥委会首任主席

寄希望于教育，
寄希望于青少年。

祝首届“希望杯”数学邀请赛
胜利举行

杨乐
1990年5月

杨 乐：中国科学院院士、中国科学院数学与
系统科学研究院首任院长、国际著名数学家

肩負着祖國的希望，
迎接廿一世紀的到來！

張昇 95年7月

張昇：中國科學技術大學原副校長、著名數學家、
華羅庚數學獎獲得者

青出于蓝而
胜于蓝，希望
寄托在年轻
一代身上。

梅向明

90.11.30.

梅向明：原北京师范学院院长、民进中央原副主席、著名数学家

第19届“希望杯”全国数学邀请赛

组织委员会

顾 问

- 龚 昇** 著名数学家
华罗庚数学奖获得者
中国科学技术大学原副校长
- 梅向明** 著名数学家
原北京师范大学院长
- 徐利治** 著名数学家
大连理工大学数学研究所原所长

常务委员

- 陈德泉** 应用数学家
曾任中国优选法统筹法与经济数学研究会理事长，副理事长
华罗庚实验室主任
曾任第一、二届“希望杯”组委会主任，其他各届副主任
- 计 雷** 应用数学家
曾任中国优选法统筹法与经济数学研究会理事长，现任副理事长
华罗庚实验室副主任
曾任三届“希望杯”组委会主任，其他各届副主任
- 徐伟宣** 应用数学家

中国科学院科技政策与管理科学研究所原所长
中国优选法统筹法与经济数学研究会理事长
华罗庚实验室副主任
曾任六届“希望杯”组委会主任,其他各届副主任

周国镇

数学教育专家
《数理天地》杂志社社长、总编
历届“希望杯”组委会秘书长、命题委员会主任

刘学红

《中国青年报》名记者、中青在线网总裁

周春荔

数学教育专家
首都师范大学数学系教授

吕伟泉

广东省教研室副主任

黄建弘

数学教育专家
上海师资培训中心实验基地主任

欧益生

浙江嘉兴市教研室主任

龙开奋

数学教育专家
广西师范大学数学系副教授

委 员

北 京	牛玉石							
天 津	王成维	闫 毅						
上 海	田培庆	王 镇	杨家政	吴 洪	周祖康	张 波		
	李国威	毛育才	李 为	王明珠	赵伟然	黎 东		
重 庆	吴挽荣	彭安平	肖天祥					
河 北	石瑞贞	刘建中	胡天顺	张丽晨				
	张 焱	孙丽静	葛秀成	耿昌敏				
山 西	王 光	白 枫	刘彬文	王芝梅	刘秀荷			
内 蒙 古	张志仁	王 荣	包 虎	刘彦彰	莫日根	赛兴嘎		
	特木尔	陈常荣	宝 音	宋锁良	高秀恩	杨 莉		
	步海英	杜玉新	张根宝					
辽 宁	岳慧思	孙家逊	魏丽敏	陈玉华	马云昌	刘 蓉		
	王闽东							
吉 林	张胜利	祝承亮	王铁红					
黑 龙 江	于 辉	李修福	孔晓菲	金绍先	冯少军	张海岩		
	张 瑜	熊晓青	王照双	邹 辉				
江 苏	崔恒兵	戴凤明	曹大方	刘 健	徐 伟	曹 慧		
	陆 韧							
浙 江	吴明华	李世杰	应建军	徐 莹	倪国权	范稼良		
福 建	傅晋玖	苏德杰	温晓丹	苏杰民	陈少平	叶熟金		
	林茂生	江昌康	陈元本					
江 西	熊以情	李锦成	杜小许	胡联芳	曾永洪			

山	东	赵水祥	侯加明	闫炳杰	王静玲	王太忠	赵路
河	南	马国军	陈宝亭				
湖	北	汪江松	刘统菊	杨德焱			
湖	南	谢细华	肖贞武	肖国瑞	张新春	康锡成	廖如光
		曾晓牛	邓建良				
广	东	卢建川	郑喜中	郑俊盛	陈文生	邓志云	殷切文
		劳兆喜	黄文毓	林国忠	徐山洪	周曙	钟族威
		张文俊	梁小贱	傅冠流	王朝安	王琪	范磷群
		陈和添	李锡				
广	西	龙开奋	邓印章				
海	南	张光浓	钟立清				
四	川	赵颖钧	余加秋	刘海泉	晋勇		
贵	州	胡朝双	王荣方	王兴华	唐文健		
云	南	张文英	汪锐	欧群	段严发	辉朝林	龚灵
		罗红	王作昀	徐云贵	何智仁	冯以寿	
陕	西	张雄	巨申文	李荣泰	罗永平	贾军科	
甘	肃	土克信	徐琳				
宁	夏	杨燕	李红	党维玲			
青	海	闫翊德					
新	疆	杨卫平	黄志清	赵兰泉	摆生兰	王霞	王剑
		台来提·阿					
澳	门	汪甄南	伍助志	郑志民			

第 19 届“希望杯”全国数学邀请赛

命题委员会

主任

周国镇 《数理天地》杂志社社长兼总编

副主任

周春荔 首都师范大学教授

那吉生 中国科学院数学与系统科学研究院研究员

余其煌 中国科学院数学与系统科学研究院研究员

王 鸣 北京大学数学科学学院教授

高中一年级命题组

组长 王人伟 北京航空航天大学附中特级教师

成员 连四清 首都师范大学数学系副教授

窦 馨 北京航空航天大学附中一级教师

于福生 北京师范大学数学系副教授

郭 璋 北京朝阳区中学教研室特级教师

燕 轶 北京市第二中学一级教师

高中二年级命题组

- | | | |
|----|-----|--------------------|
| 组长 | 那吉生 | 中国科学院数学与系统科学研究院研究员 |
| 成员 | 郑学安 | 北京师范大学数学系教授 |
| | 马 波 | 北京师范大学数学系副教授 |
| | 王申怀 | 北京师范大学数学系教授 |
| | 储瑞年 | 北京师范大学附属实验中学特级教师 |
| | 金红梅 | 北京航空航天大学附中高级教师 |
| | 王墨森 | 河北省特级老师 |

前 言

本书编入了2008年举行的第19届“希望杯”全国数学邀请赛高中一、二年级的第1试、第2试全部试题和解答及培训题和解答。书的开始部分公布了本届“希望杯”组织委员会和命题委员会名单。书末列出了获本届组织奖的单位,以及获一等奖的学生名单。

开始于1990年、每年举行一届的“希望杯”全国数学邀请赛,到本届为止,参赛的初、高中一、二年级学生累计已达1600万人,其中获奖学生超过40万人。“希望杯”全国数学邀请赛已成为我国中学生课外学科活动中规模最大、影响最广的一项赛事。

参加“希望杯”全国数学邀请赛的中学生,每人都要和老师一起学习、研究由“希望杯”命题委员会的专家们精心编拟的100多个数学问题,这些问题不是难、偏、怪,而是很有启发性,寓科学于趣味之中,寓知识、能力的测试于数学的美育之中,有较大的思维空间,犹如营养丰富又美味诱人的系列套餐。学生在对这些问题进行学习、研究的过程中,不但加深了对课堂、课本知识的理解,开阔了眼界,尤其是激发了研究、探索的兴趣,培养了怀疑和批判的精神,活跃了创新思维。正如一位老师所说:“‘希望杯’如同一把金钥匙,为参赛的学生开启了智慧之门,使他们认识到应当如何去学习,个中的体会不仅对于学数学,对于学好别的课程也有益处。”带领学生参加过“希望杯”全国数学邀请赛的数学老师同自己的弟子一样钟情于“希望杯”。因为他们不仅看到自己的学生经过“希望杯”全国数学邀请赛的锤炼提高了数学水平,还因为从“希望杯”