

人大附中
北大附中
清华附中
实验中学
师大附中
编写组



新编高中数学 课外练习题

三年 级

北京出版社

新编高中数学课外练习题

(三 年 级)

人大附中、北大附中、清华附中、
实验中学、师大附中 编写组

北 京 出 版 社

G633.6-44/32

新编高中数学课外练习题 (三年级)
XINBIAN GAOZHONG SHUXUE KEWAI LIANXITI
(SAN NIAN JI)

人大附中、北大附中、清华附中、
实验中学、师大附中 编写组

北京出版社出版
(北京北三环中路6号)

邮政编码: 100011

北京出版社总发行
新华书店北京发行所经销
北京朝阳展望印刷厂印刷

*

787×1092毫米 32开本 14.25印张 314 500字

1989年1月第1版 1991年2月第2版

1995年3月第3版

1998年5月第3版第4次印刷

印数 100 001—130 000

ISBN 7-200-00695-5
G·188 定价: 12.50元

前 言

为了使學生牢固地掌握基础知识、基本技能，灵活运用数学方法，提高解题能力，我们按年级编写了高中数学课外练习题三册，供广大高中数学教师和学生在学习和教学中参考。

本书是根据数学教学大纲的要求编写的。所有题目都是在多次教学实践中反复筛选出来的。因此，题目质量较高，有一定的难度，基本反映了我们几所重点校的数学教学水平。本书搜集的题目题型全，既有选择题、填空题、判断题、问答题，又有计算题、证明题、作图题，利于开拓学生的知识思路。各章题目分为A、B两组，供不同层次的学生选用，另外还配有复习题，用以总结全章。

为了更好地配合毕业班的总复习，三年级用书在1989年1月第1版的基础上做了较大修改。第二章增加了题目数量；根据课本的不同内容重新编写了二十套“单元练习”；各校在原来基础上结合当前教学及总复习的需要重新编写了十套“综合练习”。以上各类题目的答案或提示都附于书末。因此，这本练习册不仅是高中数学教师和学生在学习和教学中的参考读物，也是致力于自学成才之路的广大青年进行基本训练和自我测试的好资料。

参加本书编写的有周国镇、薛昌咸、沈建芝、陈汶，丁志福、张春条、储瑞年、陈剑刚、董世奎、朱传渝、张宁、

邓均、刘育群、邵光砚、王锡祥、李广均、徐重远、瞿宁远、冯勃。全书由储瑞年、丁志福、周国镇统编。

参加本册修改的有周国镇、沈建芝、陈汶、丁志福、储瑞年、张春条、董世奎、瞿宁远。

由于水平所限，书中缺点错误恳请读者批评指正。

人大附中、北大附中、清华附中、
实验中学、师大附中编写组

1990年2月

目 录

第一部分 代数

第一章 一元多项式和高次方程.....	1
A 组	1
一、一元多项式.....	1
二、高次方程.....	2
B 组	2
复习题.....	4
第二章 排列, 组合, 二项式定理.....	6
A 组	6
一、排列与组合.....	6
二、二项式定理.....	15
B 组	20
复习题.....	26
第三章 概率.....	32
A 组	32
B 组	35
复习题.....	38

第二部分 微积分初步

第一章 极限.....	42
-------------	----

A组	42
一、数列的极限	42
二、函数的极限	50
B组	59
第二章 导数和微分	72
A组	72
一、导数和微分	72
二、导数和微分的应用	79
B组	81
第三章 不定积分	83
A组	83
B组	84
第四章 定积分及其应用	86
A组	86
B组	87

第三部分 单元练习

单元练习一 函数(一) 概念、图象、性质	88
单元练习二 函数(二) 幂函数、指数函数和对数 函数	95
单元练习三 函数(三) 函数的极值及其它	100
单元练习四 不等式(一)	104
单元练习五 不等式(二)	107
单元练习六 不等式(三)	110
单元练习七 数列(一)	113
单元练习八 数列(二)	117
单元练习九 排列, 组合	120

单元练习十	二项式定理	123
单元练习十一	复数(一)	127
单元练习十二	复数(二)	130
单元练习十三	三角(一) 基本知识	131
单元练习十四	三角(二) 三角变换	137
单元练习十五	立体几何(一) 直线和平面	143
单元练习十六	立体几何(二) 多面体和旋转体	147
单元练习十七	平面解析几何(一) 直线和圆	152
单元练习十八	平面解析几何(二) 圆锥曲线	156
单元练习十九	平面解析几何(三) 参数方程、极坐标	161
单元练习二十	平面解析几何(四) 圆锥曲线的应用	166

第四部分 综合练习

综合练习一	171
综合练习二	176
综合练习三	180
综合练习四	185
综合练习五	190
综合练习六	194
综合练习七	199
综合练习八	203
综合练习九	209
综合练习十	212

答案或提示

第一部分 代数

第一章 一元多项式和高次方程	217
A组	217
B组	218
复习题	220
第二章 排列, 组合, 二项式定理	222
A组	222
B组	228
复习题	233
第三章 概率	238
A组	238
B组	242
复习题	245

第二部分 微积分初步

第一章 极限	249
A组	249
B组	256
第二章 导数和微分	268
A组	268
B组	273
第三章 不定积分	274
A组	274
B组	276

第四章 定积分及其应用	278
A组	278
B组	279

第三部分 单元练习

单元练习一	281
单元练习二	287
单元练习三	292
单元练习四	301
单元练习五	307
单元练习六	312
单元练习七	318
单元练习八	323
单元练习九	329
单元练习十	331
单元练习十一	334
单元练习十二	335
单元练习十三	339
单元练习十四	342
单元练习十五	348
单元练习十六	351
单元练习十七	355
单元练习十八	362
单元练习十九	367
单元练习二十	374

第四部分 综合练习

综合练习一	380
综合练习二	391
综合练习三	397
综合练习四	410
综合练习五	415
综合练习六	422
综合练习七	427
综合练习八	433
综合练习九	439
综合练习十	443

第一部分 代数

第一章 一元多项式和高次方程

A 组

一、一元多项式

1. 若 $x^3 + y^3 + z^3 + kxyz$ 有 $x + y + z$ 这个因式, 求 k 值.
2. 已知 $12x^2 + mx - 5$ 除以 $3x - 2$ 所得余数是 5, 求 m 值.
3. 若 $f(x) = x^4 + 6x^3 + 7x^2 - 6x + a$ 为 $\varphi(x) = Ax^2 + Bx + C$ 的完全平方式, 求 a 值.
4. 设 $f(x) = 3x^5 + 10x^4 - 15x^3 - 9x^2 + 8x - 7$, 求 $f\left(-\frac{1}{3}\right)$ 的值.
5. 在实数范围中把下列各式分解因式:
 - (1) $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 9x - 6$;
 - (2) $f(x) = 6x^4 + 5x^3 + 3x^2 - 3x - 2$;
 - (3) $\varphi(x) = 3x^5 - 8x^4 + x^2 + 12x + 4$;
 - (4) $g(x) = 16x^4 - 12x^3 + 4x^2 - 3x + 1$.
6. 若 $x^4 + px^2 + qx + a^2$ 能被 $x^2 - 1$ 整除, 则它也能被 $x^2 - a^2$ 整除.
7. 若 $ax^2 + bx + c$ 被 $2ax + b$ 整除, 则 $ax^2 + bx + c$ 为完全平方式.

8. 设 $f(x) = 2x^4 + px^3 - 6x^2 + qx - 2$, 若以 $x-2$ 除之, 余数为12, 又 $f(x)$ 能被 $x-1$ 整除, 试求 p, q 之值, 并将 $f(x)$ 分解因式.

二、高次方程

9. 已知方程 $x^5 - x^4 + 8x^2 - 9x - 15 = 0$ 的两个根是 $\sqrt{3}$ 和 $1-2i$, 求其余三个根.
10. 求方程 $x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 5x - 6 = 0$ 的整数根.
11. 求方程 $4x^3 - 7x^2 - x + 3 = 0$ 的有理根.
12. 求方程 $15x^6 - 13x^5 - 73x^4 - 55x^3 - 86x^2 + 140x - 24 = 0$ 的根.
13. 以 $i, i-1$ 为根, 作次数最低的整系数方程.
14. 以 $-2, \sqrt{3} + i$ 为根, 分别作系数为复数、实数、有理数的方程.
15. 已知方程 $x^4 - x^3 - 56x^2 + 36x + 720 = 0$ 的两根之比为 $2:3$, 另两根之差为1, 解此方程.
16. 已知方程 $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ 之根为 x_1, x_2, x_3 :
- (1) 求以 mx_1, mx_2, mx_3 为根的方程;
- (2) 求以 $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3}$ 为根的方程.
17. 某工厂计划每年的产量比上一年产量增加一个相同的百分数, 已知这个工厂四年的总产量等于第一年的产量的 $\frac{65}{8}$ 倍, 求每年增加的百分数.

B 组

1. 已知 $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ 能被 $x-1$ 整除, $f(x)$ 若

被 $x-3$ 除, 则余数为2, 若被 $x+2$ 或 $x-2$ 除, 得相同的余数, 求 $f(x)$.

2. 已知三次多项式 $f(x)$: $f(1) = -3$, $f(-1) = -15$,

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0, f(2) = 0, \text{ 求 } f(x).$$

3. 已知三次多项式 $f(x)$ 满足下列条件: $f(x)$ 可被 $x+1$ 整除, $f(x)$ 如分别除以 x , $x-2$, $x+2$ 所得余数分别为 -3 , 7 , 3 , 求 $f(x)$.

4. 把下列各式分解因式:

$$(1) 4x^4 - 4x^3y - x^2y^2 + 13xy^3 + 6y^4;$$

$$(2) x(y+z)^2 + y(z+x)^2 + z(x+y)^2 - 4xyz;$$

$$(3) (x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3.$$

5. 设 n 为奇数, 证明 $(x+y)^n - x^n - y^n$ 被 $xy(x+y)$ 整除.

6. 证明 $x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 6x + 1 = 0$ 没有有理根.

7. 设 $f(x)$ 是一个整系数多项式, 若存在一个偶数 a 及一个奇数 b , 使得 $f(a)$, $f(b)$ 都是奇数, 则 $f(x)$ 没有整数根.

8. 设 $f(x)$ 是整系数多项式, 且 $f(0)$, $f(1)$ 都是奇数, 求证 $f(x)$ 没有整数根.

9. 设 a, b, c, d 是互不相同的四个整数, r 是方程 $(x-a)(x-b)(x-c)(x-d) - 4 = 0$ 的整数根, 证明 $4r = a+b+c+d$.

10. 已知 $f(x) = x^3 - 7x^2 + 7x + 15$, 作新方程 $\varphi(y) = 0$, 使其根比 $f(x) = 0$ 各根都少2.

11. 已知方程 $x^3 - 19x^2 + 119x + c = 0$ 有两个根相等, 求 c 值.

12. 已知方程 $x^3 + 7x^2 - 21x - 27 = 0$ 三根成等比数列, 解此方程.
13. 已知方程 $x^4 - 4x^3 - 34x^2 + ax + b = 0$ 的根成等差数列, 求 a, b 值.
14. 已知方程 $x^3 - 6x^2 + mx + n = 0$ 两根之和为 4, 方程 $x^3 + (n+3)x^2 - mx - 9 = 0$ 两根之积为 -9, 求 m, n 之值.
15. 已知 $2+i$ 是实系数方程 $x^3 + px + q = 0$ 的根, 求证: $-\frac{1}{4}$ 是方程 $qx^3 + px^2 + 1 = 0$ 的根, 并求方程 $qx^3 + px^2 + 1 = 0$ 的另两个根.

复 习 题

1. 已知 $6x^2 + (a+3)x - 8$ 能被 $x + \frac{3}{2}$ 整除, 求 a 的值.
2. 求证:
- (1) 若 n 为自然数, 则 $x^n - y^n$ 能被 $x - y$ 整除;
- (2) 若 n 为奇数, 则 $x^n + y^n$ 能被 $x + y$ 整除.
3. 求证 $(x+1)^{2n} - x^{2n} - 2x - 1$ 能被 $x(x+1)(2x+1)$ 整除.
4. 求 $x^4 + 2x^3 - 4x^2 + x - 3$ 除以 $(x-2)(x-3)$ 后所得到的余式.
5. 求 $(x^2 + 5x + 2)^3$ 除以 $x^2 + 2x + 3$ 后所得到的余式.
6. 若 $f(x) = x^4 + 4x^3 + 3x^2 + px + q, g(x) = x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ 同除以 $x^2 + 2x + 1$, 得到同样的余式, 求 p, q 的值.
7. 如果 $x^4 - 3x^3 + 5x^2 + lx + m$ 能被 $x^2 - 5x + 6$ 整除, 求 l, m 的值.
8. 设 $f(x)$ 是三次整函数, 且 $f(1) = 0, f(-2) = 0, f(3) = 30$, 求 $f(x)$.

9. 设 $f(x)$ 是一元四次整系数多项式, 即 $f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ (a_i 是整数, $i = 0, 1, 2, 3, 4$), 求证 $a-b$ 能整除 $f(a) - f(b)$, (a, b 为整数, 且 $a > b$).
10. 已知多项式 $P(x) = (2x-1)^{1987}(3x^3-2x^2+x-3)^3(x^3-3x+1)^{25}$, 求多项式 $P(x)$ 的所有系数之和.
11. 求满足以下条件的最小正整数 A 与正整数 B :
- (1) A 能被 200 整除, 且其商被 19 除余 2; 被 23 除余 10;
- (2) 若 $B > A$, $B-A$ 是一个四位数, 且能被 3, 4, 17, 25 整除.
12. 设 a, b, c 表示三个不同的整数, 且 P 表示整系数多项式, 证明不可能有 $P(a) = b, P(b) = c, P(c) = a$.
13. 设方程 $x^3 + 2px^2 - px + 10 = 0$ 的根是整数, 且成等差数列, 求 p 的值.
14. 已知方程 $x^4 - (3m+2)x^2 + m^2 = 0$ 有四个成等差数列的实根, 求 m 的值.
15. 若 α, β 同为关于 x 的方程 $x^2 + px + q = 0$ 和 $x^{2^n} + p^n x^n + q^n = 0$ (n ——正偶数) 两相异的非零根, 求证 $\frac{\alpha}{\beta}, \frac{\beta}{\alpha}$ 为 $x^n + 1 + (x+1)^n = 0$ 的根.

第二章 排列, 组合, 二项式定理

A 组

一、排列与组合

1. 选择题: (各题的正确答案只有一个)

(1) 若 x 为正整数 ($x < 55$), 则 $(55-x)(56-x)(57-x) \cdots (68-x)(69-x)$ 用排列符号表示应是

A. P_{69-x}^{55-x} .

B. P_{69-x}^{15} .

C. P_{65-x}^{15} .

D. P_{69-x}^{14} .

(2) 若 a 为正整数 ($a > 17$), 则 $(a-7)(a-8) \cdots (a-17)$ 用排列符号表示应为

A. P_{a-17}^{11} .

B. P_{a-7}^{10} .

C. P_{a-17}^{17} .

D. P_{a-7}^{11} .

(3) 用排列数、组合数表示分式

$$\frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}$$
 的正确形式为

A. $\frac{P_{10}^6}{5!}$.

B. $\frac{P_{10}^6}{6! 4!}$.

C. C_{10}^4 .

D. P_{10}^3 .