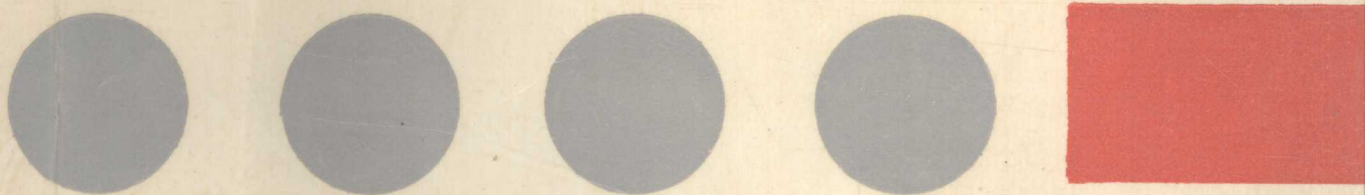
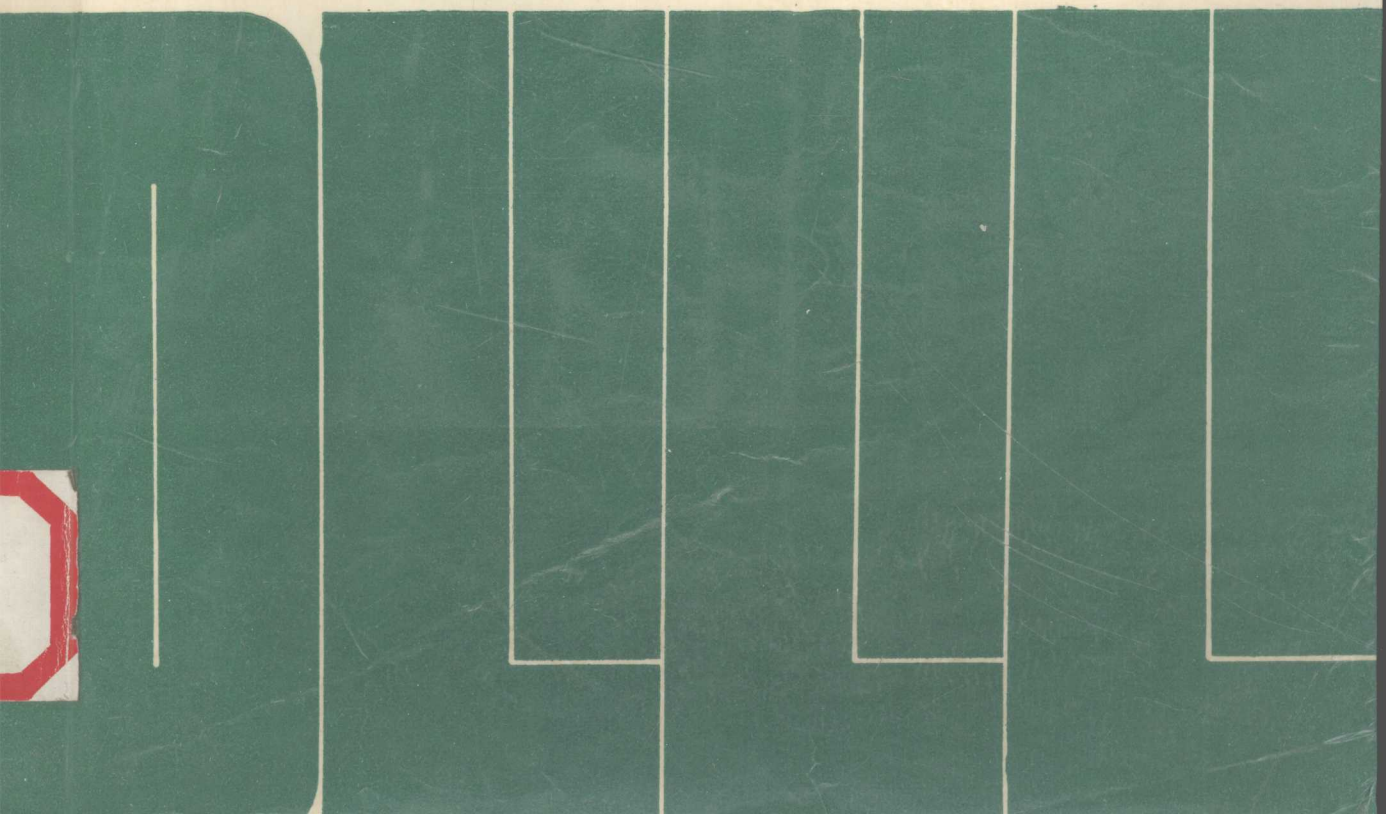
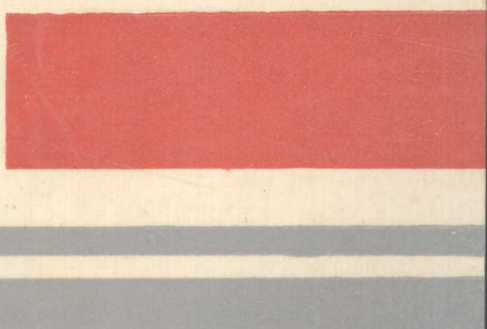


朱绍文 杨庆德 左同生 编著

兰州大学出版社



电路理论



电 路 理 论

朱绍文 杨庆德 左同生 编著

兰州大学出版社

内 容 简 介

本书是以电路分析为基础并顾及电路综合的一本“电路理论”教材。本书共有九章可分为四大部分。第一部分是电阻性网络为基础,介绍电路分析中的一些基本方法。第二部分是关于动态网络的时域分析。第三部分以变换域为基础,着重讨论网络的结构性状,为网络综合打基础。第四部分介绍有源滤波网络的设计基础。内容安排由易到难,由浅到深,由定性分析到定量计算。大部分重点内容,都有例题,便于自学。

本书可作为高等学校电类专业的学生和教师学习电路理论的参考书,也可作为从事电气工程的科研和工程技术人员的参考书。

电 路 理 论

朱绍文 杨庆德 左同生 编著

兰州大学出版社出版

(兰州大学校内)

甘肃省静宁印刷厂印刷	甘肃省新华书店发行
开本: 787×1092	毫米1/16 . 印张: 18.75
1991年9月第1版	1991年9月第1次印刷
字数: 445千字	印数: 1—1500册
ISBN7-311-00420-9/O·63	定价: 5.25元

前 言

对电路进行分析和综合的理论称之为电路理论。它是整个电气工程的理论渊源,是每个电气工程人员必须掌握的一门专业基础理论;作为电类专业的一门专业基础课,教学实践证明,电路理论是数学、物理、电气工程的有机结合点。

“电路”这一概念,其实质是电磁场的特殊表现形式,是电磁场应用中最重要的一部分,电路中发生的物理现象主要是电磁现象。电路是整个电气工程的基础,是构成电气工程的主要部分,离开了电路也就不存在电气工程。数学是电路理论的工具,我们正是借助电气工程的数学模型又称之为“电路模型”来对电气工程进行分析和综合的。

“电路理论”历史悠久,内容丰富,研究范围极为广泛,尤其近代集成电路技术和计算机应用技术的迅速发展,给电路理论提出了许多新的课题;在传统的经典电路理论的基础上,又产生了“近代电路理论”。“近代电路理论”使电路分析和电路综合都发生了质的变革。电路分析是对一个给定网络结构和元件特性的具体网络,求它在给定激励下的响应,并分析其网络性状等;电路综合与电路分析过程恰好相反,它是根据实际工作要求的网络性状,设计电路形式,选择元件,确定网络结构。电路分析是电路综合的基础,要能很好地综合一个网络,必须具备丰富而熟练的电路分析的基础知识,为此本课程主要介绍电路分析,为进行各种电路的综合,打下一个坚实的基础。

教材内容的安排,我们试图从经典电路理论到近代电路理论给同学一个较明确、较完整的概念。分析方法上力求由易到难,由浅到深,由定性分析到定量计算。为此,各章的安排,采用由电路元件到电路结构;由电阻性网络分析到动态网络分析;由基本元件构成的网络分析到具有受控源的网络分析;由线性定常网络分析到非线性网络分析;由时域分析到变换域分析;由单输入—单输出描述到状态方程描述。

本教材大体可分为四大部分。第一部分包括前三章,介绍电路的基本概念、电路元件、电路信号、电路基本规律、并以电阻性网络为基础,介绍电路的基本分析方法。第二部分由第四、第五两章组成,介绍动态网络的时域分析。第三部分包括第六章到第八章,介绍网络的变换域分析,着重讨论网络结构性状,指出网络综合方向。第四部分,即第九章,介绍有源滤波网络综合。

课时安排:讲授完打*号外的部分需72学时,全部内容授毕需108学时。具体学时分配大体为:第一章12学时,第二章12学时,第三章8学时,第四章14学时,第五章10学时,第六章14学时,第七章14学时,第八章14学时,第九章10学时。

本教材编写过程中曾得到原兰州大学电子与信息科学系主任郝璘教授和原计算机科学系主任陈洪陶副教授、中国科学院兰州分院化物所刘愚鲁同志的大力支持,在此表示感谢。

限于作者水平有限,经验不足,缺点和错误之处请读者批评指正。

作者 1990年12月于兰州大学

目 录

第一章 电路及其两个约束	(1)
§1.1 电路模型及集中参数电路	(1)
§1.1.1 电路和电路模型	(1)
§1.1.2 集中参数电路	(1)
§1.2 网络变量及参考方向	(3)
§1.2.1 网络变量	(3)
§1.2.2 电流、电压的参考方向	(3)
§1.2.3 有源和无源	(4)
§1.3 电阻、电容、电感元件及其约束方程	(5)
§1.3.1 电阻、电容、电感元件的定义及定义变量	(5)
§1.3.2 元件分类	(6)
§1.3.3 线性定常元件及其约束方程	(7)
§1.3.4 非线性定常元件	(11)
§1.4 独立电源和受控电源	(12)
§1.4.1 独立电源	(12)
§1.4.2 基本信号	(16)
§1.4.3 受控电源	(19)
§1.5 常见多口元件及其受控源模型	(20)
§1.5.1 耦合电感	(20)
§1.5.2 理想变压器和理想变流器	(22)
§1.5.3 回转器	(23)
§1.5.4 负阻抗转换器	(25)
§1.6 基尔霍夫定律及网络描述	(26)
§1.6.1 基尔霍夫定律	(26)
§1.6.2 基尔霍夫方程的独立性	(28)
§1.6.3 网络的描述	(29)
第二章 电阻网络的分析方法	(32)
§2.1 线性电阻网络的一般分析方法	(32)
§2.1.1 支路电流和支路电压法	(32)
§2.1.2 网孔分析法和节点电压法	(34)
§2.1.3 含有独立源的网孔法和节点法	(41)
§2.1.4 具有受控电源的网孔法和节点法	(46)
§2.2 等效变换法	(50)
§2.2.1 迭加原理	(51)
§2.2.2 置换定理	(53)

§2.2.3 单口等效定理.....	(53)
§2.2.4 单口等效电路参数计算.....	(55)
•§2.2.5 单口等效定理的证明.....	(61)
§2.3 非线性电阻电路分析	(62)
•§2.3.1 非线性电阻电路图解法.....	(62)
§2.3.2 非线性元件的分段折线等效法.....	(64)
第三章 网络图论基础	(66)
§3.1 线状图	(66)
§3.1.1 线图的矩阵表示.....	(66)
§3.1.2 树的概念.....	(69)
✓ §3.1.3 基本回路矩阵及基本割集矩阵.....	(70)
§3.1.4 基尔霍夫定律的矩阵形式及变量代换.....	(72)
§3.2 割集法和回路法	(73)
§3.2.1 割集法.....	(74)
§3.2.2 回路法.....	(79)
§3.2.3 电源位置转移.....	(83)
§3.2.4 具有受控源的割集法和回路法.....	(84)
§3.2.5 节点分析法.....	(86)
§3.3 特勒根定理和互易定理证明.....	(88)
§3.3.1 特勒根定理.....	(88)
§3.3.2 互易定理.....	(91)
§3.3.3 电路中的对偶关系.....	(93)
§3.4 信号流程图.....	(94)
§3.4.1 信号流程图的基本概念.....	(94)
§3.4.2 信号流图的变换及Mason公式.....	(96)
§3.4.3 电路的信号流程图求解.....	(101)
第四章 一阶网络分析	(107)
§4.1 一阶网络的经典分析	(107)
§4.2 一阶网络的三要素法	(114)
§4.3 一阶网络的零输入响应和零状态响应.....	(116)
§4.3.1 零输入响应.....	(116)
§4.3.2 零状态响应.....	(120)
§4.3.3 完全响应.....	(124)
§4.4 阶跃响应.....	(126)
§4.4.1 单位阶跃响应.....	(126)
§4.4.2 脉冲序列响应.....	(129)
§4.5 冲激响应.....	(132)
§4.6 卷积和任意激励下的响应.....	(135)
§4.6.1 卷积积分.....	(136)
§4.6.2 速度激励下的响应.....	(137)
•§4.6.3 指数激励下的响应.....	(138)
•§4.6.4 正弦激励下的响应.....	(139)

第五章	二阶和高阶网络分析	(143)
§5.1	二阶网络分析	(143)
§5.1.1	二阶网络描述	(143)
§5.1.2	零输入响应	(144)
§5.1.3	零输入响应的四种情况	(146)
§5.1.4	零状态响应和完全响应	(150)
§5.1.5	阶跃响应和冲激响应	(152)
§5.1.6	二阶网络分析举例	(154)
*§5.2	高阶网络分析	(158)
§5.2.1	高阶网络的描述和求解	(158)
§5.2.2	高阶网络阶跃响应和冲激响应	(160)
§5.2.3	特征根的求法	(162)
§5.2.4	网络的稳定性及其判据	(166)
§5.3	状态方程	(169)
§5.3.1	状态方程的概念	(170)
§5.3.2	状态方程的编写方法	(171)
§5.3.3	状态方程解的形式	(174)
第六章	S域分析	(176)
§6.1	网络方程变换法	(176)
§6.1.1	一阶网络分析	(176)
§6.1.2	二阶网络分析	(178)
§6.1.3	高阶网络分析	(180)
§6.2	S域模型法	(181)
§6.2.1	基本元件的S域模型	(181)
§6.2.2	耦合电感的S域模型	(183)
§6.2.3	S域模型分析举例	(184)
§6.2.4	含耦合元件的S域分析	(189)
§6.3	状态方程的S域分析	(193)
§6.3.1	状态方程的S域求解	(193)
§6.3.2	状态转移矩阵 $e^{[A]t}$ 的计算	(196)
§6.4	网络函数	(197)
§6.4.1	网络函数的定义及分类	(197)
§6.4.2	网络函数零、极点的表示	(198)
§6.4.3	网络函数的时域特性	(201)
§6.4.4	网络函数的图解表示	(204)
§6.5	网络函数矩阵及状态空间表达式	(206)
§6.5.1	网络函数矩阵	(206)
§6.5.2	状态空间表达式的网络函数矩阵	(206)
§6.5.3	网络函数的状态空间表达式	(208)
第七章	频域分析法	(211)
§7.1	正弦稳态响应	(211)
§7.1.1	正弦激励下的响应	(211)

§7.1.2 正弦稳态相量分析·····	(212)
§7.1.3 含耦合元件的相量分析法·····	(218)
§7.2 频率特性 ·····	(219)
§7.2.1 频率网络函数及频率特性曲线·····	(220)
§7.2.2 一阶低通、高通网络·····	(221)
§7.2.3 二阶带通网络·····	(225)
§7.3 波特图 ·····	(226)
§7.3.1 频率特性的对数曲线表示法·····	(226)
§7.3.2 一阶因子波特图·····	(227)
§7.3.3 二阶因子波特图·····	(231)
第八章 二端口网络 ·····	(237)
§8.1 二端口网络及其等效电路·····	(237)
§8.1.1 短路导纳参数及等效电路 ·····	(237)
§8.1.2 开路阻抗参数及等效电路 ·····	(240)
§8.1.3 混合参数及等效电路 ·····	(242)
§8.1.4 传输参数 ·····	(245)
附: 二端口网络参数换算表 ·····	(250)
§8.2 二端口网络的联结及其参数·····	(252)
§8.2.1 二端口网络的并联和串联·····	(252)
§8.2.2 二端口网络的混联·····	(253)
§8.2.3 有效联结的判断及有效隔离·····	(254)
§8.3 具有端接的二端口网络函数·····	(257)
§8.3.1 具有端接的二端口网络及其约束方程·····	(257)
§8.3.2 具有端接的二端口网络函数·····	(257)
§8.4 反馈网络 ·····	(259)
§8.4.1 反馈网络函数·····	(259)
§8.4.2 反馈网络的稳定性及判别法·····	(260)
第九章 有源滤波网络 ·····	(262)
§9.1 有源滤波·····	(262)
§9.2 有源滤波网络的基本元件·····	(262)
§9.2.1 运算放大器·····	(262)
§9.2.2 具有运算放大器的电路分析·····	(264)
§9.2.3 状态空间表达式综合网络元件·····	(265)
§9.2.4 模拟法综合网络元件·····	(269)
§9.3 低阶有源滤波网络·····	(270)
§9.3.1 低阶滤波网络函数·····	(270)
§9.3.2 一阶有源滤波网络·····	(272)
§9.3.3 二阶有源滤波器·····	(273)
§9.4 滤波网络的近似·····	(279)
§9.4.1 最大平坦幅值近似·····	(279)
§9.4.2 等波纹近似·····	(280)
§9.4.3 频率变换·····	(284)

第一章 电路及其两个约束

§1.1 电路模型及集中参数电路

§1.1.1 电路和电路模型

电路完成电能或信息的产生、转换、传输、控制等各种各样的任务。电路随着它担负的任务不同,种类繁多,结构形式千差万别。然而无论是电力网电路、通讯电路、计算机电路、自动控制电路等,都有一个共同的特点;它们都是由实际的电路器件按照一定方式互相连接而成。常见的电路器件有电阻器、电感器、电容器、晶体管、电子管、离子管、变压器、电机、导线、开关等等。

电子在电路和电路器件中流动,产生各物理现象和过程,主要是电磁现象决定了电路和电路器件的特性和功能,然而这些现象和过程是相当复杂的,并且随着工作条件(如环境、频率、温度等)的差异而不同。拿电阻器来说,电流通过时,它阻碍电流流动,表现耗能的焦耳热效应;与此同时,电阻器两端存在电场,表现出贮存电能效应;既然在电阻器中有电流通过,也产生磁场,表现出贮存磁能的效应。然而,一个实用电阻器工作在低频率条件下,制做者总是把电阻器工作时呈现的电场和磁场效应设计得可以忽略。为了易于对电路进行研究,在电路理论中,总是把一个实际电阻器用一个近似理想化的耗能元件来模拟。将一个实际电路器件,抓住其主要特性,忽略次要因素,用一个足以表征它主要特性的理想化模型来表示的方法,称为电路的模型化,而这个实际电路器件的理想化模型称为电路器件模型,简称为电路元件。电路器件模型是电路理论的一个重要基础,它的特点是使电路器件的特性可用数学来描述,使电路分析适于数学的分析。常见的电路器件模型(电路元件)有电阻、电感、电容、电压源、电流源、受控电源、回转器、负阻变换器、耦合电感、理想变压器等等。

由电路元件按一定方式联结而成的电路,称为电路模型。我们正是借助于电路模型来研究实际电路的。电路理论也就是对电路模型进行分析与综合的理论。所以用电路理论对实际电路分析所得的结果,是近似的。为了使我们的分析的结果更接近实际电路的状态,我们应不断地改进模型,使模型的性状与其被模拟的实际对象更为接近。

电路一般可分为集中参数电路和分布参数电路两种类型。本课程的任务是研究集中参数电路,严格地讲是研究集中参数电路模型。为了简便起见,在本课程中就用“电路”来代表集中参数电路模型。

§1.1.2 集中参数电路

一个电路元件的外形尺寸远小于工作信号最高频率所对应的波长,这个元件称为集中参

数元件, 否则为非集中参数元件。调频广播接收机的偶极天线就是非集中参数元件。由集中参数元件按一定方式联结而成的电路, 不管其联结形式如何, 只要整个电路尺寸远小于电路工作时信号最高频率所对应的波长, 都称之为集中参数电路。

集中参数元件可用一个方框及向外引出的端钮来表示, 如图 1.1—1 所示。集中参数元件向外引出与其它元件连接的端钮称为端点或节点, 节点数为两个的集中参数元件称为二端元件, 如电阻、电容等。以此类推, 端点数为 n 个的称为 n 端元件。

一个二端元件称为电路的一条支路, 对于图 1.1—2 所示的二端元件, 任何瞬刻入端钮 a 的电流 $i_1(t)$ 必须等于从另一端钮 b 流出的电流 $i_2(t)$, 这个电流称为支路电流 $i(t)$, 支路 ab 两端钮的电压 $v_{ab}(t)$ 称为支路电压。

一个由二端元件联结而成的电路, 可看作是由支路集合与节点集合组成的序偶。若用 N 代表电路, b 表示支路集, n 表示节点集, 则 N 可用以 b 、 n 为客体的序偶来表示, 即 $N = (b, n)$ 。图 1.1—3 所示的电路 N 中, $b = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $n = \{①, ②, ③, ④, ⑤, ⑥\}$ 。电路又称网络, 目前网络与电路常常混用, 一般人们习惯将复杂的电路称网络, 而将简单的电路称电路。

对于一个网络 N , 任意支路组成的闭合路径称为网络回路。若将回路数用 L 表示, 在图 1.1—3 所示网络 N 中, $L = 7$, 它们是 $\{1, 2, 3, 4\}$, $\{5, 7, 6, 4\}$, $\{3, 6, 8\}$, $\{1, 2, 8, 7, 5\}$, $\{1, 2, 3, 6, 7, 5\}$, $\{1, 2, 8, 6, 4\}$, $\{3, 8, 7, 5, 4\}$ 。

对于网络 N 的回路, 若其内部不含有任意支路的称为网孔。若网络 N 的网孔数用 M 表示, 在图 1.1—3 中, $M = 3$, 它们是 $\{1, 2, 3, 4\}$, $\{4, 5, 7, 6\}$, $\{3, 6, 8\}$ 。

把一个网络 $N = (b, n)$ 分成若干分离部分, 其每一部

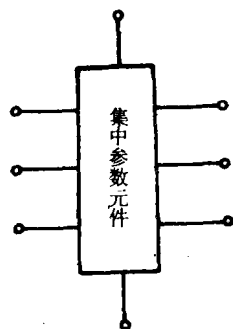


图 1.1—1

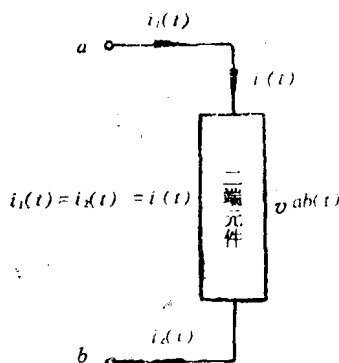


图 1.1—2

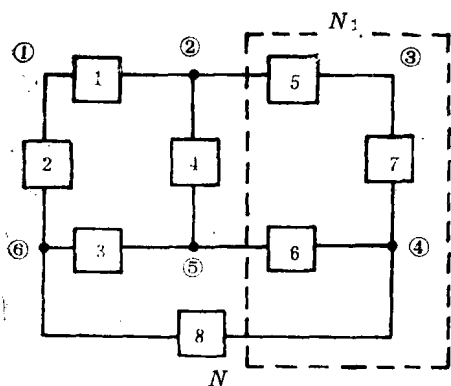


图 1.1—3 电路 N

分, $N_i = (b_i, n_i)$, 若 $b_i \subseteq b$ 且 $n_i \subseteq n$, 则称 N_i 为 N 的子网络。如图 1.1—3 虚框所示 $N_1 = (b_1, n_1)$, 就是网络 N 的子网络。因为: $n_1 = \{③, ④\}$, $n = \{①, ②, ③, ④, ⑤, ⑥\}$, $b_1 = \{5, 6, 7\}$, $b = \{1, \dots, 8\}$, 即有 $n_1 \subseteq n$ 且 $b_1 \subseteq b$ 。

一个子网络也可用一个方框及其向外引出的端钮来表示, 如图 1.1—4 (a) 所示。具有 n 个端钮的子网络称为 n 端网络, 引出仅有两个端钮的子网络称为二端网络, 如图 1.1—4 (b) 所示。二端网络的端钮电流满足从一个端钮流进的电流等于另一端钮从网络流出的电流, 这样两个端钮组成的端钮

对, 称为端口。显然一个二端钮网络组成一个单口。当一个网络的全部端钮可以组成 n 个端

口时, 这种网络又称为 n 端口网络。

§1.2 网络变量及参考方向

§1.2.1 网络变量

在电路理论中, 我们主要采用电流 $i(t)$ 、电压 $v(t)$ 、电荷 $q(t)$ 、磁链 $\lambda(t)$ 、功率 $p(t)$ 、能量 $W(t)$ 这六个物理量来表征电路的性状, 并且称之为网络变量。对于同一支路, 由物理学的知识可知, 这些变量之间存在如下关系:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad (1.2-1)$$

$$v(t) = \frac{d\lambda(t)}{dt} \quad (1.2-2)$$

$$p(t) = \frac{dW(t)}{dt} \quad (1.2-3)$$

$$W(t) = \int_{-\infty}^t p(t') dt' \quad (1.2-4)$$

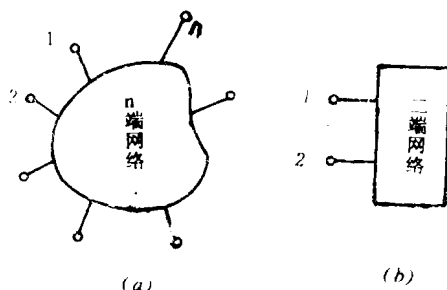


图1.1-4

上述方程可改写为如下形式:

$$q(t) = \int_{-\infty}^t i(t') dt' \quad (1.2-5)$$

$$\lambda(t) = \int_{-\infty}^t v(t') dt' \quad (1.2-6)$$

$$p(t) = v(t) i(t) \quad (1.2-7)$$

$$W(t) = \int_{-\infty}^t v(t') i(t') dt' \quad (1.2-8)$$

从后四个方程可以看出, 一旦确定了支路上的电流和电压以后, 该支路上的其它网络变量就随之而定。因此我们把电流和电压这两个变量作为电路的基本变量, 分析电路主要分析这两个变量。

§1.2.2 电流、电压的参考方向

电流和电压在电路分析中都是代数量。历史上规定, 正电荷运动的方向为电流的真实正方向; 而高电位到低电位的方向为电压的真实正方向。然而对于一个具体网络, 我们很难预先确定其各支路上电流和电压的真实正方向, 尤其电路中存在交流信号时, 其真实正方向是随时间而变化的, 这就给我们分析网络带来了很大的困难, 为了解决这个困难, 我们引入了参考方向这一概念。在分析网络时, 我们预先给网络各支路电流和电压假定一个方向。这些为

了求解电路而假定的电压和电流的方向称为参考方向（或标定方向）。电流的参考方向用箭头表示，其规定是：电流的真实正方向与参考方向一致，电流值为正，如图1.2—1（a）所示。这意味着，按参考方向分析电路得到的电流值为正时，说明电流的参考方向就是电流的真实方向，若得到的电流值为负时，说明电流的真实方向与参考方向相反。电路分析计算得到的电流正、负值再结合参考方向就可确定电流的真实方向。

电压的参考方向（或电压的参考极性）是用元件两端处的 $\oplus$ 和 $\ominus$ 号来表示（也可用箭头表示）， $\oplus$ 表示参考高电位， $\ominus$ 为参考低电位，箭头方向是从 $\oplus$ 到 $\ominus$ 的方向，即电位降低的方向。其规定是：电压的真实极性（方向）与参考极性（方向）一致时，电压值为正，如图1.2—2（a）所示。这意味着，按参考极性分析电路得到的电压值为正时，说明电压的参考方向（或参考极性）就是电压的真实方向（极性）；若电压值为负时，说明真实极性与参考极性相反。电路分析计算得到的电压正负值再结合参考极性就可确定电压的真实方向。

应当强调的是，以后在分析电路时，务必先标定参考方向，否则分析得到的任何结果都毫无意义。

参考方向本是我们为了分析电路而任意假定的，原则上电流电压的参考方向不存在依赖关系，但是为了使用和分析电路方便，常常把电流的参考方向与电压的参考方向设为一致，称之为关联参考方向或叫一致参考方向。显然采用关联参考方向，明显的优点可少标一套参考方向。

§ 1.2.3 有源和无源

电路的重要任务之一是电能的转换、传输和控制，所以功率和能量是电路的两个重要概念。下面我们就介绍这两个概念的有关内容。图1.2—3为一单口网络 N ，根据电流 $i(t)$ 、电压 $v(t)$ 可知， t_0 时刻的瞬时功率 $p(t_0) = v(t_0)i(t_0)$ 。

在关联参考方向下，当 $p(t_0) > 0$ 表示该单口网络 N 吸收功率；当 $p(t_0) < 0$ 表示该单口网络产生功率，即网络 N 向外电路提供功率。

t_0 时刻电路 N 得到的总能量 $W(t_0)$ 为

$$W(t_0) = \int_{-\infty}^{t_0} v(t)i(t) dt \quad (1.2-9)$$

上式中，所有 $t_0 \geq -\infty$ 时所有的 $v(t)$ 、 $i(t)$ 的可能组合，若存在

$$W(t) \geq 0 \quad (1.2-10)$$

称该单口网络为无源网络（或者无源元件）；不满足（1.2—10）式时，

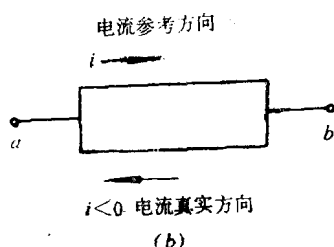
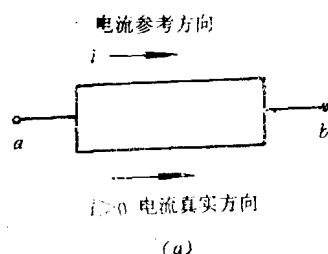


图1.2—1
电压的参考方向

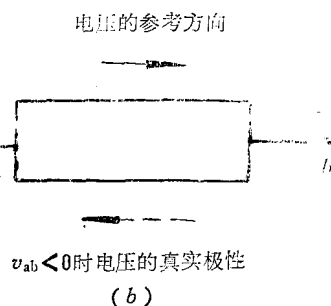
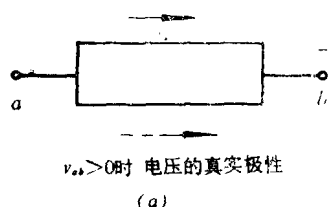


图1.2—2

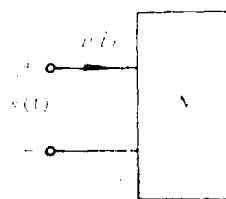


图1.2—3

称该单口网络（元件）为有源网络（元件）。

有源网络（元件）从端口处向外电路提供的电能比从外电路输入网络的电能多。而无源网络从端口处由外电路输入的电能总是大于或等于向外电路提供的电能。当网络在端口处从外电路吸收的电能等于网络在端口处返送到外电路电能时，说明网络先从外电路吸收电能贮存起来，然后又全部返送到外电路，这种网络（元件）称为无损网络（元件）。当网络在端口处从外电路吸收的电能大于在端口处返送到电路的电能时，说明网络损耗了电能，称此种网络为耗能网络（元件）。

§ 1.3 电阻、电容、电感元件及其约束方程

电阻、电容、电感是大家熟悉的三个电路元件，它们都具有二个端钮，常称为二端元件或单口元件。我们这里不再详细叙述其电特性，而是从数学角度更一般地描述它们的特性。

§ 1.3.1 电阻、电容、电感元件的定义及定义变量。

一、电阻

电阻这一概念是德国物理学家欧姆在1826年提出的，其符号如图1.3—1所示。电阻是对电流呈现阻力的元件。电阻元件上的电流 $i(t)$ 与电压 $v(t)$ 存在着用欧姆定理来定义的代数关系。为了适应电子器件不断发展的需要，这里把电阻进行更一般地定义：如果一个二端元件的电流 $i(t)$ 与元件端电压 $v(t)$ 之间存在 $f(v(t), i(t), t) = 0$ 的代数关系，则称该元件为电阻。其中， $v(t)$ 和 $i(t)$ 称为电阻元件的定义变量。

以上定义，我们又可叙述为：如果一个二端元件，在任意瞬间 (t_0) 的电流与电压两者之间的关系可由 $V-I$ 或 $I-V$ 平面上一条曲线来表征，则该元件就称电阻。其特性曲线见图1.3—2所示，该曲线确定了在时间 t_0 时刻变量 $v(t_0)$ 和 $i(t_0)$ 全部可能数值的集合。

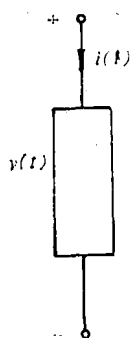
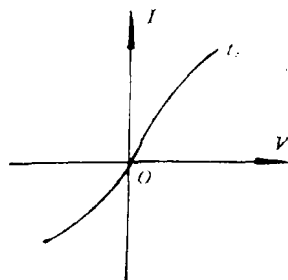


图 1.3—1

二、电容

电容的概念早在1745年就出现了，当时莱顿城的范·缪森勃洛克制成了平板电容器作为蓄电装置，并作了充放电实验，所以电容符号用图1.3—3两平行短线表示。电容是能存储电荷的元件。当有电流向电容极板传输电荷 q 时，它的极板间就建立电场，其极板间就会有电压 v 。电容元件极板间的电荷 $q(t)$ 与极板间的电压 $v(t)$ 存在着代数关系，为此将电容一般定义为：如果一个二端元件，它贮存的电荷 $q(t)$ 和它的两端电压 $v(t)$ 之间存在代数关系 $f(q(t), v(t), t) = 0$ ，则该元件称为电容。图1.3—2电阻定义特性曲线 $q(t)$ 和 $v(t)$ 称为电容元件的定义变量。



同样，我们也可以把电容定义为：如果一个二端元件，在任意时刻 t_0 ，它贮存的电荷 q 和它两端电压 v 之间的关系由 $q-V$ 或 $V-q$ 平面上的一条曲线来决定，则该元件就称电容。

其特性曲线见图1.3—4所示。显然,特性曲线确定了在时间 t_0 时刻,变量 $v(t_0)$ 和 $q(t_0)$ 全部可能数值的集合。

三、电感

电感的概念是英国物理学家法拉第在1831年最早提出的。电感是电感线圈的模型,其符号如图1.3—5所示。电感是贮存磁场能量的元件,它与电磁感应相联系。电流 $i(t)$ 通过电感时必然产生磁链 $\lambda(t)$,所以对于电感来说,它的磁链 $\lambda(t)$ 和它的电流 $i(t)$ 存在着代数关系。由此我们把电感定义为:如果通过二端元件的电流 $i(t)$ 与磁链 $\lambda(t)$ 之间存在代数关系, $f(\lambda(t), i(t), t) = 0$,则此元件就称为电感。变量 $\lambda(t)$ 和 $i(t)$ 称为电感的定义变量。

当然我们也可以把电感定义为:如果一个二端元件,在任意时刻 t_0 ,它的磁链 $\lambda(t)$ 与它的电流 $i(t)$ 之间的关系,能够用 $I-\lambda$ 或 $\lambda-I$ 平面上的一条曲线来确定,则该元件就称为电感。其特性曲线如图1.3—6所示。显然特性曲线确定了在时间 t_0 时刻, $i(t_0)$ 和 $\lambda(t_0)$ 的全部取值。

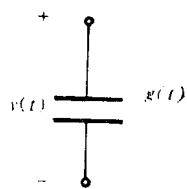


图 1.3—3

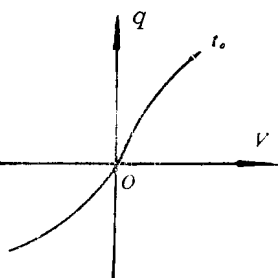


图 1.3—4 电容定义特性曲线

§ 1.3.2 元件分类

从上述定义可知,电阻、电容、电感三种元件都可用平面曲线来定义,其元件特性都可画到一个平面上。按每个元件的特性是否随时间变化,我们可把上述三种元件分为时不变(或定常)和时变元件。若特性曲线不随时间变化的,即特性曲线是一条固定曲线的元件称为定常元件或时不变元件,见图1.3—7所示。反之则是时变元件,时变元件其定义特性曲线是随时间变化的,而不是固定的;随时间的不同,特性曲线也不同,见图1.3—8所示。

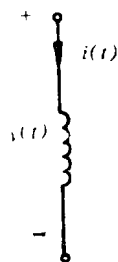


图 1.3—5
电感符号

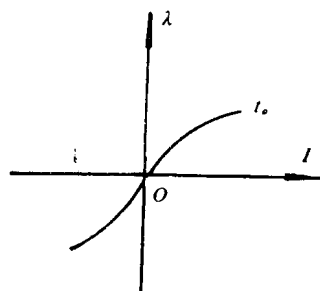
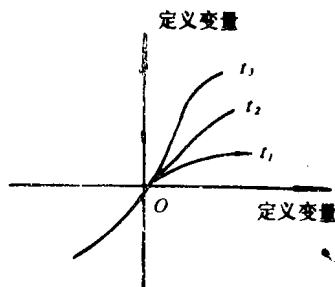
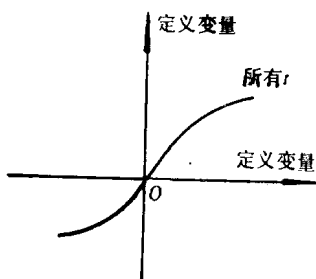


图 1.3—6 电感定义特性曲线

另外,我们还可以按每个元件的特性曲线是否所有的时间都是通过定义坐标原点的直线,又可分为线性元件和非线性元件。若其特性曲线在所有的时间都是通过原点的直线称之为线性元件,见图1.3—9(a)所示;反之就是非线性元件。只要任何一个时刻 t 的特性不是过原点的直线都是非线性元件,如图1.3—9(b)、9(c)所示的两种情况都是非线性元件。



按以上分类方法常把电阻、电容、电感元件分为以下四种类型:

1. 线性定常元件:它既具有线性又具有时不变性。其特性曲线是一条固定的过原点的直线,如同1.3—10所示。

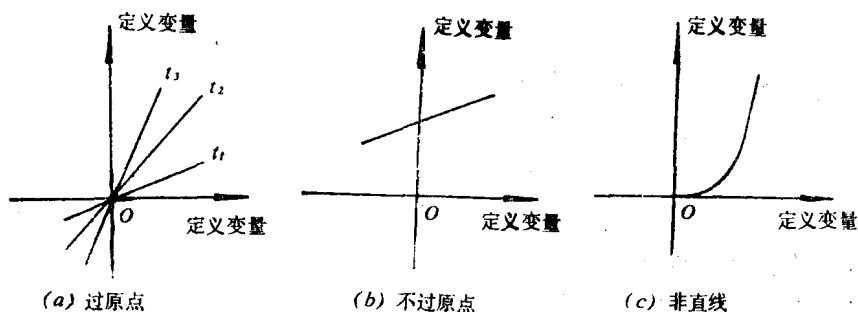


图 1.3—9 线性与非线性元件特性曲线

2. 非线性定常元件：元件特性具有时不变性又具有非线性两重性。其特性曲线是一条固定而不过原点的直线。或者过原点，但不是直线，如图1.3—11所示。

3. 线性时变元件：特性曲线随时间变化，而且其特性曲线在所有的时间无论怎样变化都是过原点的直线。显然，它不是一条固定的直线。

4. 非线性时变元件：它的特性曲线是随时间变化的，只要某一时刻不是过原点的直线，都是非线性时变元件。事实上，实际元件绝大部分是属于非线性时变元件。

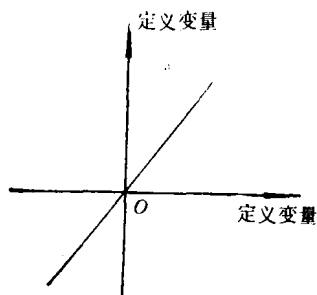


图 1.3—10 线性定常元件特性曲线

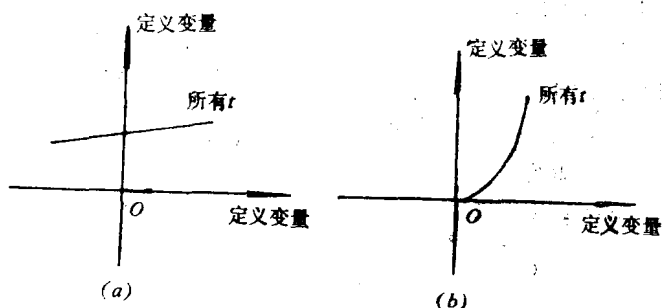


图 1.3—11 非线性定常元件特性曲线

线性元件比非线性元件、定常元件比时变元件的分析容易得多。目前线性定常网络比非线性时变网络的分析理论也成熟得多。作为一门专业基础课，本课程主要研究线性定常网络。

§ 1.3.3 线性定常元件及其约束方程

线性定常元件的定义曲线是一条固定的过原点的直线，定义变量之比就是直线的斜率，是一个常量。这个常量就称为线性定常元件的参数。其中： R 和 G 代表电阻的参数， R 简称电阻， G 称为电导； C 和 S 代表电容的参数， C 简称电容， S 称为倒电容； L 和 Γ 代表电感的参数， L 简称电感， Γ 称倒电感。

一、电阻

在关联参考方向下：

$$R = \frac{v(t)}{i(t)} \quad (1.3-1)$$

$$\text{或 } G = \frac{1}{R} = \frac{i(t)}{v(t)} \quad (1.3-2)$$

由 (1.3-1) 和 (1.3-2) 两式可得

$$v(t) = Ri(t) \quad (1.3-3)$$

$$\text{或 } i(t) = Gv(t) \quad (1.3-4)$$

(1.3-3) 和 (1.3-4) 两式反应了线性电阻元件的变量约束, 它就是欧姆定律。

上述关系式是根据电阻元件耗能特性, 在关联参考方向下得到的欧姆定律。如果采用非关联参考方向, 如图 1.3-12 所示, 则欧姆定律的形式应为:

$$v(t) = -Ri(t) \quad (1.3-5)$$

$$\text{或 } i(t) = -Gv(t) \quad (1.3-6)$$

电阻 R 的功率, 在关联参考方向下:

$$\begin{aligned} p(t_0) &= v(t_0)i(t_0) \\ &= i^2(t_0)R = \frac{v^2(t_0)}{R} \end{aligned} \quad (1.3-7)$$

从 (1.3-5) 和 (1.3-6) 两式可清楚地看到电阻上电压电流任一瞬时的值只与电流和电压的同一瞬时值有关, 而与电阻过去的电流电压值无关, 故称电阻为即时元件或无记忆元件。

由 (1.3-7) 式又可以看到, 当 $R > 0$, 则 $p(t_0) > 0$, $W(t_0) > 0$, 所以正电阻是无源元件, 更确切地说是耗能元件。当 $R < 0$, 则 $p(t_0) < 0$, $W(t_0) < 0$, 所以负电阻是有源元件。

二、电容

如图 1.3-13 所示, 在关联参考方向下:

$$C = \frac{q(t)}{v(t)} \quad (1.3-8)$$

$$\text{则 } q(t) = Cv(t) \quad (1.3-9)$$

电流和电压的关系为:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{dv(t)}{dt} \quad (1.3-10)$$

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(t') dt' \\ &= \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t_0} i(t') dt' + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(t') dt' \\ &= \frac{q_0}{C} + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(t') dt' \\ &= v(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(t') dt' \end{aligned} \quad (1.3-11)$$

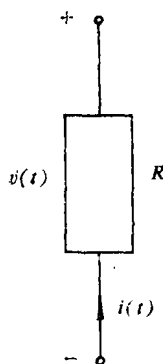


图 1.3-12

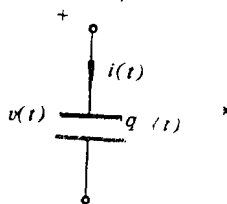


图 1.3-13

(1.3—10)式表明：电容上电流与电压之间的关系是通过微分方程建立起来的，故称电容元件为动态元件。

(1.3—11)式表明：某一时刻电容的端电压不仅决定于 $[t_0, t]$ 时间间隔内所有电流的数值，而且与电容上的初始电压 $v(t_0)$ 有关。 $v(t_0)$ 反映了 t_0 以前电容中电流的积累效应。可见电容对电压具有“记忆”特性，所以我们又说电容是一个“记忆元件”。(1.3—11)式还告诉我们，只有当电容值 C 和初始电压 $v(t_0)$ 均已给定时，电容元件的电流电压关系才能完全确定。

电容 C 在任意时刻 t_0 的功率，在关联参考方向下为：

$$p(t_0) = v(t)i(t) \Big|_{t=t_0} = C v(t) \frac{dv(t)}{dt} \Big|_{t=t_0} \quad (1.3-12)$$

若令 $C > 0$ ：

(1) 当电压为常量时， $\frac{dv(t)}{dt} = 0$ ，则 $p(t) = 0$ ，表明此刻电容不吸收也不产生能量。

(2) 当 $\frac{dv(t)}{dt} \Big|_{t=t_0} > 0$ ，则 $p(t) > 0$ ，表明电路给电容输入能量。

(3) 当 $\frac{dv(t)}{dt} \Big|_{t=t_0} < 0$ ，则 $p(t) < 0$ ，表明电容释放能量给电路，即电容是贮能元件。

元件。

电容 C 在 t_0 时刻贮存的总能量为

$$W_c(t_0) = \int_{-\infty}^{t_0} C v(t') dv(t') = \frac{1}{2} C v^2(t_0) \quad (1.3-13)$$

(1) 当 $C > 0$ ，则 $W(t_0) \geq 0$ ，说明正电容是一无源元件。

(2) 若取 $v_c(-\infty) = 0$ ，则 $W(-\infty) = 0$ ，说明电容是无损耗元件。

(3) 当 $C < 0$ ，则 $W(t_0) < 0$ ，说明负电容是有源元件。

从(1.3—13)式可以看出，电容元件在 t_0 时刻贮存的能量只与 t_0 时刻的端电压有关，与 t_0 时刻的瞬时电流无关。又因能量不能突变，故电容上的端电压也不能突变，说明电容上的电压起着承前启后的作用。

三、电感

如图1.3—14所示，在关联参考方向下：

$$L = \frac{\lambda(t)}{i(t)} \quad (1.3-14)$$

$$\lambda(t) = L i(t) \quad (1.3-15)$$

$$v(t) = \frac{d\lambda(t)}{dt} = L \frac{di(t)}{dt} \quad (1.3-16)$$

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v(t') dt'$$