

国外优质职业教育资源教学用书

翻译版

*Calculus: Early  
Transcendentals (5th ed)*

微积分 (上册)

James Stewart 著  
 白峰杉 主译



高等教育出版社  
Higher Education Press

国外优质职业教育资源教学用书

翻译版

# Calculus: Early Transcendentals (5th ed)

# 微积分 (上册)

□ James Stewart 著  
□ 白峰杉 主译



高等教育出版社  
Higher Education Press

图字：01-2003-5739号

Jame Stewart

Calculus Early Transcendentals, 5e

ISBN: 0-534-39321-7

Copyright © 2003 by Brooks/Cole, a division of Thomson Learning

Original language published by Thomson Learning (a division of Thomson Learning Asia Pte Ltd). All Rights reserved. 本书原版由汤姆森学习出版集团出版。版权所有，盗印必究。

Higher Education Press is authorized by Thomson Learning to publish and distribute exclusively this simplified Chinese edition. This edition is authorized for sale in the People's Republic of China only (excluding Hong Kong, Macao SAR and Taiwan). Unauthorized export of this edition is a violation of the Copyright Act. No part of this publication may be reproduced or distributed by any means, or stored in a database or retrieval system, without the prior written permission of the publisher.

本书中文简体字翻译版由汤姆森学习出版集团授权高等教育出版社独家出版发行。此版本仅限在中华人民共和国境内(不包括中国香港、澳门特别行政区及中国台湾)销售。未经授权的本书出口将被视为违反版权法的行为。未经出版者预先书面许可，不得以任何方式复制或发行本书的任何部分。

981-254-465-8

#### 图书在版编目(CIP)数据

微积分·上册/(加)史迪沃特(Stewart,J.):

白峰杉主译·北京:高等教育出版社,2004.7

书名原文: Calculus: Early Transcendentals

ISBN 7-04-014700-9

I. 微… II. ①史… ②白… III. 微积分—高等学校教材 IV. 0172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 056785 号

出版发行 高等教育出版社

购书热线 010-64054588

社 址 北京市西城区德外大街 4 号

免费咨询 800-810-0598

邮 政 编 码 100011

网 址 <http://www.hep.edu.cn>

总 机 010-82028899

<http://www.hep.com.cn>

经 销 新华书店北京发行所

印 刷 北京铭成印刷有限公司

开 本 787×1092 1/16

版 次 2004 年 7 月第 1 版

印 张 50.75

印 次 2004 年 7 月第 1 次印刷

字 数 1 250 000

定 价 68.00 元(含光盘)

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

## 内 容 提 要

本书为海外优秀数学类教材系列丛书之一。

《微积分》(第5版)从Thomson Learning出版公司引进,本教材2003年全球发行约400 000册,在美国,占领了50%~60%的微积分教材市场,其用户包括耶鲁大学(Yale University)等名牌院校及众多一般院校600多所。本书语言朴实、流畅、可读性强,比较适合非英语国家的学生阅读。

本书历经多年教学实践检验,内容翔实,叙述准确,对每个重要专题,均用语言、代数、数值、图像的方式予以陈述。作者及其助手花费了三年时间,在各种媒体中寻找了最能反映应用微积分的实例,并把它们编入了教材。因此,本书例、习题贴近生活实际,能充分调动学生学习的兴趣。

值得一提的是,本书较好地利用了科技。随书附赠两张CD-ROM,一张称为“TEC”(感受微积分),提供了一个实验环境,如同一个无声的老师,用探索、启发式的方法逐步引导学生分析并解决问题,还能链接到www.stewartcalculus.com.另一张称为“Interactive Video Skillbulder”(交互学习微积分),包含有与微积分教学有关的视频与音频等。

本书分为上、下册,上册内容包括:1. 函数与模型;2. 极限与导数;3. 求导法则;4. 微分的应用;5. 积分;6. 积分的应用;7. 积分方法;8. 积分的进一步应用;9. 微分方程;10. 参数方程和极坐标。下册内容包括:11. 无穷序列与级数;12. 向量与解析几何;13. 向量函数;14. 偏导数;15. 多重积分;16. 向量微积分;17. 二阶微分方程;附录A:数、不等式和绝对值;B. 直角坐标系和直线;C. 二次方程的图形;D. 三角学;E. 求和符号;F. 定理的证明;G. 复数;H. 奇数标号练习题答案;参考公式;索引。

本书还有影印版,适于国内高等院校工科各专业和广大非数学专业(含经管、文科专业)本、专科生作为双语教学的教材使用。

高教出版社  
主 编 白 翰

## 前 言

解决一个重大问题自然是伟大的发现，其实任何一个问题的解决都会有所发现。你解决的问题也许很平凡，但如果解决问题的过程，挑战了你的好奇心，激发了你的创造力，特别地，如果你是以自己的方式去解决问题，那么你就会经历一个紧张的过程，最终品尝到发现的喜悦。

乔治·波利亚 (GEORGE POLYA)

Mark Van Doren<sup>1</sup> 说过，教的艺术是引导和激励发现的过程。我一直努力写一本帮助学生们发现微积分的书——发现它巨大的实用价值，也发现它本身令人叹为观止的美。与本书的前四版一样，这一版我仍致力于将微积分生动地传授给学生，努力培养他们的能力；同时我更努力的让学生感受到这门学科内在的美。牛顿在他的伟大发现中毫无疑问是品尝到了胜利的喜悦，我也衷心地希望我的学生能够分享这份感受。

本书主要强调了概念的理解，这几乎是大家公认的微积分教学的目标。事实上，目前微积分教学改革的动力来源于 1986 年的 Tulane 会议，它首要的共识就是：

### “强化概念的理解”

我是通过“三原则”来实现这一目标，即阐述主题的“几何化、数值化和代数化”。我们可以通过可视化、一些数值的和图像的试验及其他的方法来教授微积分的概念和推理。最近，我们又补充了一条原则叫做“文字化”或者说“描述化”。它与其他的原则合起来并称为“四原则”。

此次修订，目的是既要强化概念的理解，又尽可能保留传统微积分教学的特点。也就是说，本书是在保持传统微积分教学内容和框架下进行改革的。(偏好循序渐进课程的教师可以参考我的《微积分：概念与框架》第二版。)

#### ● 第五版的新变化

在准备编著本书第五版的过程中，我在多伦多(Toronto)大学用第四版进行了为期一年时间的微积分教学，认真地听取了学生们的问题和同事们的建议。特别在备课和讲课时，我也产生了许多修改的想法：例如，某处很需要增加一个例子，一句话可以阐述得更清楚，某节应当增加另外类型的练习题等等。除此之外，我还吸取了很多本书的教学使用者和学习阅读者所提出的宝贵意见。

我的好朋友 Richard Armstrong 的一个电话，居然为我提供了意外的新习题。他是工程咨询公司的合伙人，经常给修建医院或宾馆的客户提供咨询服务。他告诉我，在世界上的一些国家和地区，大型建筑物的消防喷淋系统是用安装在房顶的水箱供水的。当水箱水面降低的时候，

<sup>1</sup> 译者注：Mark Van Doren (1894—1973)，美国的著名诗人和批评家，是一位非常著名的教师。

## · II · 前言

水压也会随之降低。因此，他们必须定量地估计这一影响，以使他的客户能在一定的时间段内能够保持水箱压力的稳定。我则告诉他，一个可分离变量的微分方程就可以解决这一问题。但是，如果加上进一步的讨论，这个问题就可以被改进为一个相当有意义的应用习题(参见 9.3 节后的“应用研究”)。

《微积分(第五版)》在整体结构上虽然与以前版本相比基本无大的改动，但还是有为数不少的改进：

- 反三角函数的复习从原来的 1.6 节挪到附录部分。
- 第 10 章有两节合并为一节。
- 12.2 节重新编写，以突出向量的几何描述。
- 添加了新的说明和页边注释来更清晰地阐述。
- 重新绘制了大量的图。
- 及时更新例题和练习中的数据。
- 添加例题。例如，因为很多学生对由积分式中一个变量取极限得到的积分函数理解起来比较困难，所以本书在 5.3 节添加了例 1。先学习例 1 对后面的微积分基本定理的学习是有益的。
- 在已有的例题中添加额外步骤来详细说明。
- 每一章新增加了 25% 的练习题下表中列出的是我本人比较喜欢的一部分题目：

练习题号	练习题号	练习题号
2.8 节第 34 题	3.9 节第 55 题	4.4 节第 74 题
5.4 节第 52 题	7.7 节第 36 题	9.1 节第 11 题—12 题
10.3 节第 47 题—49 题	11.9 节第 40 题	11.12 节第 35 题
13.3 节第 32 题—34 外	14.3 节第 5 题—6 题	14.5 节第 15 题—16 题

另外，附加题中也增加了一部分习题。例如，第 3 章“问题”的第 20, 21 题，第 8 章“附加题”的第 9, 10 题以及第 11 章的“附加题”的第 20, 22 题。

- 添加了五个新的应用研究问题。例如，3.7 节的应用问题是问学生如何设计一个环滑车使得轨道在转变点是光滑的；8.1 节的自由探索问题(感谢 Larry Riddle 提供此问题)是要求在给定分类的曲线当中找到具有最小弧长的曲线。
- 每一本书都附有一张丰富微积分教学内容的工具光盘(感受微积分)。
- 由于本书篇幅的限制，我们将一部分附加的内容和练习题挂已在重新修订的网站 [www.stewartcalculus.com](http://www.stewartcalculus.com) 上(详见后面的说明)。这部分内容包括傅里叶级数和泰勒级数的余项公式以及以前版本已有的一些内容：基本代数学的回顾、坐标轴的旋转、利用计算器的问题和“电脑对我说”等栏目。
- 本书的特色是通过概念性习题培养学生的理解能力。培养理解概念的最重要的方式就是所指定的习题训练。本书专门为此设计了几种新型的习题。一些练习题是关于该节中所出现概念的名词解释，例如，2.2 节、2.5 节、2.7 节、11.2 节、14.2 节、14.3 节中的前几个练习题。

同样，所有的复习题也都是始于概念检验和概念的是非判断题。还有一些练习题通过图像和表格测试学生们对概念的理解程度(参见练习题 2.8 节 1—3、2.9 节 35—38、3.7 节 1—4、9.1 节 11—12、10.1 节 24—27、11.10—2、13.2 节 1—2、13.3 节 29—33、14.1 节 1—2、14.1 节 30—36、14.3 节 3—8、14.6 节 1—2、14.7 节 3—4、15.1 节 5—10、16.1 节 11—18、16.2 节 17—18、16.3 节 1—2)。

另外一类习题用语言描述的方式测试学生对概念的理解(例如练习题 2.5 节 8, 2.9 节 48, 4.3 节 59—60 及 7.8 节 67)。我还特别欣赏将图形的、数值的和代数的方式相互对比和结合的习题(例如 2.6 节 35—36, 3.3 节 23 及 9.5 节 2)。

**考评练习题** 每一组练习题都经过认真仔细的考虑和筛选，包含有基本概念题、技巧训练题，循序渐进到富有挑战性的应用和证明问题。

**真实的数据** 为了获得有意义的真实数据去引入、促进、阐明微积分的概念，我和我的助手花了大量的时间在图书馆中、因特网上搜寻查阅资料，也接触和调研了许多公司和政府机关，力图用获取到的有趣的数据，来引出和阐述微积分中的基本概念。因此书中有很多例题和练习题都会看到由数据或图像定义的函数。例如图 1.1.1、1.1.11、1.1.12 (Northridge 地震的记录图)，2.9 节练习 36 (18 岁以下人口比例)，5.1 节练习 14 (“奋进号”航天飞机的速度)，图 5.4.4 (旧金山的能源消费状况)。风寒指数作为空气温度和风速的函数，并以表格的形式给出的数据，用来说明二元函数的思想(14.1 节例 2)；14.3 节考察热指数表的列元素时引入了偏导数，其中热指数观察为大气温度，是实际温度和相对湿度的函数。在研究线性近似时则又一次讨论这个例子(14.4 节例 3)。用一张等温线图，估计了雷诺城沿拉斯维加斯方向的温度变化率，从而在 14.6 节引入了方向导数的概念；二重积分被用来估计 1982 年 12 月科罗拉多的平均降雪量(15.1 节的例 4)；通过描述旧金山海湾风速的向量场，在 16.1 节引入了向量场的概念。

**研究型问题** 为了让学生们更加积极主动地学习，我们让他们以论文小组的形式去完成扩展研究课题。这些题目在完成的时候会给学生们一种真实的胜利感。为此本书引入了四种类型的研究型问题：涉及实际应用的应用研究，是专门设计来运用学生们的想像力的。例如，9.3 节后的题目是问学生，将一个球竖直上抛，到达最高点的时间长，还是从最高点回到抛出点的时间长(答案也许会让你惊讶呀)；14.8 节后的题目是利用拉格朗日乘子方法确定火箭三级的质量，从而使火箭总质量最小，同时达到需要的速度。需利用计算工具的实验课题，例如，10.2 节后的题目是怎样利用 Bezier 曲线设计激光打印机字模的形状。课外读写，要求学生将现在的办法与微积分创立者们的方法作比较，从历史中学习。例如，求切线的费马方法。题目提供了相应的参考文献。自由探索，让学生预测结果并加以讨论，或者通过直观的观察鼓励学生们有所发现(见 7.6 节中的题目)。还有的题目研究几何形状的探索：四面体(12.4 节)，超球(15.7 节)以及三个圆柱体的交(15.8 节)。更多的研究型问题可以在《教师参考书》或者《Calc Labs 增刊》上找到。

**问题的解决** 学生们通常对那些没有固定解题步骤的题目感到困难。George Polya 的“四步解题法”仍是迄今为止最好的解题方法，本书在第 1 章之后对他的解题原则进行了介绍。这一方法的应用或明或暗地贯穿于全书。在其他的章节后，本书还设有“附加题”部分，以提供一些富有挑战性的微积分题目为主。在选择这一部分多变题目时，本书遵循了 David Hilbert 的建议：“数学问题应该有足够的难度去吸引我们，但又不是无法解决而使我们徒劳无功。”当这些富有挑战性的题目被放在作业或者测验中时，我是以不同的方式去评判的，并且我会着重奖励那些有解题思想或者意识到哪些问题是相关问题的学生。

**计算工具** 计算工具的利用并没有降低反而增加了清晰的理解那些蕴藏在屏幕图像之下概念的重要性。但是，只有正确地使用绘图计算器和计算机才能成为深入理解概念强有力工具。本书可以使用这两种计算工具的任意一种来教学，事实上即使没有这样的工具也不影响教学。并且，书中会给出两种特殊的符号来清楚地区别哪种类型的计算工具需要使用。图标  表示该练习必须使用计算工具，但并不是意味着其他的练习就不能够使用该工具。符号  是为需要使用计算机代数系统 (Derive, Maple, Mathematica 或 TI - 89/92) 全部资源的问题而设立的。但是，计算工具的使用并没有使笔纸过时，阐明和巩固概念时有时需要更多的手算和手绘。因此，教学者和学生都需要发展辨别是用手算还是使用机器计算更合适的能力。

**丰富教学的工具** 本版随书附一张辅助教学工具光盘 TEC (感受微积分)，可以用来丰富和补充微积分学的内容。它是由 Harvey Keynes (明尼苏达大学) 和 Dan Clegg (Palo-mar 学院) 开发的，主要采用启发探索的方式。在本书中，当特别合适使用某种工具的时候，就会在页边处用图标指导学生利用 TEC 组件。它可以提供一个实验环境，方便学生以不同的方式在不同的级别上探索课题。教学者也有不同的级别可以选择，既可以鼓励学生使用组件独立探索，又可以从那些包含在每个组件中的习题中布置特殊的习题，或者自己编写，可以很好利用组件的练习题、实验、研究问题。TEC 光盘中为每一章节有代表性的习题(一般都是奇数编号)提供提示，题号用阴影标出。提示通常以提问的形式给出，希望能够像一个沉默的老师一样提供有效的教学帮助。但这些提示并不是为了揭示问题的实际解，而是促进学生解题取得进展的最起码的需要。

**网址** [www.stewartcalculus.com](http://www.stewartcalculus.com)，已被更新，现在包含以下内容：

- ◆ 指导性的代数学复习
- ◆ 附加内容 (附有练习题):
  - 傅里叶级数、泰勒级数余项公式、坐标轴的旋转、利用计算器、电脑对我说
  - ◆ 以前版本中的练习题及其解答
  - ◆ 以前版本中的附加题
  - ◆ 特殊课题到外界网络资源的链接
  - ◆ 数学的历史及到较好历史网站的链接

可供下载的软件 *Calclabs*, 它是使用 Derive 或 TI 计算器所必备的。

## ● 内容

### 微积分纵览

为了促进微积分的学习, 本书在这一部分概述了微积分学的主题, 还提出了一些需要利用微积分解决的问题。

### 1. 函数与模型

本章一开始强调了函数的多种表示方式: 文字形式、数值形式、图像形式、代数形式。数学模型的讨论将引导学生们从上述四种形式看待包括指数函数和对数函数在内的标准函数的复习。

### 2. 极限与导数

本章通过对切线与速度问题的讨论提出极限这一部分的内容, 并且以描述化、图像化、数值化、代数化的观点看待极限。2.4 节中关于极限的  $\epsilon - \delta$  严格定义是可选的章节; 2.8 节、2.9 节是关于导数内容的(特别是关于由图像和数值定义的函数的导数), 这是为第 3 章的求导法则所作的铺垫。这一部分的例题和练习题开发了学生们在各种环境下对导数含义的认识。

### 3. 求导法则

所有的基本函数, 包括指数函数、对数函数、反三角函数在内都是可微的。应用这些结果计算导数时, 学生们必须能够解释它们的含义。

### 4. 导数的应用

极值和曲线绘图部分都是由中值定理演绎而来的。利用工具绘图部分主要突出了计算器和计算机的交互作用以及曲线族的分析。本章还给出了实际的最优化问题, 包括让学生解释为什么要将头抬高  $42^\circ$  才能看到彩虹的顶部。

### 5. 积分

面积问题和距离问题的提出是为了引出定积分的概念, 求和符号也是必要的介绍(完全的介绍可以参见附录 E)。本章例题对各种环境下积分式所代表的含义进行了解释并给出由图表来估计积分值的方法。

### 6. 定积分的应用

本章给出了积分的实际应用——面积、体积、功和平均值, 这些问题不需要任何特殊的积分技巧就可以推导出来。本章强调了一般的积分推导方法。对学生们来说, 目标是掌握将物体分成小段, 作黎曼和求极限的方法。

### 7. 积分方法

本章涉及所有的标准求积方法。当然, 真正的难点在于怎样对所给的问题选择最合适积分方法。因此, 7.5 节给出了积分的技巧。7.6 节讨论了计算机代数系统的使用。

### 8. 定积分的进一步应用

本章给出积分的应用——弧长和面积的计算, 它们的推导需要借助于上一章所介绍的积分方法, 还有一些关于生物学、物理学(流体静压力和质心)、经济学的应用, 最后给出了积分在概率上的应用。本章中所给出的应用多于给定的学时中实际所能够讲述的, 所以需要教学者能根据学生的需要和兴趣选择合适的应用。

### 9. 微分方程

模型的引入是介绍微分方程的通用方法。在介绍可分离变量的

在准备学习多元微积分之前，一阶微分方程和线性方程的显式求解之前，方向场和欧拉方法的学习是为了让学生们多了解定性的、数值的、分析的方法。这些方法在本章中开始学习，它们可以应用到种群或人口增长的指数、对数及其他模型当中。本章的最后几节（第 10 章前五节或前六节）对一阶微分方程起到了很好的介绍作用。最后一节是可选的，用捕食者—被捕食者系统来阐述微分方程。

**10. 参数方程与极坐标** 面积、参数方程所定义曲线的切线、弧长和曲面面积这些内容已经系统地被整合为“参数曲线的微积分”。参数方程所定义曲线特别适用于做实验题，本章中列出了两个题目，一个是曲线上的面积，另一个是参数方程的族，一个是 Bezier 曲线。极坐标下的圆锥曲线的简单介绍为第 13 章的开普勒定律做准备。

**11. 无穷序列与级数** 收敛性的判别法就像它们的证明一样是一种直观的判断方法。收敛级数和的值估计也依赖于级数和收敛的判别法。本章还强调了泰勒级数和泰勒多项式及其在物理上的应用。误差估计包括利用图像仪器做估计。

**12. 向量与空间解析几何** 空间解析几何和向量的内容被分为两章，本章包括向量、点积、叉积、直线、平面、曲面和柱面坐标与球坐标系。

**13. 向量函数** 本章包括向量值函数、向量值函数的导数和微分、空间曲线的长度和曲率、天体沿空间曲线的速度和加速度以及开普勒定律的顶点等内容。

**14. 多元函数的偏导数** 本章从文字、数值、图像和代数的角度研究了二元函数和多元函数，特别是多元函数的偏导数。特别地，本章从热指数表的某些列的数据引入了偏导数的概念，热指数表现为大气温度，是实际温度和相对湿度的函数。方向导数通过描绘温度、压力、降雪量的等高线图来给出估计。

**15. 重积分** 等高线图和中点法可以用来估计给定地区的平均降雪量和平均温度。二重积分和三重积分可以用来计算概率、曲面面积、超球的体积和三个柱体交的体积。

**16. 向量积分** 向量场的概念是通过旧金山海湾风的速度场模式的图片引入的。线积分基本定理的相似性、格林定理、斯托克斯定理和散度定理都是本章的重点。

**17. 二阶微分方程** 一阶微分方程已经在第 9 章介绍了，本章介绍二阶线性微分方程及其应用——弹簧振动、电回路和级数解。

#### ● 辅助工具

我们开发了一系列完整的辅助手段来支持《微积分(第五版)》，这些手段既可以加强学生理解，又可以使创造性的教学更容易实现。

(以下致谢部分从略)

JAMES STEWART

## 寄语学子

THAT IT IS

阅读微积分的课本，截然不同于阅读一份报纸或一本小说，甚至不同于物理书。即使同学们对某一段读了不止一遍还是没有理解，也千万不要灰心。学习微积分，应该将纸笔和计算器放在手边，随时准备描绘草图或进行计算。

一些同学总是习惯于课后先动手做作业，当碰到了困难，才会去读课本。对他们，我的建议是，好的学习方法应该是在做题之前先仔细研读课本，特别是在看定义时，要了解每字每句的确切含义。而且，当看例题时，也不要急于看答案，而是尽量首先自己去解题。只有这样，同学们才会在最后看答案时获得更多的启示。

这门功课的一个目标就是训练学生的逻辑思维能力，学会以衔接的思路、按步骤用解释性的文字清晰地写出求解过程，而不是一串不连续的方程或公式的排列。

本书后面的附录 H，给出了书中奇数编号练习题的答案。一部分练习题还要求有文字性的解释或者描述。在这种情形下，正确表示答案的方法往往不止一种，所以不要为没有得到确定答案而焦急。而且，答案的数值的或代数的表示方法经常会有好几种不同的形式。因此，如果你的答案不同于其他人，也不要立即得出自己做错的结论。例如，如果书后给出的答案是  $\sqrt{2} - 1$ ，而你得到的是  $1/(1 + \sqrt{2})$ ，则你的答案也是正确的，只要将其分母有理化就会得到相同形式。

图标 表示有必要使用绘图计算器或者带有绘图软件计算机的练习题。(1.4 节中讨论了这些绘图仪器的使用以及同学们易犯的错误。)但是这并不意味着同学们就不可以用绘图仪器来检查其他部分的练习题。符号 是为了表示那些需要用到计算机代数系统(例如 Derive, Maple, Mathematica 或者 TI - 89/92)全部资源的题目。

图标 是提醒同学们格外注意以免犯错，这些符号被放置在易犯错地方的空白处。我经常看到许多学生总是在这些地方犯相同的错误。

图标 表示参见微积分教程光盘——“交互学习微积分”。书中空白处的这些图标注明了相应的概念在教程中的位置。利用这一光盘可以让同学们进行交互主动的学习。

本书所附的辅助教学光盘 TEC (感受微积分) 的指示符号为 。它会指导同学们利用组件去学习那些特别适于用计算机学习的知识。同时，TEC 光盘也给出阴影题号习题的答案提示，也就是在不给出真正答案的情况下，提供一些线索让同学们在解题中取得进展。这需要同学们积极紧跟提示，利用纸笔推导细节。如果某一个提示并没有促使同学们解决问题，则可以点击查看下一条提示。

随书的另一个光盘是“交互学习微积分”，是关于每一节中两三个例题的教学录像。另外，我的关于怎样成功地学习微积分课程的建议，也制作成录像放在这张光盘上。

我真诚的希望同学们在学习完这门功课之后保留这本书作为参考资料，因为大家很有可能忘掉一些细节知识。当同学们在以后的课程学习中，需要用到微积分知识时，这本书可以起到一个参考作用。而且，由于这本书还包含了许多其他的微积分教程所没有的内容，因此它也是

## · II · 寄语学子

科学工作者和工程师们有价值的资源。

微积分学是人类智力的最伟大的结晶，是一门令人激动的学科。我希望同学们不仅能够发现它的实用性，还能够发现它的内在美。

JAMES STEWART

我对于微积分学充满热情，因为它不仅在数学上具有重要价值，而且在许多其他的领域中也有重要的应用。我非常感谢那些在我求学期间帮助我学习微积分学的教师，他们教会了我很多关于微积分学的知识，帮助我理解了微积分学的精髓。我特别感谢我的导师，他教会了我如何在微积分学中找到美的本质。我希望能够通过我的经验，帮助更多的学生理解微积分学的美妙之处，感受它的内在美。

微积分学是数学的一个分支，它研究的是变化率和累积量。微积分学的基本思想是将一个复杂的整体分成许多小的部分，然后通过极限的方法来研究这些部分的性质，从而得出整体的性质。微积分学的应用非常广泛，从物理学、工程学、经济学到生物学、医学等各个领域都有其身影。微积分学的许多概念和方法都是由伟大的数学家们提出的，他们的贡献对后世产生了深远的影响。例如，牛顿和莱布尼茨分别提出了微积分学的基本定理，这是微积分学得以发展的基础。微积分学的研究对象是函数，它是描述变量之间依赖关系的一种数学语言。函数的概念最早是由笛卡尔提出的，他在《几何学》一书中首次使用了“函数”这个术语。函数的思想贯穿于微积分学的各个方面，从微分学到积分学，再到级数和微分方程，都是以函数为基本出发点的。

微积分学不仅在理论上有其独特的魅力，在应用上也具有广泛的应用价值。微积分学在物理学、工程学、经济学等领域都有重要的应用。例如，在物理学中，微积分学被用来解决力学、热力学、电磁学等问题；在工程学中，微积分学被用来解决力学、材料力学、流体力学等问题；在经济学中，微积分学被用来解决微观经济学、宏观经济学等问题。微积分学的应用范围非常广泛，几乎涵盖了所有与变化相关的领域。

# 本书出现的以英尺、磅和秒 为基础的单位及某些其他单位

量的名称	单位名称	单位符号	换算因数和备注
长度	英寸	in	$1 \text{ in} = 25.4 \text{ mm}$ (准确值)
	英尺	ft	$1 \text{ ft} = 12 \text{ in} = 0.3048 \text{ m}$ (准确值)
	码	yd	$1 \text{ yd} = 3 \text{ ft}$ (准确值) = $36 \text{ in}$ (准确值) = $0.9144 \text{ m}$ (准确值)
	英里	mile	$1 \text{ mile} = 5280 \text{ ft}$ (准确值) = $1609.344 \text{ m}$ (准确值)
面积	平方英寸	in <sup>2</sup>	$1 \text{ in}^2 = 645.16 \text{ mm}^2$ (准确值)
体积	加仑(英)	gal(英)	$1 \text{ gal(英)} = 277.420 \text{ in}^3 = 4.546\,092 \text{ dm}^3$ (准确值)
	加仑(美)	gal(美)	$1 \text{ gal(美)} = 231 \text{ in}^3 = 3.785\,412 \text{ dm}^3$
速度	英尺每秒	ft/s	$1 \text{ ft/s} = 0.3048 \text{ m/s}$ (准确值)
	英里每小时	mile/h	$1 \text{ mile/h} = 0.44704 \text{ m/s}$ (准确值)
质量	磅	lb	$1 \text{ lb} = 0.453\,592\,37 \text{ kg}$ (准确值)
	盎司	oz	$1 \text{ oz} = \frac{1}{16} \text{ lb} = 28.349\,52 \text{ g}$
压强	大气压	atm	$1 \text{ atm} = 101\,325 \text{ Pa}$ (准确值)
热量	卡	cal	$1 \text{ cal} = 4.184 \text{ J}$ (准确值)
力	达因	dyn	$1 \text{ dyn} = 10^{-5} \text{ N}$ (准确值)

# 目 录

微积分纵览	1
<b>第1章 函数与模型</b>	11
1.1 表示函数的四种方法	12
1.2 数学模型：基本函数导引	27
1.3 从基本函数衍生新的函数	42
1.4 图形计算器与计算机	53
1.5 指数函数	60
1.6 反函数与对数函数	69
1 复习题	82
解题的基本原则	85
<b>第2章 极限与导数</b>	91
2.1 切线与速度问题	92
2.2 函数的极限	97
2.3 利用极限运算法则求极限	111
2.4 极限的严格定义	120
2.5 函数的连续性	130
2.6 无穷远的极限及水平渐近线	142
2.7 切线、速度及其他变化率	157
2.8 导数	165
课外读写 早期求切线的方法	172
2.9 导函数	173
2 复习题	184
附加题	187
问题	188
<b>第3章 求导法则</b>	191
3.1 多项式函数与指数函数的 导数	192
3.2 积函数和商函数的求导法则	201
3.3 自然科学和社会科学中的变 化率	207

3.4 三角函数的导数	220
3.5 求导的链式法则	226
3.6 隐函数求导	236
3.7 高阶导数	245
应用研究 驾驶员从何处开始 降落？	252
应用研究 如何修建环形滑 车道？	252
3.8 对数函数的导数	253
3.9 双曲函数	258
3.10 相关变化率	265
3.11 线性近似与微分	271
实验课题 泰勒多项式	278
3 复习题	279
附加题	283
问题	284
<b>第4章 导数的应用</b>	287
4.1 最大值与最小值	288
应用研究 彩虹与微积分	297
4.2 中值定理	299
4.3 导数在绘图上的应用	305
4.4 不定型求导与洛必达法则	317
课外读写 洛必达法则的 起源	325
4.5 曲线绘图	325
4.6 用图形计算器绘图	335
4.7 优化问题	343
应用研究 罐的形状	353
4.8 导数在商业和经济上的应用	354
4.9 牛顿方法	359
4.10 原函数	365
4 复习题	373

· II · 目 录

附加题 .....	377	7.7 积分的近似计算 .....	527
问题 .....	377	7.8 反常积分 .....	539
<b>第5章 积分 .....</b>	381	7 复习题 .....	550
5.1 面积与距离 .....	382	附加题 .....	553
5.2 定积分 .....	393	问题 .....	554
自由探索 面积函数 .....	405		
5.3 积分基本定理 .....	406	<b>第8章 定积分的进一步应用 .....</b>	557
5.4 不定积分与牛顿-莱布尼茨公式 .....	417	8.1 弧长的计算 .....	558
课外读写 牛顿、莱布尼茨与微积分的发明 .....	425	自由探索 最优弧长 .....	564
5.5 变量代换法则 .....	426	8.2 旋转曲面面积 .....	565
5.6 对数函数的积分表达形式 .....	433	自由探索 沿倾斜轴旋转的曲面面积 .....	570
5 复习题 .....	440	8.3 物理和工程中的应用 .....	572
附加题 .....	443	8.4 经济学和生物学上的应用 .....	581
练习 .....	444	8.5 概率中的积分 .....	585
<b>第6章 定积分的应用 .....</b>	447	8 复习题 .....	592
6.1 两条曲线间的面积 .....	448	附加题 .....	593
6.2 体积 .....	455		
6.3 柱面法求体积 .....	466	<b>第9章 微分方程 .....</b>	597
6.4 功 .....	471	9.1 利用微分方程建立模型 .....	598
6.5 函数的均值 .....	476	9.2 方向场和欧拉方法 .....	603
应用研究 电影院里座位的选择 .....	479	9.3 分离变量法 .....	611
6 复习题 .....	479	应用研究 如何将水箱的水最快放完? .....	619
附加题 .....	481	应用研究 上山快还是下山快? .....	620
<b>第7章 积分方法 .....</b>	485	9.4 指数增长和衰变 .....	621
7.1 分部积分法 .....	486	应用研究: 微积分与棒球 .....	631
7.2 三角函数的积分法 .....	493	9.5 逻辑斯谛方程 .....	632
7.3 三角代换积分法 .....	499	9.6 线性微分方程 .....	641
7.4 有理函数的部分分式积分法 .....	506	9.7 捕食者 - 被捕食者问题 .....	646
7.5 积分策略 .....	514	9 复习题 .....	653
7.6 利用积分表及计算机代数系统求积分 .....	520	附加题 .....	656
自由探索 积分计算的规律 .....	526		
<b>第10章 参数方程与极坐标 .....</b>	659		
10.1 由参数方程定义的曲线 .....	660		
实验课题 圆沿圆周滚动 .....	668		
10.2 参数方程定义的曲线及其 .....	669		

---

微积分 .....	669	附加题 .....	708
实验课题 Bézier 曲线 .....	677	奇数标号练习题的答案 .....	710
<b>10.3 极坐标系 .....</b>	<b>678</b>	<b>参考公式 .....</b>	<b>768</b>
<b>10.4 极坐标系下的面积与弧长 .....</b>	<b>688</b>		
<b>10.5 圆锥曲线 .....</b>	<b>693</b>		
<b>10.6 极坐标下的圆锥曲线 .....</b>	<b>701</b>		
<b>10 复习题 .....</b>	<b>706</b>	<b>索引 .....</b>	<b>779</b>

# 微积分纵览



修完本课程时，你将能够解释雨后彩虹的形成及它的位置，计算水坝所承受的压力，分析生态系统中捕食者与被捕食者数量的周期性变化，推算火箭逃逸速度。

