上海师范大学附属中学

High School Attached To Shanghai Normal University

课程导学丛书

总主编 张正之 严一平

高一数学

主编 邓本标

上海百家出版社
Shanghai Baijia Publishing House

责任编辑　利春蓉
特约编辑　杨晗之
封面设计　梁业礼

上海师范大学附属中学
High School Attached To Shanghai Normal University
课程导学丛书 首批推出

《高中文言文核心篇目》

《高一数学》

《高一物理》

《高一化学》

《高一英语》

这是一所始建于1958年的上海市教育委员会直属的实验性示范性高中。先进的课程建设，高效的课堂教学，雄厚的师资力量，保证了学校教育的骄人成绩。

这套由上海师范大学附属中学教师编写的课程导学丛书，始终贯彻一个编写宗旨：课怎么上，书就怎么编，让这套参考书成为真正的课堂。

只要你翻开它，使用它，就会明白其中的含金量：因为厚重，所以系统；因为系统，所以权威；因为权威，所以有效。购买它，就相当于把最优秀的私人教师请回家。

2 077026 930800 >
32
上架建议　学生读物/教辅
ISBN 978-7-80703-884-9
9 787807 038849 >
定价：158.00元(共五册)
http://www.bjph.net

上海师范大学附属中学
High School Attached To Shanghai Normal University

课程导学丛书

高一数学

主编 邓本标

上海百家出版社
Shanghai Baijia Publishing House

图书在版编目(CIP)数据

上海师范大学附属中学课程导学丛书. 高一数学/张正之,严一平总主编;邓本标主编. —上海:百家出版社,2008.12

ISBN 978-7-80703-884-9

Ⅰ. 上… Ⅱ. ①张…②严…③邓… Ⅲ. 数学课-高中-教学参考资料 Ⅳ. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 170089 号

从 书 名 **上海师范大学附属中学课程导学丛书**
总 主 编 张正之 严一平
书 名 **高一数学**
主 编 邓本标
责任编辑 利春蓉
特约编辑 杨晗之
封面设计 梁业礼
出版发行 上海文艺出版总社(www.shwenyi.com)
上海百家出版社(www.bjph.net 上海市茶陵路 175 弄 3 号 200032)
经 销 全国新华书店
照 排 南京展望文化发展有限公司
印 刷 常熟市兴达印刷有限公司
开 本 700×1000 毫米 1/16
印 张 108
版 次 2008 年 12 月第 1 版 2008 年 12 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-80703-884-9/G·421
定 价 158.00 元(共 5 册)

序

今年，上海师范大学附属中学建校五十周年。

上海师范大学附属中学是一所具有创新与探索传统的学校。早在20世纪80年代初，学校就提出“引导发现法”，实施了以“一体两翼，优化素质”、“德美一体，各育生发”为内容的美育实验方案。90年代，又提出了“探索标准化教学与个性化教学双轨协进的教学格局”以及对学生“整体培育、终身负责”等理念，确立了建设“闪现21世纪精神的学校”的办学目标。1999年，在创建实验性、示范性学校的活动中，学校又根据自身的特点和优势，确立了“依托上海师大，整合各类教育资源，最大限度地拓展空间和时间，把学校办成人人都能充分和谐发展的现代大学附中”的办学目标。“最大限度地拓展空间和时间”，就是要让学生在德育上有体验的空间和时间，在课程上有选择的空间和时间，在学习上有拓展与探究的空间和时间，从而真正拥有自主发展与创新的空间和时间。把发展的“空间与时间”交给学生，不仅仅是给学生的实践与发展提供一个时空舞台，更重要的是，要把发展的主动权还给学生，把发展的选择权还给学生，让学生成为发展的真正主体，让学生成为生命的主人。

把学习的自主权还给学生，首先必须在学校课程建设和课程实施上满足学生的需要。为此，我们严格遵循国家课程标准，结合我校实际，在校本课程建设方面做了许多创造性的工作。这套《上海师范大学附属中学课程导学丛书》，就是这些劳动的一个体现。丛书力求简明扼要地呈现课程的基本内容与结构，呈现该学科的核心知识与能力要素，体现课程的价值追求与目标。最值得一提的是，丛书编写者始终立足于学生的自主学习与探究的需要，在尊重学科知识内在逻辑的同时，以

学生的知识建构与能力养成为落脚点。这既是我们日常教学的实践原则，也是我们编写此套丛书的基本追求。

学校发展需要历史的积淀，只有历史的积淀才能生成学校的个性与文化。一代代优秀的教师在附中耕耘，他们的学识、经验和智慧，在承传与发展中熔铸为学校的内涵与气质。我们编写《上海师范大学附属中学课程导学丛书》，就是希望通过这样的探索，将众多教师日常的、个体的探索物化下来，使之超越时间与空间的局限，造福于更多的学生。在校庆之日，也以此作为敬献给社会的礼物。

期望上海师范大学附属中学与您一起发展。

张正之　严一平
2008年10月

编写说明

在学校发展教育理念的指导下，我们注重以学生发展为本，以提高课堂教学质量为目标，在拓展学生知识、培养学生能力、完善学生人格方面，开展了大量的探索和研讨工作，使我校的数学教学水平和教学质量稳定在较高水平。同时，全体教师发扬团队合作的精神，不断摸索，不断总结，不断创新，沉淀、累积了丰富的教学经验和珍贵资料。在此基础上，我们编写本书，目的是帮助学生自主学习，自主探究，提高学习的有效性；有针对性地帮助和辅导学生进行新教材的学习和实践。本书的特色如下：

一、科学性。编写重点放在指导学生养成科学的思维方法上，同时有目的地培养学生的数学应用意识。

二、实用性。以上海新课程标准为依据，整合学校课程和资源，体现了会考、高考和自主招生三个层次的要求，方便学生自主学习。

三、指导性。以上海“二期课改”新教材基础型课程的章节为序，分解和细化考纲要求，帮助学生深入理解新课程，掌握重要的数学思想方法和学习方法，培养学生的思维能力和科学思维方法，掌握学习策略和学习技能。

四、针对性。例题部分重数学知识和方法，练习部分重落实和提高，拓展部分重能力和思维。

本书的编写体例如下：

每章中的【知识体系】阐述知识结构、基本概念、基本规律；【要点解析】解析《课程标准》中对本章学习的总体要求；【基本练习】对各单元学习提出了较高要求。

每节中的【课标解读】为《课程标准》对本节学习的要求；【目标分

解】对《课程标准》的知识点进行了具体分解;【问题解析】包括与知识点对应的问题、例题、分析、解答;【知识内化】包括与课堂学习相对应的基本练习;【能力迁移】是在学科要求基础上的学习拓展。

参加本书编写的老师有:陈蓓华、陈奇、邓本标、施炳星、谭巍、余建国。在本书编写过程中,我们得到了数学专家奚定华、特级校长张正之、教学顾问潘光博的大力指导,在此表示衷心的感谢。

尽管我们对本书的编写工作高度重视,态度认真,但疏漏之处在所难免,恳请读者赐教。

邓本标

2008 年 9 月

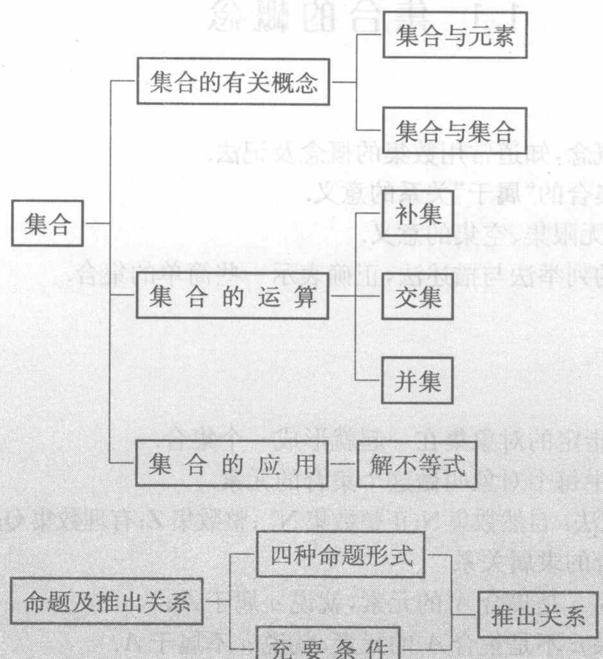
目 录

第一章

集合和命题

本章主要理解集合的有关概念和表示方法，以及集合之间的关系和基本运算，初步掌握基本的集合语言，了解集合的思想方法. 集合作为一种语言，将贯穿在整个高中数学内容中. 命题的初步知识主要包括四种命题及其相互关系、充要条件等有关知识.

知识体系



要点解析

<table>
<tr><th>学 习 内 容</th><th>学 习 要 求</th></tr>
<tr><td>集合及其表示法</td><td rowspan="6">1. 通过列举生活中的实例和数学中的事例，对集合的意义进行描述.知道集合的意义，理解集合的元素及其集合的关系符号；认识一些特殊集合的记号，会用“列举法”和“描述法”表示集合.体会数学抽象的意义
2. 理解集合之间的包含关系，掌握子集的概念
3. 掌握集合的“交”、“并”、“补”等运算，知道有关的基本运算性质.会求几个集合的交集、并集，会求已知集合的补集
4. 理解否命题、逆命题，初步掌握命题的四种形式及其相互关系，建立命题与集合之间的联系.领会分类、判断、推理的思想方法
5. 理解充分条件、必要条件、充要条件的意义.能在简单的问题情景中判断条件的充分性、必要性或充分必要性
6. 建立子集与推出关系之间的联系，初步体会利用集合知识有助于理解逻辑关系
7. 能用集合的思想去观察、思考、表述和解决一些简单的实际问题.</td></tr>
<tr><td>子集</td></tr>
<tr><td>交集、并集、补集</td></tr>
<tr><td>命题的四种形式</td></tr>
<tr><td>充分条件、必要条件、充要条件</td></tr>
<tr><td>子集与推出关系</td></tr>
</table>

1.1 集合的概念

课标解读：

1. 理解集合的概念，知道常用数集的概念及记法.
2. 了解元素与集合的“属于”关系的意义.
3. 了解有限集、无限集、空集的意义.
4. 会运用集合的列举法与描述法，正确表示一些简单的集合.

目标分解：

1. 集合的概念

(1) 集合：某些指定的对象集在一起就形成一个集合.

(2) 元素：集合中每个对象叫做这个集合的元素.

2. 常用数集及记法：自然数集 $\mathbf{N}$；正整数集 $\mathbf{N}^*$；整数集 $\mathbf{Z}$；有理数集 $\mathbf{Q}$；实数集 $\mathbf{R}$.

3. 元素对于集合的隶属关系

(1) $a \in A$：如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于 A；

(2) $a \notin A$：如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于 A.

4. 集合中元素的特性：确定性、互异性、无序性.

5. 集合的表示方法

(1) 列举法：把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内表示集合.

注：a 与 $\{a\}$ 不同：a 表示一个元素，$\{a\}$ 表示一个集合，该集合只有一个元素.

(2) 描述法：用确定的条件表示某些对象是否属于这个集合，并把这个条件写在大括号内表示集合的方法.

格式：$\{x \in A \mid P(x)\}$；含义：在集合 A 中满足条件 $P(x)$ 的 x 的集合.

(3) 文氏图：用一条封闭的曲线的内部来表示一个集合的方法.

注：① 有些集合的公共属性不明显，难以概括，不便用描述法表示，只能用列举法. 如：集合 $\{x^2,\ 3x+2,\ 5y^3-x,\ x^2+y^2\}$.

② 有些集合的元素不能无遗漏地一一列举出来，或者不便于、不需要一一列举出来，常用描述法. 如：集合 $\{(x,\ y) \mid y=x^2+1\}$；集合{1 000 以内的质数}.

例 集合 $\{(x,\ y) \mid y=x^2+1\}$ 与集合 $\{y \mid y=x^2+1\}$ 是同一个集合吗？

答：不是. 因为集合 $\{(x,\ y) \mid y=x^2+1\}$ 是抛物线 $y=x^2+1$ 上所有的点构成的集合，集合 $\{y \mid y=x^2+1\}=\{y \mid y \geqslant 1\}$ 是函数 $y=x^2+1$ 的所有函数值构成的数集(即：它们所包含元素的意义不同).

6. 集合的分类

(1) 有限集：含有有限个元素的集合.

(2) 无限集：含有无限个元素的集合.

(3) 空集：不含任何元素的集合，记作 $\varnothing$，如：$\{x \in \mathbf{R} \mid x^2+1=0\}$.

问题解析：

一、集合的表示

例 1 分别用列举法或描述法表示下列集合.

(1) 分母小于 5 的正的真分数的集合；(2) 数轴上到 3 的距离不小于 5 的实数的集合；(3) 本班师生属相的集合；(4) 本校师生乘飞船到达月球的人的集合和人数的集合.

解：(1) 列举法 $\left\{\dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{3},\ \dfrac{2}{3},\ \dfrac{1}{4},\ \dfrac{2}{4},\ \dfrac{3}{4}\right\}$.

(2) 描述法 $\{x \mid |x-3| \geqslant 5,\ x \in \mathbf{R}\}$.

(3) 列举法(注意元素不可以重复或遗漏).

(4) $\varnothing$ 和 $\{0\}$，注意两者的差别.

二、集合元素的互异性

例 2 已知集合 $A=\{a^2-a,\ 2a,\ 2\}$，求实数 a 的取值范围.

解：由集合元素的互异性知，集合中的任意两个元素不同. 所以 $a^2-a \neq 2a$，

$a^2-a\neq 2$ 且 $2a\neq 2$. 所以 $a\neq 0$, $a\neq 3$, $a\neq -1$, $a\neq 2$ 且 $a\neq 1$. 即实数 a 的取值范围是: $a\in \mathbf{R}$, 且 $a\notin\{-1, 0, 1, 2, 3\}$.

三、集合元素的确定性

例 3 已知集合 $A=\{x \mid ax^2-3x+2=0, a\in \mathbf{R}\}$, 分别求下列条件下实数 a 的取值范围.

(1) $A=\varnothing$;

(2) A 中只有一个元素;

(3) A 中有两个不同的元素且都为正数.

解: 集合 A 表示方程 $ax^2-3x+2=0$ 在实数范围内的解集.

(1) A 是空集, 则 $\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta=(-3)^2-8a<0 \end{cases}$, 所以 $a>\dfrac{9}{8}$;

(2) 特别注意的是 $a=0$ 时方程是一次方程满足题义. $a=0$ 或 $a=\dfrac{9}{8}$;

(3) 表示方程 $ax^2-3x+2=0$ 有两个不等的正根. $0<a<\dfrac{9}{8}$.

四、元素与集合的关系

例 4 设集合 G 中的元素是所有形如 $a+b\sqrt{2}(a\in \mathbf{Z}, b\in \mathbf{Z})$ 的数, 求证:

(1) 当 $x\in \mathbf{N}$ 时, $x\in G$;

(2) 若 $x\in G$, $y\in G$, 则 $x+y\in G$, 并判断 $\dfrac{1}{x}$ 是否一定属于集合 G.

证明: (1) 在 $a+b\sqrt{2}$ $(a\in \mathbf{Z}, b\in \mathbf{Z})$ 中, 令 $a=x\in \mathbf{N}$, $b=0$,

则 $x=x+0*\sqrt{2}=a+b\sqrt{2}\in G$, 即 $x\in G$.

(2) $\because x\in G$, $y\in G$,

$\therefore x=a+b\sqrt{2}(a\in \mathbf{Z}, b\in \mathbf{Z})$, $y=c+d\sqrt{2}(c\in \mathbf{Z}, d\in \mathbf{Z})$.

$\therefore x+y=(a+b\sqrt{2})+(c+d\sqrt{2})=(a+c)+(b+d)\sqrt{2}$.

$\because a\in \mathbf{Z}$, $b\in \mathbf{Z}$, $c\in \mathbf{Z}$, $d\in \mathbf{Z}$.

$\therefore (a+c)\in \mathbf{Z}$, $(b+d)\in \mathbf{Z}$.

$\therefore x+y=(a+c)+(b+d)\sqrt{2}\in G$.

又 $\because \dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{a+b\sqrt{2}}=\dfrac{a}{a^2-2b^2}+\dfrac{-b}{a^2-2b^2}\sqrt{2}$.

且 $\dfrac{a}{a^2-2b^2}$, $\dfrac{-b}{a^2+2b^2}$ 不一定都是整数,

$$\therefore \frac{1}{x}=\frac{1}{a+b\sqrt{2}}=\frac{a}{a^2-2b^2}+\frac{-b}{a^2-2b^2}\sqrt{2}$$ 不一定属于集合 G.

知识内化:

1. 用描述法表示下列集合:

   ① $\{1, 4, 7, 10, 13\}$;

   ② $\{-2, -4, -6, -8, -10\}$.

2. 用列举法表示下列集合:

   ① $\{x\in \mathbf{N} \mid x$ 是 15 的约数$\}$;

   ② $\{(x, y) \mid x\in\{1, 2\}, y\in\{1, 2\}\}$;

   ③ $\left\{(x, y) \middle| \begin{cases} x+y=2 \\ x-2y=4 \end{cases}\right\}$;

   ④ $\{x \mid x=(-1)^n, n\in \mathbf{N}\}$;

   ⑤ $\{(x, y) \mid 3x+2y=16, x\in \mathbf{N}, y\in \mathbf{N}\}$;

   ⑥ $\{(x, y) \mid x, y$ 分别是 4 的正整数约数$\}$.

3. 关于 x 的方程 $ax+b=0$,当 a, b 满足条件________时,解集是有限集;当 a, b 满足条件________时,解集是无限集.

4. 用描述法表示下列集合:

   (1) $\{1, 5, 25, 125, 625\}=$________________;

   (2) $\left\{0, \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{2}{5}, \pm\frac{3}{10}, \pm\frac{4}{17}, \cdots\right\}=$________________.

能力迁移:

集合 A 满足条件:若 $a\in A$, $a\neq 1$,则 $\frac{1}{1-a}\in A$,

(1) 若 $2\in A$,则集合 A 中是否还有其他元素?如有,写出集合 A 中的所有元素;

(2) 若 $a\in A$,则集合 A 是否是单元素的集合?说明理由.

1.2 子 集

课标解读:

1. 了解集合的包含、相等关系的意义;

2. 理解子集、真子集的概念；

3. 了解全集的意义，理解补集的概念.

目标分解：

1. 集合相等：一般地，对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，同时集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素，我们就说集合 A 等于集合 B，记作 $A=B$.

2. 子集：对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，我们就说集合 A 包含于集合 B，或集合 B 包含集合 A. 记作：$A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$；

若任意 $x\in A\Rightarrow x\in B$，则 $A\subseteq B$.

当集合 A 不包含于集合 B，或集合 B 不包含集合 A 时，则记作：

$A\not\subseteq B$ 或 $B\not\supseteq A$

注：$A\subseteq B$ 有两种可能：

(1) A 是 B 的一部分；(2) A 与 B 是同一集合.

3. 真子集：对于两个集合 A 与 B，如果 $A\subseteq B$，并且 $A\neq B$，我们就说集合 A 是集合 B 的**真子集**，记作：$A\subsetneqq B$ 或 $B\supsetneqq A$，读作 A 真包含于 B 或 B 真包含 A.

空集是任何集合的子集：$\varnothing\subseteq A$；空集是任何非空集合的真子集：$\varnothing\subsetneqq A$；若 $A\neq\varnothing$，则 $\varnothing\subsetneqq A$；任何一个集合是它本身的子集：$A\subseteq A$.

4. 易混符号

① "$\in$"与"$\subseteq$"：元素与集合之间是属于关系；集合与集合之间是包含关系. 如 $1\in\mathbf{N}$，$-1\notin\mathbf{N}$，$N\subseteq\mathbf{R}$，$\varnothing\subseteq\mathbf{R}$，$\{1\}\subseteq\{1, 2, 3\}$.

② $\{0\}$与$\varnothing$：$\{0\}$是含有一个元素 0 的集合，$\varnothing$是不含任何元素的集合. 如 $\varnothing\subseteq\{0\}$，不能写成$\varnothing=\{0\}$，$\varnothing\in\{0\}$.

5. 含 n 个元素的集合 $\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$ 的所有子集的个数是 2^n，所有真子集的个数是 2^n-1，非空真子集数为 2^n-2.

问题解析：

一、正确表示集合间的相等、包含关系

例 1 (1) 填空：$\mathbf{N}$ ________ $\mathbf{Z}$，$\mathbf{N}$ ________ $\mathbf{Q}$，$\mathbf{R}$ ________ $\mathbf{Z}$，$\mathbf{R}$ ________ $\mathbf{Q}$，$\varnothing$ ________ $\{0\}$.

(2) 若 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid x^2-3x-4=0\}$，$B=\{x\in\mathbf{Z}\mid |x|<10\}$，则 $A\subseteq B$ 正确吗？

(3) 是否对任意一个集合 A，都有 $A\subseteq A$，为什么？

(4) 集合$\{a, b\}$的子集有哪些?

(5) 高一(1)班同学组成的集合A,高一年级同学组成的集合B,则A、B的关系为________.

解: (1) $\mathbf{N}\subsetneqq\mathbf{Z}$, $\mathbf{N}\subsetneqq\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}\supset\mathbf{Z}$, $\mathbf{R}\supset\mathbf{Q}$, $\varnothing\subsetneqq\{0\}$.

(2) $\because A=\{x\in\mathbf{R}\mid x^2-3x-4=0\}=\{-1, 4\}$,

$B=\{x\in\mathbf{Z}\mid |x|<10\}=\{-9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$,

$\therefore A\subseteq B$ 正确.

(3) 对任意一个集合A,都有$A\subseteq A$.

(4) 集合$\{a, b\}$的子集有:$\varnothing$、$\{a\}$、$\{b\}$、$\{a, b\}$.

(5) A、B的关系为$A\subseteq B$.

二、有限集合的子集个数

例 2 (1) $\{0, 1\}\subseteq P\subseteq\{0, 1, 2, 3\}$,则集合$P$的个数;

(2) $\{3, 4\}\subsetneqq P\subseteq\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$,则集合$P$的个数;

(3) $\{1\}\subsetneqq P\subset\{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$,则集合$P$的个数.

解: (1) 将$\{2, 3\}$的所有子集中放入元素0,1,即得P,共有4个.

(2) 将$\{0, 1, 2, 5\}$的所有非空子集中放入元素3和4即为集合P,共$2^4-1=15$个.

(3) $2^5-2=30$.

例 3 (1) 设$A=\{1, 2, 3, 4\}$, $B=\{1, 2\}$,试求集合C,使$C\subsetneqq A$且$B\subseteq C$.

(2) 若$A\subseteq B$, $A\subseteq C$, $B=\{0, 1, 2, 3, 4\}$, $C=\{0, 2, 4, 8\}$,求满足条件的集合A.

(3) 根据已知结论:① 集合$\{a, b\}$的所有子集的个数是4个,即$\varnothing$, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{a, b\}$;② 集合$\{a, b, c\}$的所有子集的个数是8个,即$\varnothing$, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$, $\{a, b\}$, $\{a, c\}$, $\{b, c\}$, $\{a, b, c\}$.

猜想:① 集合$\{a, b, c, d\}$的所有子集的个数是多少?

② 集合$\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$的所有子集的个数是多少?

研究:集合$\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$的所有含有元素$a_1$子集的个数是多少?

解: (1) 即$B\subseteq C\subsetneqq A$共$2^2-1=3$个

(2) 即$A\subseteq B\cap C=\{0, 2, 4\}$共$2^3=8$个

(3) ① $2^4=16$个

② 结论:含n个元素的集合$\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$的所有子集的个数是$2^n$,所有真子集的个数是$2^n-1$,非空真子集数为$2^n-2$;含有元素$a_1$的子集的个数是$2^{n-1}$.