运筹学与实验

薛 毅 耿美英 编著

電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
http://www.phei.com.cn

运筹学与实验

薛　毅　耿美英　编著

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

内容简介

随着计算机软件的发展，许多复杂的计算可以由计算机来完成。本书编写的宗旨是加强建模、淡化计算。本书系统地讲述了运筹学的主要内容、基本定理和相关算法，同时介绍与运筹学问题求解密切相关的软件——LINGO 软件的使用方法。其主要内容包括：绪论、线性规划及单纯形法、线性规划的对偶问题、运输问题、整数规划与指派问题、目标规划、非线性规划、动态规划、图论与网络、排队论、存储论、对策论和 LINGO 软件的使用。本书内容深入浅出、通俗易懂，将数学模型、基本理论、算法、应用背景、例题及相应的计算软件相结合，可使读者对运筹学有一个全面的认识。

本书既可作为高等学校数学与应用数学、信息与计算科学、统计与运筹学专业本科生的运筹学或最优化方法课程的教材或参考书，也可作为计算机类、管理类、金融经济类专业本科生运筹学课程的教材或参考书，还可作为相关专业研究生的教材或参考书，或者作为数学建模课程或数学建模竞赛的参考书或辅导教材。对于从事运筹学、最优化应用的师生、工程技术人员和管理人员，本书的 LINGO 软件将会为他们提供很大的帮助。

图书在版编目（CIP）数据

运筹学与实验/薛毅，耿美英编著. —北京：电子工业出版社，2008.9
ISBN 978-7-121-07383-0

Ⅰ. 运…　Ⅱ. ①薛…　②耿…　Ⅲ. ①运筹学　②运筹学—最优化算法—应用软件，LINGO　Ⅳ. O22

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 140627 号

策划编辑：刘宪兰
责任编辑：宋兆武　张　京
印　　刷：
装　　订：北京牛山世兴印刷厂
出版发行：电子工业出版社
　　　　　北京市海淀区万寿路 173 信箱　邮编 100036
开　　本：787×1 092　1/16　印张：37.5　字数：930 千字
印　　次：2008 年 9 月第 1 次印刷
印　　数：4000 册　　定价：48.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线：（010）88258888。

前　言

运筹学是利用现代数学研究各种资源的运用、筹划和相关决策等问题的一门重要学科，它是一门研究如何有效地组织和管理人－机系统的科学，是经济、民政和国防等部门用数学的方法研究在一定条件下合理地分配人力、物力、财力等资源，使实际系统有效运行的技术科学，它可以用来预测发展趋势，制定行动规划或优选方案。其使用目的是为行政管理人员和决策者在决策时提供科学的依据。运筹学在生产管理、工程技术、军事作战、科学试验、财政经济及社会科学中都得到了极为广泛的应用。

本书是在多年的教学基础上完成的，全书共有 12 章和 1 个附录，包括：第 1 章绪论，介绍运筹学的基本概况；第 2 章线性规划及单纯形法，主要介绍求解线性规划模型及求解线性规划问题的单纯形方法；第 3 章线性规划的对偶问题，主要介绍线性规划的对偶理论、影子价格、对偶单纯形法和灵敏度分析，以及求解参数规划的方法；第 4 章运输问题，主要介绍运输问题的基本模型和相应的求解方法——表上作业法；第 5 章整数规划与指派问题，主要介绍求解整数规划的方法——割平面法和分枝定界方法，以及相应的应用问题——指派问题；第 6 章目标规划，主要介绍如何建立目标规划的数学模型和求解目标规划的单纯形法；第 7 章非线性规划，主要介绍求解无约束优化问题和约束优化问题基本算法；第 8 章动态规划，主要介绍动态规划的最基本的解法和应用实例；第 9 章图论与网络，主要介绍图论与网络的基本方法，如最短路问题、最大流问题、旅行商问题和最优连线问题等；第 10 章排队论，主要介绍各种排队模型，如等待制、缺失制、混合制和闭合制排队模型，以及各种模型相应的计算方法；第 11 章存储论，主要介绍 3 种存储模型——经济订购批量存储模型、经济生产批量存储模型和单周期随机库存模型；第 12 章对策论，主要介绍二人零和对策和二人非常数和对策。附录 A 是 LINGO 软件的使用，主要介绍 LINGO 软件使用的最基本方法。

随着计算机软件的发展，许多复杂的计算可以由计算机来完成，为此，本书的第一个特色是增加了用 LINGO 软件求解运筹学问题的内容。从第 2 章起，本书在每章的最后，用 1～2 节的篇幅介绍如何使用 LINGO 软件求解本章相关的运筹学问题，如在第 2 章、第 3 章介绍如何用 LINGO 软件求解线性规划问题，进行灵敏度分析等，以后的各章都有相应的内容。附录 A 是对 LINGO 软件的使用方法作一个总体而简单的介绍。为更好地了解 LINGO 软件求解问题的过程，在阅读完本书的第 2 章和第 3 章的内容之后，可先读附录 A 中 LINGO 软件的使用的部分内容，然后在后面各章学习过程中，逐步加深对 LINGO 软件的了解。通过对本书的学习，读者可以了解如何运用 LINGO 软件求解运筹学中的实际问题，这对于关心运筹学应用的读者尤为重要，这也是本书的特色之一。

深入浅出、通俗易懂是本书的第二个特色。本书总结了多年的教学经验，尽可能地采用简单、直观的方法讲明各种方法动机、算法的来龙去脉，并配有大量的例题帮助学生了解算法和各种方法的应用背景，以及大量的习题帮助学生巩固和提高所学的内容。

本书的第三个特色是有较强的实际应用背景。在本书中，每介绍一种算法时，都会先介绍数学模型的形式，再介绍算法，并介绍如何对所得到的数据进行分析，从而给出合理的决策，读者在解决实际问题时，可以进行参考。

本书的第四个特色是合理的定位。本书既不是数学理论很强的数学类图书,也有别于一般的运筹学类图书。加强建模、淡化计算是本书的宗旨。由于可以用 LINGO 软件对运筹学问题进行求解,因此我们去掉了运筹学中一些烦琐的计算,取代它们的是用软件求解,使学生的精力主要放在运筹学的建模上。这样做的好处是,不至于让复杂的计算淹没运筹学的本质。

因此,本书的读者定位是从事于运筹学应用方向各专业的学生和工程技术人员,在主要内容上着重介绍运筹学的基础知识和在实际应用中有效的方法。为了便于理解与应用,对讲述的各种算法,尽可能地阐述清楚算法的基本思想、具体步骤和相应的实例。通过手工计算的例子与 LINGO 软件计算的例子相对照,帮助读者进一步了解 LINGO 软件输出结果的深刻含义,使读者可以更好地利用数学软件解决实际问题。

本书主要是为高等学校工科的本科生、研究生编写的,但应用数学专业的学生也可以将本书作为运筹学或最优化方法的教材。本书的基础是高等数学(数学分析)和线性代数,学习过数值分析(计算方法)的读者可以更方便地学习本书的知识,如果有一定的计算机水平,可能在理解 LINGO 软件和用软件解决实际问题时更容易,但实际阅读本书时并不需要读者有很高的计算机水平。

全部讲完本书内容大约需要 90 ~ 100 学时。但本书的有些章节是相对独立的,教师可以根据学生所学专业的特点及学时的多少删减部分内容,如果作为线性规划及实验的教材,可以选择讲第 1 ~ 5 章和附录 A 内容;如果作为数学规划及实验的教材,除上述内容外,再增加第 6 ~ 8 章;如果作为数学实验或数学建模训练方面的教材,可只讲各章前面少量的概念,重点放在每章后用 LINGO 软件求解运筹学问题的内容上。

具体来说,本书可作为高等学校数学与应用数学、信息与计算科学、统计与运筹学专业本科生的运筹学或最优化方法课程的教材或参考书,也可作为计算机类、管理类、金融经济类专业运筹学课程的教材或参考书,同时还可作为相关专业研究生的教材,亦可作为数学建模课程或数学建模竞赛的参考书或辅导教材。对于从事运筹学、最优化应用的师生、工程技术人员和管理人员,本书的 LINGO 软件将会为他们提供很大的帮助。

与本书配套的 LINGO 软件可到网上 http://www.LINDO.com 下载(试用版)或与 LINDO 公司联系购买正版软件(目前国内已有 LINGO 软件的代理商)。如果读者需要本书所列例题的 LINGO 程序,可发邮件至 xueyi@ bjut.edu.cn,向薛毅老师索取。

中国农业大学的邓乃扬教授曾认真阅读全书的手稿,并提出了宝贵的修改意见,在此,作者向他致以衷心的谢意,同时感谢给我们提供帮助的邵嘉婷老师、王仪华老师,以及给我们提供各种建议的同事们和协助工作的研究生。感谢电子工业出版社为本书的出版做了大量工作。

尽管本书的作者一直从事运筹学、最优化方面的教学与科研工作,但由于水平和时间的限制,本书难免有不妥和错误之处,欢迎读者批评指正,以便再版时修改更正。作者通信地址:北京工业大学应用数理学院,薛毅(xueyi@ bjut.edu.cn),耿美英(gengmy@ bjut.edu.cn),邮政编码:100124。

编　者

2008 年 5 月

于北京工业大学

目　录

第1章 绪 论

1.1 运筹学的发展历史

1. 名称的由来

运筹学名称取自于我国《史记·高祖本纪》的"夫运筹帷幄之中,决胜千里之外"一语,摘取"运筹"二字作为这门学科的名称,即包含运用筹划,以策略取胜等意义,又较为恰当地反映了这门学科的性质和内涵。运筹学,英国人称为 Operational Research,在美国称为 Operations Research(简记为 O. R.),可直译为"运用研究"或"作业研究"。

2. 运筹学的定义与目的

运筹学是一门新兴的应用科学,起源于20世纪30年代。由于它所研究的对象极其广泛,因此有着许多不同的定义。

1976年,美国运筹学会定义"运筹学是研究用科学方法来决定在资源不充分的情况下如何最好地设计人-机系统,并使之最好地运行的一门学科";1978年,联邦德国的科学辞典上定义"运筹学是从事决策模型的数字解法的一门学科",前者着重于处理实际问题,后者强调数字解,而注重数学方法。英国运筹学杂志认为:"运筹学是运用科学方法(特别是数学方法)来解决那些在工业、商业、政府部门、国防部门中有关人力、机器、物资、金钱等的大型系统的指挥和管理方面所出现的问题,其目的是帮助管理者科学地决定其策略和行动。"

运筹学涉及的主要领域是管理问题,研究的基本手段是建立数学模型,并比较多地运用各种数学工具。从这点出发,有人将运筹学称做"管理数学"。运筹学是管理学专业必修的一门课程,也是其他专业课程的基础课,在现代化的管理中运筹学正起着日益重要的作用。它的目的是为行政管理人员和决策者在作决策时提供科学的依据。因此,它是实现管理现代化的有力工具。运筹学在生产管理、工程技术、军事作战、科学试验、财政经济及社会科学中都得到了极为广泛的应用。

3. 运筹学发展史

运筹学这个名词的正式使用是在1938年,当时英国为解决空袭的早期预警,做好反侵略战争准备,积极进行着"雷达"的研究。但随着雷达性能的改善和配置数量的增多,出现了来自不同雷达站的信息及雷达站同整个防空作战系统的协调配合问题。1938年7月,Bawdsey(波得塞)雷达站的负责人 A. P. Rowe(罗伊)提出立即进行整个防空作战系统运行的研究,并用"Operational Research"一词作为这方面研究的描述,这就是运筹学这个名词的起源。1940年9月,英国成立了由物理学家 P. M. S. Blackett(布莱克特)领导的第一个运筹学小组,后来发展到每一个英军指挥部都成立运筹学小组。这类小组包括物理学家、数学家、生物学家、天文学家和军官等,人们称这个小组为"布莱克特马戏团"。研究工作从空军扩充到海军和陆军。这方面的研究解决了许多非常复杂的战略和战术问题。他们研究了飞机出击的时间和队形、商船护航的规模、水雷的布置、对深水潜艇的袭击、深水炸弹的起爆深度等。这些早期的运筹学的工作,使用的理论内容一般说来都比较浅显,而成效卓著。

第二次世界大战以后,从事这项工作的许多专家转到了经济部门、民用企业、大学和研究所,从而使这项工作得到新的发展,运筹学作为一门学科逐步形成并开始迅速地发展。

运筹学虽然是一门新兴的学科,但是这项技术的思想方法在我国古代就有过不少的记载。

例如,齐王赛马、丁渭修皇宫和沈括运军粮的故事就充分说明了我国过去不但有过朴素的运筹思想,还在生产实际中对运筹思想有过实际的应用。

1.2 运筹学主要分支简介

运筹学包括的内容非常丰富,有很多的应用领域和研究领域,按所解决问题的性质的差别,将实际问题归结为不同类型构成了运筹学的各个分支。下面简单介绍一下它的最主要的几个分支。

1. 线性规划(Linear Programming)

线性规划是运筹学的最重要的分支之一。1939 年,苏联数学家 L. V. Kantorovich (康特罗维奇)出版了"生产组织与计划中的线性规划模型"一书,对列宁格勒胶合板厂的计划任务建立了一个线性规划的数学模型,并提出了"解乘数法"的求解方法,为用数学方法解决管理并使两者结合进行了开创性的工作。

自 1947 年由美国的 G. B. Dantzig (丹捷格)提出单纯形法求解一般线性规划问题的方法——单纯形法之后,线性规划在理论上日益成熟,在实际中应用日益广泛与深入,特别是能用计算机来处理成千上万个约束条件和变量的大规模线性规划问题之后,它的适用领域更广泛:从解决技术问题的最优化,到工业、农业、商业、交通运输业,军事的计划和管理及决策分析都可以发挥作用。它具有适应性强、应用面广、计算比较简单等特点,因此是现代管理科学的重要基础和手段之一。

线性规划研究的是在线性不等式或等式的限制条件下,使某一线性目标取得最大(或最小)的问题。线性规划解决的问题有:在管理中如何有效地利用现有的人力、物力完成更多的任务,或在预定的任务目标下,如何耗用最少的人力、物力去实现。

2. 整数规划(Integer Programming)

对于线性规划问题,其最优解变量的值,可能是整数,也可能是小数或分数。但有许多实际问题要求线性规划最优解的部分变量或全部变量取整数值,如需要确定人员、船只、飞机、机器的台数等数量时,决策变量就必须取非负整数值。这种要求部分变量或全部变量取整数值的数学规划问题称为整数规划问题。

从 R. E. Gomory (柯莫瑞) 在 1959 年提出求解整数线性规划的割平面法之后,整数规划逐步形成了一个独立的分支。它在经济管理、工程技术、计算机技术等部门有着广泛的应用。

3. 目标规划(Goal Programming)

1961 年,美国经济学家 A. Charnes(查恩斯)和 W. W. Cooper(库伯)在他们合著的《管理模型和线性规划的工业应用》(Management Models and Industrial Applications of Linear Programming)一书中,在考虑不可行线性规划问题的近似解时,提出了目标规划的概念和数学模型。1965 年,日本学者 Yuji Ljiri 在《管理目标与控制计算》一书中进一步完善了目标规划的数学模型,并分析了目标优先级别和加权系数等概念。1969 年,Veikko Jaaskelainen 首先将目标规划用于生产管理。韩国学者 Sang M. Lee 于 1972 年在《决策分析的目标规划》一书中,进一步完善了目标规划的作用。

目标规划是以线性规划为基础,为适应经济管理决策中多目标的极值问题而逐步发展起

来的运筹学分支,是解决多目标管理决策的有效工具之一。

4. 非线性规划(Nonlinear Programming)

非线性规划是运筹学的一个最重要分支,是随着计算机的发展而迅速发展起来的,其主要内容是关于最优化问题的理论与算法的研究。当优化问题的目标函数或约束条件不全是线性时,其模型就构成了非线性规划问题。由于大多工程物理量是非线性的,因此在各类工程的优化设计中较多地应用非线性规划。在理论方面,非线性规划从数学的其他若干分支汲取营养,逐步形成自身的学科特色,如非线性规划的最优性判定、鞍点、对偶及稳定性理论。在应用方面,非线性规划为系统优化与决策管理提供了强有力的工具。因而在经济管理、生产组织与计划、交通运输、工程技术、科学实验,以及军事科学领域中都得到了广泛而有效的应用。

5. 动态规划(Dynamic Programming)

动态规划也是运筹学的最重要的分支,是求解决策过程最优的数学方法,20 世纪 50 年代,R. E. Bellman (贝尔曼) 等人在研究多阶段决策过程最优化问题时,提出了解决这类问题的"最优化原理",将多阶段过程转化成一系列单阶段问题,逐个求解。1957 年,Bellman 出版了他的专著《Dynamic Programming》,这标志着动态规划的开始。

动态规划问世以来,在经济管理、生产调度、工程技术和最优控制等方面得到了广泛的应用。例如,最短路线、库存管理、资源分配、设备更新、排序、装载等问题,用动态规划方法比用其他方法求解更为方便。动态规划在工程技术、经济、管理、军事等有关部门都有广泛应用。

6. 图论 (Graph Theory)

图论起源于 18 世纪,以 L. Euler 在 1736 年解决了著名的"Königsberg (哥尼斯堡)七桥问题作为图论的开始。图论的发展大体经历了三个阶段:第一阶段是从 1736 年到 19 世纪中叶,这个时期的图论处于萌芽阶段;第二阶段是从 19 世纪中叶到 1936 年,这个时期中图论问题大量出现,如著名的四色问题、Hamilton 问题等;第三个阶段是在 1936 年以后,由于生产管理、军事、交通运输、计算机和通信网络等方面许多离散问题的出现,大大促进了图论的发展。

在生产管理中经常会遇到工序间的合理衔接搭配问题,设计中经常碰到研究各种管道、线路的通过能力及仓库、附属设施的布局等问题,许多运筹问题可以化为图论问题,使用图论的理论和方法来求解十分方便。图论已成为运筹学的一个重要分支,它的应用领域已涉及物理学、化学、计算机科学、信息论、控制论、网络理论、社会科学和管理科学等领域。

7. 存储论 (Inventory Theory)

存储问题是在人类的生产、经济、军事等社会活动中必然要发生的问题。普遍存在的、合理的、科学的存储管理,对于提高经济效益是十分显著的。存储论就是以存储问题为研究对象,属于在运筹学与管理科学中一直是比较活跃的一个研究领域,因而有着广泛的应用能力。

1915 年,F. Harris (哈里斯)第一个对商业中的存储问题进行了研究,他建立了一个简单的确定性模型,求得模型的最优解。在第二次世界大战后,许多学者对多种类型的模型进行了广泛的研究,在所建的模型中,已考虑到了需求的随机性、非平稳性,以及供货滞后的随机性,和多阶段、多品种、多级的存储管理模式。如今,存储管理是每一个生产、流通企业必须认真做的日常工作,只有做好存储管理,加速资金周转,提高效益,才能有效增强企业的竞争力。