

藝文書社出版

算術四則難題精解

徐谷生編演

中華民國二十六年三月出版
中華民國三十年一月七版



算術四則難題精解

實價法幣三角

編演者

徐谷生

發行者

徐立三

印刷者

藝文書社印刷廠

代售處

全國各大書局

總發行所

藝文書社

目 錄

	頁 數
1. 求一數.....	1
2. 數字問題.....	7
3. 求二數已知其和.....	11
4. 求二數已知其差.....	17
5. 求二數已知其倍數關係.....	23
6. 二人年齡.....	27
7. 三人及三人以上年齡.....	33
8. 旅行求行程.....	37
9. 旅行求速度.....	41
10. 旅行求時期.....	47
11. 船行求水力.....	49
12. 船行求划力.....	51
13. 船行求行程.....	54
14. 船行求時期.....	55
15. 運輸問題.....	57
16. 松杉生長問題.....	59
17. 雞兔問題.....	62
18. 買賣問題.....	66

19.	物價問題.....	71
20.	工資問題.....	80
21.	收支問題.....	84
22.	分配問題.....	86
23.	三人分銀.....	91
24.	工程問題.....	96
25.	排列與方陣	97
26.	雜題... ..	100

算術四則難題精解

1 求一數

- (1) 有一數, 先加 1, 再減 2, 再用 3 乘, 再用 4 除, 結果得 6, 求此數,

【解】最後用 4 除得 6, 則未除以前必爲

$$6 \times 4 = 24,$$

得 24 時, 乃用 3 乘之結果, 則未乘之前必爲

$$24 \div 3 = 8$$

得 8 時乃減 2 之結果, 則未減之前必爲

$$8 + 2 = 10$$

得 10 時乃加 1 之結果, 則未加之前必爲

$$10 - 1 = 9 \text{ 卽某數.}$$

- (2) 有一數, 自乘後減 4, 再以 7 除之, 若自乘誤用 2 乘, 則結果得 4, 問若不誤, 則得數爲何?

【解】最後用 7 除得 4，則未除之前必為

$$4 \times 7 = 28,$$

得 28 乃減 4 之結果，則未減之前必為

$$28 + 4 = 32,$$

得 32 乃用 2 乘之結果，故未乘之前必為

$$32 \div 2 = 16, \text{ 即某數.}$$

原求某數之平方減 4 以 7 除之故

$$(16^2 - 4) \div 7 = 36 \text{ 即所求之數.}$$

(3) 某數減 3 以 4 除之，所得之商，與此數加 3 以 5 除之所得之商相等，求此數。

【解】因兩除商數相同，故某數必比商數之 4 倍多 3，比

商數之 5 倍少 3，

故商數之 5 倍比 4 倍多

$$3 + 3 = 6,$$

但商數之 5 倍比 4 倍多

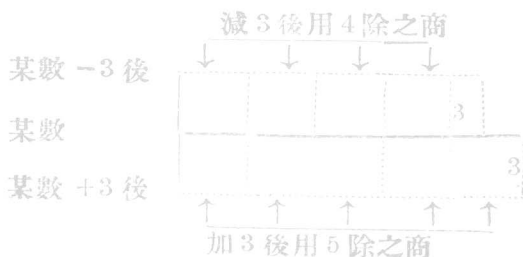
$$5 - 4 = 1 \text{ 倍,}$$

即商數之 1 倍為 6，

而某數比商數之 4 倍多 3，故

$$\text{某數} = 6 \times 4 + 3 = 27.$$

(圖解)



- (4) 某數減 22 之後,再用 5 乘,所得之積,與此數加 70 相等,求此數,

【解】某數減 22 後,再以 5 乘之,與
從某數之 5 倍減 22 的 5 倍結果相同.
如此所得結果,比某數

所多者為某數的 $(5-1=)4$ 倍,

所少者為 $22 \times 5 = 110$.

但題云與加 70 相等,即共多 70,

故 從某數之 4 倍減 110,尚多 70,

故某數之 4 倍為 $100 + 70 = 180$,

故 某數 $= 180 \div 4 = 45$.

- (5) 某數加 13 之後,再用 4 乘之,所得之積,與此數加 238 相等,求此數.

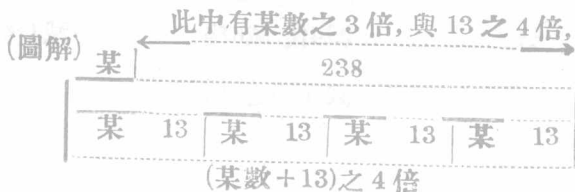
【解】某數加 13 再以 4 乘之,所得者為
某數之 4 倍與 13×4 之和,比某數所多者,為
某數之 $(4-1=)3$ 倍,與 52.

但題云與加 238 相等,可見

某數之 3 倍與 52 之和為 238,

故 $238 - 52 = 186$ 為某數之 3 倍,

故 某數 $= 186 \div 3 = 62$.



(6) 某數加 6 之後再用 4 乘之，所得之積與此數減 4 之後再用 6 乘之所得之積相等，求此數。

【解】某數加 6 再用 4 乘，所得結果為

某數之 4 倍與 6×4 之和。

某數減 4 再用 6 乘，所得結果為

某數之 6 倍與 4×6 之差。

此兩結果，後者比前者多某數之 $(6 - 4 =) 2$ 倍，

前者比後者多 $(6 \times 4 + 6 \times 4 =) 48$ 。

題云兩結果相等，可見此 48 必等於某數之 2 倍，

故 某數 $= 48 \div 2 = 24$ 。

【解二】某數加 6 所得結果，比某數減 4 所得結果，要多 $6 + 4 = 10$ 。

若某數加 6 後，與減 4 後皆用 4 乘之，兩個結果要差 $10 \times 4 = 40$ 。

題云減 4 後用 6 乘之，則兩結果相等，可見 40 為某數減 4 後之 $(6 - 4 =) 2$ 倍故 $40 \div 2 = 20$

為某數減 4 之結果，故某數 $= 20 + 4 = 24$

加 6 後之 4 倍

(圖解)

某	6	6	某	某	6	6	某
4		4		4		4	
減4後			減4後	減6後			減4後

減 4 後之 6 倍

(7) 某數加 50 之後再用 4 除之, 所得之商 與此數減 60 之後再用 3 乘之所得之積相等, 求此數.

【解】某數加 50 再用 4 除, 所得結果爲

某數的 $\frac{1}{4}$, 與 $(50 \div 4 =)12.5$ 之和.

某數減 60 再用 3 乘, 所得結果爲

某數的 3 倍, 與 $(60 \times 3 =)180$ 之差.

比較兩結果, 前者比後者多

$$12.5 + 180 = 192.5$$

但後者中某數之 3 倍, 比前者中某數的 $\frac{1}{4}$ 大

$$3 \times 4 = 12 \text{ 倍}$$

即後者比前者多『某數的 $\frac{1}{4}$ 』之 $(12 - 1 =)11$ 倍.

題云兩結果相等, 故

『某數的 $\frac{1}{4}$ 』之 11 倍必等於 192.5

故 $192.5 \div 11 = 17.5$ 爲某數的 $\frac{1}{4}$,

故 $17.5 \times 4 = 70$ 即某數

(8) 某數加 16 之後再用 6 乘之, 比某數之 8 倍多 28, 求此數.

【解】某數加 16 再用 6 乘, 所得結果爲

某數的 6 倍, 與 $(16 \times 6 =)96$ 之和.

題云此結果比某數之 8 倍多 28, 則

某數的 6 倍, 與 $(96 - 28 =)68$ 之和, 必等於某數之 8 倍.

由是 68 必爲某數的 $(8 - 6 =)2$ 倍.

故 $68 \div 2 = 34$ 即某數.

(9) 某數減 6 之後再用 9 除之，等於用 29 除此數所得之商之 3 倍求此數。

【解】用 9 除某數必餘 6，因 $29 \div 9 = 2$ 餘 2，故用 29 除某數每得商 1，則用 9 除得商 3 倍餘 2，
今用 9 除餘 6，則用 29 除必得商 $6 \div 2 = 3$ ，
故某數 $= 29 \times 3 = 87$

(10) 某數加 3 之後再用 9 除之，所得之商，比用 12 除此數所得之商多 3，求此數。

【解】某數加 3 後，用 9 除比用 12 除要多商 3，
若不多商 3，則必餘 $(9 \times 3 =) 27$ ，
若不先加 3，則必餘 $(27 - 3 =) 24$ ，
故用 9 除與用 12 除，若取同樣商數，則用 9 除餘 24，但用 12 除比用 9 除，每商 1，須從某數多減 $(12 - 9 =) 3$ ，
要多減 24，必須商 $(24 \div 3 =) 8$ ，
故 某數 $= 12 \times 8 = 96$ ，
或 某數 $= 9 \times 8 + 24 = 96$ 。

(11) 從某數之 3 倍，減去 30，所得餘數，比從 30 減此數所得之餘數少 8，求此數。

【解】某數之 3 倍減 30，所得餘數，與 30 減某數，所得餘數，
題云前者比後者少 8，則加 8 必等於後者，故某數之 3 倍，減 $(30 - 8 =) 22$ ，等於 30 減某數，此二者，前者比後者多某數之 $(3 + 1 =) 4$ 倍，
後者比前者多 $(30 + 22 =) 52$ ，
故 某數之 4 倍為 52，
故 $52 \div 4 = 13$ 即某數。

2 數字問題

(附註) 此類題目普通多根據加法進位，及減法借位之法求解，學者殊不易明瞭，其實二位數，個數有限，列舉亦並不繁，故本書概用列舉試驗法，以求簡明。

- (12) 有兩位數，十位數字，等于個位數字的 3 倍，若從此數內減去 18，所得之數，兩位之數字相同，求此數。

【解】若個位爲 1， 則十位爲 3，

若個位爲 2， 則十位爲 6，

若個位爲 3， 則十位爲 9。

故所求之數，必是 31， 62， 93 三數中之一個。

$$31 - 18 = 13 \quad \text{兩位不同}$$

$$62 - 18 = 44 \quad \text{兩位同}$$

$$93 - 18 = 75 \quad \text{兩位不同。}$$

故所求之數爲 62。

- (13) 有兩位數，個位數字等于十位數字的 2 倍，此數若加 8，則所得之數，兩位之數字相同，求此數。

【解】所求之數不外下列四數之一。

$$12, \quad 24, \quad 36, \quad 48$$

而 $12 + 8 = 20, \quad \text{兩位不同}$

$$24 + 8 = 32 \quad \text{兩位不同}$$

$$36 + 8 = 44 \quad \text{兩位同}$$

$$48 + 8 = 56 \quad \text{兩位不同。}$$

故所求之數爲 36。

- (14) 有兩位數，十位數字比個位數字多3，此數若加 8，則所得之數，十位數字等于個位數字之 3 倍，求此數。

【解】因十位比個位多 3，故所求之數，不外

$$41, 52, 63, 74, 85, 96,$$

而	$41 + 8 = 49$	} 十位不為個位之 3 倍
	$52 + 8 = 60$	
	$63 + 8 = 71$	
	$74 + 8 = 82$	
	$85 + 8 = 93$	十位為個位之 3 倍，

故所求之數為 85。

- (15) 有兩位數，個位數字比十位數字多 4，此數若減 9，則所得之數，個位數字等于十位數字之 4 倍，求此數。

【解】因個位比十位多 4，故所求之數，不外

$$15, 26, 37, 48, 59,$$

而	$15 - 9 = 6$	個位不為十位之 4 倍。
	$26 - 9 = 17$	同上
	$37 - 9 = 28$	個位為十位之 4 倍。

故所求之數為 37。

- (16) 有兩位數，個位數字等于十位數字之 2 倍，此數若加 39，則所得之數，十位數字等於個位數字之 2 倍，求此數。

【解】因個位為十位之 2 倍，故所求之數，不外

$$12, 24, 36, 48,$$

而	$12 + 39 = 51$	十位不為個位之 2 倍。
	$24 + 39 = 63$	十位為個位之 2 倍，
	$36 + 39 = 75$	不為二倍。
	$48 + 39 = 87$	

故所求之數為 24。

- (17) 有兩位數，十位數字等於個位數字之 2 倍，此數若減 45，則所得之數，個位數字為十位數字之 3 倍，求此數，

【解】因十位為個位之 2 倍，故所求之數，不外

$$21, 42, 63, 84.$$

而 21, 42, 不能減 45.

$$63 - 45 = 18 \quad \text{個位不為十位之 3 倍,}$$

$$84 - 45 = 39 \quad \text{個位為十位之 3 倍.}$$

故所求之數為 84.

- (18) 有兩位數，比其兩數字之和大 7 倍，此數若減 18，則所得之數，恰為原數兩數字交換，求此數。

【解】凡二位數與其易位數之和，必為兩數字之和的 11 倍，

題云原數等於兩數字之和的 7 倍，

則易位數必等於兩數字之和的 $(11 - 7 =) 4$ 倍，

故原數減易位數，等於兩數字之和的 $(7 - 4 =) 3$ 倍，

題云減 18 則成易位數，則 18 必為兩數字之和的 3 倍，

$$\text{故 兩數字之和} = 18 \div 3 = 6,$$

$$\text{兩數字之和的 7 倍} = 6 \times 7 = 42 \quad \text{即原數.}$$

- (19) 有兩位數，兩數字之和為 7，此數若加 27，則兩數字之次序交換，求此數。

【解】因加 27 則易位，故原數比易位數小。

又因二數字之和為 7，故原數不外

$$16, 25, 34.$$

$16 + 27 = 43$ 非易位數,

$25 + 27 = 52$ 易位,

$34 + 27 = 61$ 非易位數,

故原數爲 25.

【解二】因加 27 則易位,故原數個位大於十位.

又因兩數字之和爲 7,故個位起碼是 4,

這種數加 27 必須個位減 3,進一位給十位,

而十位原要加 2 故十位共須加 3

個位減 3,十位加 3,就易位,可見原數個位比十位多 3,

故 $(7 - 3) + 2 = 2$, 爲十位數字,

$7 - 2 = 5$ 爲個位數字.

故原數爲 25,

(20) 有兩位數,比兩數字之和大 3 倍,此數若加 45,則兩數字之位置交換,求此數.

【解】凡二位數與其易位數之和,等於兩數字之和的 11 倍,

題云原數等於兩數字之和的 3 倍,

則其易位數等於兩數字之和的 $(11 - 3 =)$ 8 倍,

易位數比原數所大者,爲兩數字之和的

$(8 - 3 =)$ 5 倍,

題云加 45 則易位,則 45 必爲兩數字之和的 5 倍,

故 兩數字之和 $= 45 \div 5 = 9$,

兩數字之和的 3 倍 $= 9 \times 3 = 27$ 即原數.

(21) 有兩位數，兩數字之和爲 12，從本數之 3 倍內減去 60；則所得之數，等于原數兩數字换位，求此數。

【解】凡二位數與其易位數之和，等於兩數字之和的 11 倍。

因 原數之 3 倍 - 60 = 易位數，

故 原數之 3 倍 - 60 + 原數 = 易數位 + 原數，

故 原數之 4 倍 - 60 = 原兩字之和的 11 倍，

故 原數之 4 倍 - 60 = $12 \times 11 = 132$ ，

故 原數之 4 倍 = $132 + 60 = 192$

故 原數 = $192 \div 4 = 48$ 。

3 求二數已知其和

(22) 甲乙二數之和爲 108，其積等于乙數平方之 8 倍，求各數。

【解】題云 甲 $\times$ 乙 = 乙 $\times$ 乙 $\times$ 8

故 甲 = 乙之 8 倍。

故 甲乙之和 = 乙之 9 倍，

故 $108 \div 9 = 12$ 爲乙數。

$108 - 12 = 96$ 爲甲數。

(23) 二數之和爲 105，用 2 除甲數所得之商，與用 3 乘乙數所得之積相等，求各數。

【解】題云甲用 2 除，與乙以 3 乘之，結果相等。

故 半甲 = 乙之 3 倍。

故 甲 = 乙之 $(3 \times 2 =) 6$ 倍，

故 甲乙之和 = 乙之 $(6 + 1 =) 7$ 倍，

故 $105 \div 7 = 15$ 爲乙數

$105 - 15 = 90$ 爲甲數。

(24) 二數之和爲 325, 用 2 除乙數所得之商, 等于用 7 除甲數所得商之 3 倍, 求各數.

【解】題云用 2 除乙之商 = 用 7 除甲之商之 3 倍.

則乙先用 2 除, 得商再用 3 除.

結果必 = 用 7 除甲之商,

但先 2 除得商再用 3 除, = 一次用 $(2 \times 3 =) 6$ 除

故乙用 6 除得商 = 甲用 7 除之商

兩商既相等, 故

甲數 = 此商之 7 倍,

乙數 = 此商之 6 倍.

兩數之和 $325 =$ 此商之 $(7 + 6 =) 13$ 倍,

故 此商 $= 325 \div 13 = 25$

甲數 $= 25 \times 7 = 175$

乙數 $= 25 \times 6 = 150.$

(25) 甲乙共有 150 元, 甲買米 3 石 2 斗, 尙餘 2 元, 乙買米 3 石, 還差 7 元, 求各有銀數.

【解】兩共買米 $= 32 + 30 = 62$ 斗,

以甲所餘之 2 元, 補乙之不足, 尙差 $(7 - 2 =) 5$ 元.

故 150 元買米 62 斗, 尙差 5 元,

故 $(150 + 5 =) 155$ 元, 恰可買米 62 斗.

故 $155 \div 62 = 2.5$ 元, 爲米每斗之價.

$2.5 \times 32 = 80$ 元, 米 32 斗之價

$2.5 \times 30 = 75$ 元, 米 30 斗之價.

$80 + 2 = 82$ 元, 甲所有,

$75 - 7 = 68$ 元, 乙所有

- (26) 二數之和爲 104, 用小數除大數, 商數爲 6 餘數也是 6, 求各數.

【解】依題所云, 大數 = 小數之 6 倍 + 6,

故兩數之和 = 小數之 7 倍 + 6,

故 $104 - 6 = 98$ 爲小數之 7 倍,

$$98 \div 7 = 14 \quad \text{小數}$$

$$104 - 14 = 90 \quad \text{大數},$$

- (27) 二數之和爲 140, 大數給 15 與小數, 則大數比小數之 2 倍還多 5, 求各數.

【解】大數給與小數 15 以後,

小數爲 1 倍, 大數爲 2 倍還多 5,

兩共爲 3 倍還多 5, 而其和爲 140,

故 $140 - 5 = 135$ 爲小數之 3 倍,

$$135 \div 3 = 45 \quad \text{爲小數}$$

$$\therefore \left. \begin{array}{l} \text{原小數} = 45 - 15 = 30 \\ \text{大數} = 140 - 30 = 110 \end{array} \right\} \text{答.}$$

- (28) 二數之和爲 80, 用 2 除 甲數所得之商, 與乙數加 7 相等, 求各數.

【解】原先二數之和爲 80, 乙數加 7 之後,

$$\text{二數之和} = 80 + 7 = 87$$

此時甲數用 2 除, 恰等於乙數,

故 二數之和 = 乙數之 $(2 + 1 = 3)$ 倍,

$$\text{故} \quad 87 \div 3 = 29 \quad \text{爲乙數},$$

$$\text{故} \quad \left. \begin{array}{l} \text{原乙數} = 29 - 7 = 22 \\ \text{甲數} = 80 - 22 = 58 \end{array} \right\} \text{答.}$$