

# 基于Vague集的 决策理论与方法

周晓光 谭春桥 张 强 著



科学出版社

[www.sciencep.com](http://www.sciencep.com)

0000

# 基于Vague集的决策理论与方法

周晓光 谭春桥 张 强 著

教育部哲学社会科学创新基地（985工程Ⅱ期，  
NO: 107008200400024）国防科技管理与国防  
动员研究中心资助项目

科 学 出 版 社

北 京

## 内 容 简 介

本书主要介绍基于 Vague 集的决策理论与方法, 全书共分十章. 第 1~4 章介绍 Vague 集的理论基础和扩展形式, 是全书的基础. 第 5~8 章对基于 Vague 集的多目标决策、基于三角模的 Vague 决策和基于 Vague 集的群决策进行探讨, 并对 Vague 群决策的效果进行评价. 第 9 章对基于 Vague 集的多目标对策进行讨论. 第 10 章对 Vague 集在其他领域中的应用进行了介绍.

本书可作为高等院校管理科学、信息科学、应用数学和系统工程等相关专业高年级本科生和研究生的教材, 也可作为相关专业教师、科技工作者、工程技术人员和企业管理人员的参考书.

---

### 图书在版编目(CIP)数据

基于 Vague 集的决策理论与方法/周晓光, 谭春桥, 张强著. —北京: 科学出版社, 2009

ISBN 978-7-03-023326-4

I. 基… II. ①周… ②谭… ③张… III. 决策学—研究 IV. C934

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008) 第 170782 号

---

责任编辑: 赵彦超 / 责任校对: 陈玉凤

责任印制: 钱玉芬 / 封面设计: 王 浩

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

丽源印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2009 年 1 月第 一 版 开本: B5 (720×1000)

2009 年 1 月第一次印刷 印张: 13

印数: 1—2 500 字数: 252 000

定价: 38.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈明辉〉)

## 前 言

在现实社会中存在着大量的不确定性,如随机性、模糊性、粗糙性等.因此,研究不确定环境下的决策问题成为近年来运筹学、系统科学、管理科学等众多领域的热点之一. Vague 集理论在决策中的应用正是在这个背景下产生的. Vague 集的特点是由一个真隶属函数和一个假隶属函数来描述隶属度的界,这个界同时给出了隶属、非隶属与未知三方面的信息.如果用决策中的投票模型来解释的话,即在投票过程中,同时考虑了支持、反对和弃权三方面的信息.这说明 Vague 集能恰当和全面地表达决策者的偏好信息,在处理不确定信息时有更强的表示能力.

本书研究基于 Vague 集的不确定决策理论与方法,并系统论述和反映国内外在此领域的最新研究成果,其中也包括作者近年来的相关研究成果.

本书注重体系上的系统性、数学上的严谨性及内容上的可读性,强调对决策模型的分析与计算.为方便读者阅读与学习,本书力求在保证体系完整的同时回避一些过分繁琐的数学证明,并尽量给出实例说明如何应用这些决策方法.全书共分十章.第 1~4 章介绍 Vague 集的研究进展、理论基础和区间值 Vague 集及 Vague 集的其他扩展形式;第 5~8 章着重研究基于 Vague 集的多目标决策方法、基于三角模的 Vague 集决策方法、基于 Vague 集的群决策方法及 Vague 群决策的效果评价,从不同角度给出基于 Vague 集理论的不确定决策方法,以满足决策者在不同环境下决策的要求;第 9 章对基于 Vague 集的多目标对策进行了讨论;第 10 章介绍 Vague 集理论在股票投资、模式识别等领域中的应用.

本书可作为高等院校管理科学、信息科学、应用数学和系统工程等相关专业的高年级本科生和研究生的教材,也可作为相关专业的教师、科技工作者、工程技术人员和企业管理人员的参考书.

本书在编写过程中参考了国内外的大量文献和研究成果,在此,我们对相关作者和研究人员表示真诚的感谢.本书中的部分研究得到了国家自然科学基金项目(NO: 70471063, 70771010)的资助,对此我们深表感谢.此外,我们还要感谢北京科技大学经济管理学院各级领导的支持与帮助.

尽管我们在编写过程中做了很多努力,但是由于水平有限,书中难免存在纰漏,敬请广大读者批评指正.

作 者

2008 年 9 月于北京

# 目 录

## 前言

|                                          |    |
|------------------------------------------|----|
| 第 1 章 绪论                                 | 1  |
| 1.1 决策与模糊决策                              | 1  |
| 1.1.1 决策的分类及其过程                          | 1  |
| 1.1.2 模糊决策的概念及其分类                        | 2  |
| 1.2 模糊集、直觉模糊集和 Vague 集                   | 3  |
| 1.2.1 定义                                 | 3  |
| 1.2.2 三者之间的关系                            | 5  |
| 1.3 Vague 集理论的研究进展                       | 6  |
| 1.3.1 Vague 集 (值) 之间的相似度量                | 7  |
| 1.3.2 基于 Vague 集理论的决策方法                  | 7  |
| 1.3.3 Vague 集理论的应用研究                     | 8  |
| 1.4 研究意义                                 | 8  |
| 第 2 章 Vague 集的理论基础                       | 10 |
| 2.1 Vague 集的几何解释                         | 10 |
| 2.2 Vague 集 (值) 的运算规则                    | 12 |
| 2.2.1 运算规则                               | 12 |
| 2.2.2 几何解释                               | 19 |
| 2.3 Vague 集的水平集                          | 22 |
| 2.4 Vague 集 (值) 的模                       | 23 |
| 2.5 Vague 集 (值) 之间的距离                    | 25 |
| 2.5.1 Fuzzy 集 (值) 之间的距离                  | 26 |
| 2.5.2 Vague 集 (值) 之间的距离                  | 27 |
| 2.5.3 基于 Hausdorff 测度的 Vague 集 (值) 之间的距离 | 32 |
| 2.6 Vague 集 (值) 之间的相似度量                  | 35 |
| 2.6.1 Vague 值的相似度量                       | 35 |
| 2.6.2 Vague 值相似度量的改进方法                   | 38 |
| 2.6.3 Vague 值的加权相似度量                     | 41 |
| 2.6.4 Vague 集的相似度量                       | 42 |
| 2.7 Vague 值的排序方法                         | 44 |

|                                 |    |
|---------------------------------|----|
| 2.7.1 Vague 值的排序方法              | 45 |
| 2.7.2 Vague 值的加权排序方法            | 47 |
| 2.8 小结                          | 47 |
| <b>第 3 章 区间值 Vague 集</b>        | 49 |
| 3.1 Vague 集和区间值模糊集              | 49 |
| 3.2 区间值 Vague 集                 | 49 |
| 3.3 区间值 Vague 集的运算规则            | 56 |
| 3.4 区间值 Vague 集的模和测度            | 57 |
| <b>第 4 章 Vague 集的其他扩展形式</b>     | 60 |
| 4.1 直觉 $L$ 模糊集                  | 60 |
| 4.2 不同论域上的 Vague 集              | 64 |
| 4.3 时间型 Vague 集                 | 65 |
| 4.4 第二类 Vague 集                 | 69 |
| 4.5 Vague 集将来可能的扩展形式            | 72 |
| <b>第 5 章 基于 Vague 集的多目标决策</b>   | 74 |
| 5.1 基于 Vague 集的多目标决策问题描述        | 74 |
| 5.1.1 多目标决策问题的特点                | 74 |
| 5.1.2 基于 Vague 集的多目标决策问题描述      | 76 |
| 5.2 基于 Vague 集的模糊多目标决策方法        | 77 |
| 5.2.1 Fuzzy 目标相对优属度的确定          | 78 |
| 5.2.2 基于 Vague 集的模糊多目标决策方法      | 79 |
| 5.2.3 在最佳防御要点选择问题中的应用           | 80 |
| 5.3 基于 Vague 集的 Vague 多目标决策方法   | 81 |
| 5.3.1 Vague 目标相对优属度的确定          | 81 |
| 5.3.2 基于 Vague 集的 Vague 多目标决策方法 | 83 |
| 5.3.3 在物流设备采购中的应用               | 84 |
| 5.4 基于 Vague 集理论的 TOPSIS 方法     | 86 |
| 5.4.1 基于 Vague 集理论的 TOPSIS 方法   | 86 |
| 5.4.2 在物流项目经理选聘中的应用             | 88 |
| 5.5 小结                          | 90 |
| <b>第 6 章 基于三角模的 Vague 集决策</b>   | 91 |
| 6.1 三角模与三角余模                    | 91 |
| 6.1.1 三角模和三角余模                  | 91 |
| 6.1.2 Vague 三角模与三角余模            | 95 |
| 6.2 基于三角模的 Vague 集的群决策          | 98 |

|                                       |            |
|---------------------------------------|------------|
| 6.2.1 基于三角模的标量势 .....                 | 98         |
| 6.2.2 基于三角模的 Vague 集 .....            | 100        |
| 6.2.3 基于模糊偏好的 Vague 群决策方法 .....       | 103        |
| 6.3 基于 Vague 值模糊测度的群决策 .....          | 110        |
| 6.3.1 模糊测度 .....                      | 110        |
| 6.3.2 Vague 值模糊测度 .....               | 112        |
| 6.3.3 基于 Vague 测度的多属性群决策 .....        | 118        |
| 6.3.4 案例分析 .....                      | 120        |
| <b>第 7 章 基于 Vague 集的群决策 .....</b>     | <b>123</b> |
| 7.1 Vague 群决策中专家偏好信息的集结 .....         | 125        |
| 7.1.1 模糊群决策中专家偏好信息的集结 .....           | 125        |
| 7.1.2 Vague 群决策中专家偏好信息的集结 .....       | 127        |
| 7.2 基于 VSAM 的 Vague 群决策 .....         | 130        |
| 7.2.1 基于 VSAM 的 Vague 群决策方法 .....     | 130        |
| 7.2.2 Vague 群决策在物流仓库建造中的应用 .....      | 130        |
| 7.3 基于 OVSAM 的 Vague 群决策方法 .....      | 132        |
| 7.3.1 模糊群决策中专家偏好信息集结方式的改进 .....       | 132        |
| 7.3.2 Vague 群决策中专家偏好信息集结方式的改进 .....   | 136        |
| 7.3.3 基于 OVSAM 的 Vague 群决策方法 .....    | 139        |
| 7.4 TOPSIS 模型在 Vague 多目标群决策中的扩展 ..... | 140        |
| 7.5 小结 .....                          | 143        |
| <b>第 8 章 Vague 群决策效果评价 .....</b>      | <b>144</b> |
| 8.1 群决策的基本假设和特点 .....                 | 145        |
| 8.1.1 群决策的基本假设 .....                  | 145        |
| 8.1.2 群决策的特点 .....                    | 146        |
| 8.2 Vague 群决策评价指标体系 .....             | 147        |
| 8.2.1 决策效率 .....                      | 147        |
| 8.2.2 决策质量 .....                      | 147        |
| 8.3 属性测度评价模型 .....                    | 148        |
| 8.3.1 单指标属性测度分析子系统 .....              | 148        |
| 8.3.2 多指标综合属性测度分析子系统 .....            | 149        |
| 8.3.3 属性识别准则 .....                    | 150        |
| 8.3.4 属性识别分析子系统 .....                 | 152        |
| 8.4 基于属性测度的 Vague 群决策效果评价模型 .....     | 153        |
| 8.4.1 Vague 群决策效果的单指标属性测度分析子系统 .....  | 153        |

|                                  |     |
|----------------------------------|-----|
| 8.4.2 Vague 群决策效果的多指标综合属性测度分析子系统 | 154 |
| 8.4.3 Vague 群决策效果的属性识别分析子系统      | 155 |
| 8.5 小结                           | 155 |
| 第 9 章 基于 Vague 集的多目标对策           | 156 |
| 9.1 对策与模糊对策                      | 156 |
| 9.1.1 对策的概念及其分类                  | 156 |
| 9.1.2 模糊对策的概念及其分类                | 157 |
| 9.2 支付值为 Vague 值的二人零和多目标矩阵对策     | 158 |
| 9.2.1 单目标二人零和矩阵对策                | 158 |
| 9.2.2 多目标二人零和矩阵对策                | 162 |
| 9.2.3 支付值为 Vague 值的多目标二人零和矩阵对策   | 166 |
| 9.3 Vague 二人零和多目标矩阵对策求解方法        | 168 |
| 9.3.1 Vague 多目标二人零和矩阵对策求解方法一     | 168 |
| 9.3.2 Vague 多目标二人零和矩阵对策求解方法二     | 170 |
| 9.3.3 Vague 多目标二人零和矩阵对策求解方法三     | 171 |
| 9.4 小结                           | 173 |
| 第 10 章 Vague 集理论在其他领域中的应用        | 174 |
| 10.1 Vague 集理论在股票投资中的应用          | 174 |
| 10.1.1 研究背景                      | 174 |
| 10.1.2 股票投资价值分析的评价指标体系           | 175 |
| 10.1.3 属性综合评价系统在股票投资价值分析中的应用     | 178 |
| 10.1.4 股票投资价值分析的应用举例             | 180 |
| 10.1.5 结论                        | 184 |
| 10.2 Vague 集理论在模式识别中的应用          | 184 |
| 10.2.1 Vague 集的距离                | 184 |
| 10.2.2 在模式识别中的应用                 | 186 |
| 10.3 一种新集合 Vague Rough Set       | 187 |
| 10.3.1 Vague Rough Set 定义        | 187 |
| 10.3.2 Vague Rough 集的模糊熵         | 188 |
| 10.3.3 Vague Rough 集的粗糙度         | 189 |
| 10.3.4 Vague Rough 集的相似度量        | 189 |
| 参考文献                             | 190 |

# 第1章 绪 论

本章介绍决策和模糊决策的概念及分类, 模糊集、直觉模糊集和 Vague 集的联系与区别, 以及 Vague 集的国内外研究进展.

## 1.1 决策与模糊决策

### 1.1.1 决策的分类及其过程

在现代管理科学中, 对决策常有两种表述: 一种是狭义的表述, 认为决策就是从若干可能的方案中作出最佳选择; 另一种是广义的表述, 认为决策是一个提出问题、分析问题、拟定方案、选择方案、实施并修正方案的全过程<sup>[1]</sup>. 西方现代管理学派中以 Herbert A Simon 和 James G March 为代表的决策理论学派认为: 决策贯穿于管理的全过程, 管理就是决策<sup>[2]</sup>. 决策作为发现问题、研究问题并解决问题的过程, 由决策者、决策目标、决策方案和自然状态等要素构成<sup>[3]</sup>.

#### 1. 决策的分类

决策的分类方法很多, 按不同的标准有不同的分类.

(1) 按内容的重要性, 可分为战略决策、战术决策和执行决策.

战略决策是关于某个组织生存发展的全局性、长远性问题的重大决策, 例如新产品和新市场的开发方向、工厂厂址的选择、科教兴国战略的确立等. 战术决策是为了保证完成战略决策规定的目标而进行的决策, 比如对一个企业来说, 产品规格的选择、工艺方案的制定、厂区的合理布置等. 执行决策是按照战术决策的要求对执行方案的选择, 比如产品合格标准的制定、日常生产调度等.

(2) 按决策结构, 可分为程序性决策和非程序性决策.

程序性决策一般是有章可循、规格化、可以重复的决策. 非程序性决策一般是无章可循、凭借经验和直觉进行的, 往往也是一次性的决策.

(3) 按决策目标, 可分为单目标决策和多目标决策. 仅有一个目标的决策称为单目标决策, 有两个或两个以上目标的决策称为多目标决策.

(4) 按决策时所掌握信息的完备程度, 可分为确定型决策、不确定型决策、风险型决策和模糊决策.

确定型决策指的是自然状态完全确定, 作出的选择也是确定的. 不确定型决策是指决策者对要发生结果的概率无法确定或者一无所知, 只能凭借主观意向进行的

决策. 风险型决策是指自然状态有两种或者两种以上, 各种自然状态出现的概率可以推算或者已知. 模糊决策是指决策者不能精确定义的参数、概念和事件等, 都被处理成某种适当的模糊集合, 蕴含着一系列具有不同置信水平的可能选择. 很多不确定型决策可以通过模糊决策来处理. 本书研究的内容属于模糊决策的范畴.

决策问题还可以分为定性决策和定量决策、个体决策和群决策、静态决策和动态决策等. 由于对策问题主要解决的是若干个利益冲突者在同一环境中进行决策以使自己的利益得到满足, 因而有学者认为对策是一类特殊的决策.

## 2. 决策的过程

一般来说, 决策者在进行某项决策时, 不论是否意识到, 通常都要经历以下四个阶段的决策过程<sup>[4,5]</sup>:

(1) 确定决策的目标. 这是决策的首要步骤, 这个阶段主要是发现问题、现状调查和制定目标. 问题是实际状态与标准或期望状态之间的差距, 发现问题则是构成决策内部动力的前提条件. 现状调查是通过认真细致的调查研究, 充分认识问题产生的原因、规律和解决的方法. 通过发现问题和现状调查, 为决策目标的制定提供充分的客观依据.

(2) 建立可行方案. 这个阶段是科学决策的基础, 包括轮廓设想、方案预测和详细设计. 轮廓设想是要保证可行方案的齐全与多样性, 要求从各种不同的角度和途径, 大胆设想各种可行方案. 方案预测的任务是对轮廓设想提出的方案进行环境条件、可行性、有效性等方面的预测. 详细设计是对可行方案的充实和完善.

(3) 方案的评价和选择. 本阶段是决策的关键步骤, 包括方案论证、方案选择和模拟试验. 方案论证是对各个决策方案进行可行性研究. 方案选择是整个决策过程的中心环节, 选择的方法主要有定性分析、经验方法、数学方法和试验方法等, 也可以采取集体决策的形式, 如投票或打分等形式. 模拟试验和仿真对一些重大项目, 缺乏经验又不便于运用数学方法进行分析的决策问题比较重要.

(4) 方案实施和检验. 这是决策的最终过程, 本阶段要保证决策的结果正常进行, 并通过追踪协调和反馈控制进一步修正方案, 以保证顺利实现决策目标.

### 1.1.2 模糊决策的概念及其分类

1970 年, Bellman 与 Zadeh 一起提出了模糊决策的基本模型. 在该模型中, 凡决策者不能精确定义的参数、概念和事件等, 都被处理成某种适当的模糊集合, 蕴含着一系列具有不同置信水平的可能选择<sup>[6]</sup>. 他们定义的模糊目标、模糊约束和模糊决策概念分别如下:

**定义 1.1** 设  $U$  代表可能采用的全部策略, 模糊目标  $\tilde{G}$  是决策者目标的某种不分明的要求, 被表示为论域  $U$  上的一个模糊集合, 其隶属函数  $u_{\tilde{G}}(x)$  反映策略  $x$

相对于目标  $\tilde{G}$  所能达到的满意程度.

**定义 1.2** 模糊约束  $\tilde{C}$  是对策略运作的一种不严格的限制, 表示为论域  $U$  上的一个模糊集合, 其隶属函数  $u_{\tilde{C}}(x)$  反映策略  $x$  符合约束条件的程度.

**定义 1.3** 设  $\tilde{G}$  和  $\tilde{C}$  是策略空间  $U$  中的模糊目标与模糊约束, 则模糊决策  $\tilde{D}$  也是  $U$  中的一个模糊集合, 它被定义为  $\tilde{G}$  和  $\tilde{C}$  的交集:  $\tilde{D} = \tilde{G} \cap \tilde{C}$ , 具有隶属函数:

$$u_{\tilde{D}}(x) = \min\{u_{\tilde{G}}(x), u_{\tilde{C}}(x)\}, \quad \forall x \in U.$$

模糊多准则决策包括模糊多属性决策、模糊多属性群决策、模糊多目标决策和模糊多目标群决策等.

## 1.2 模糊集、直觉模糊集和 Vague 集

### 1.2.1 定义

1965 年, 美国控制论专家 Zadeh 第一次提出模糊集合的概念, 给出模糊子集的定义如下 [7]:

**定义 1.4** 设  $\tilde{A}$  是论域  $U$  上的一个模糊子集, 对任意  $x \in U$ , 都对应一个数  $u_A(x) \in [0, 1]$ , 称之为元素  $x$  对  $\tilde{A}$  的隶属度. 而实值函数

$$\mu_A: U \rightarrow [0, 1], \quad x \rightarrow \mu_A(x)$$

称为  $\tilde{A}$  的隶属函数. 模糊集  $\tilde{A}$  可用二元组  $\{\langle x, u_A(x) \rangle | x \in U\}$  来表示.

模糊子集完全由其隶属函数  $\mu_A$  描述, 论域  $U$  中元素  $x$  与  $\tilde{A}$  的关系由隶属度  $u_A(x)$  给出.

1986 年, Atanassov 给出直觉模糊集的概念如下 [8]:

**定义 1.5** 设  $U$  是一个论域, 它的元素用  $x$  表示.  $U$  上形如  $\{\langle x, t_A(x), f_A(x) \rangle | x \in U\}$  的三元组称为  $U$  上的一个直觉模糊集  $A$ , 其中函数  $t_A$  和  $f_A$  满足

$$t_A: U \rightarrow [0, 1], \quad f_A: U \rightarrow [0, 1],$$

$t_A$  和  $f_A$  分别表示  $U$  上元素  $x$  属于  $A$  的隶属度和非隶属度, 且满足  $0 \leq t_A(x) + f_A(x) \leq 1$ .

1993 年, Gau 和 Buehrer 提出了 Vague 集的概念, 给出了 Vague 集的定义和基本运算规则 [9].

**定义 1.6** 设  $U$  是论域, 它的元素用  $x$  表示.  $U$  上的一个 Vague 集  $A$  是指  $U$  上的一对隶属函数  $t_A$  和  $f_A$ , 即

$$t_A: U \rightarrow [0, 1], \quad f_A: U \rightarrow [0, 1]$$

满足  $0 \leq t_A(x) + f_A(x) \leq 1$ , 其中  $t_A(x)$  称为 Vague 集  $A$  的真隶属函数, 表示支持  $x \in A$  的证据的隶属度下界;  $f_A(x)$  称为 Vague 集  $A$  的假隶属函数, 表示反对  $x \in A$  的证据的隶属度下界; 称  $\pi_A(x) = 1 - t_A(x) - f_A(x)$  为  $x$  相对于  $A$  的犹豫度,  $\pi_A(x)$  值越大, 说明  $x$  相对于  $A$  的未知信息越多, 如图 1.1 所示. 本书将 Vague 集  $A$  简记为  $\langle t_A(x), 1 - f_A(x) \rangle$ , 或记为  $\langle x, t_A(x), f_A(x) \rangle$ .

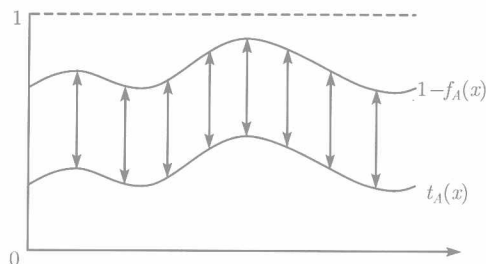


图 1.1 Vague 集

**定义 1.7** 设  $x \in U$ , 称闭区间  $[t_A(x), 1 - f_A(x)]$  为 Vague 集  $A$  在点  $x$  的 Vague 值.

Vague 值同时表示了支持、反对  $x \in A$  证据的隶属程度及未知程度. 例如,  $A$  在点  $x$  的 Vague 值为  $[t_A(x), 1 - f_A(x)] = [0.5, 0.8]$ , 则有  $t_A(x) = 0.5$ ,  $1 - f_A(x) = 0.8$ ,  $f_A(x) = 0.2$ ,  $1 - t_A(x) - f_A(x) = 0.3$ . 可以解释为: 元素  $x$  属于  $A$  的程度是 0.5, 不属于  $A$  的程度是 0.2, 对  $A$  的未知程度是 0.3. 用投票模型来解释为: 在 10 个投票人中, 有 5 人赞成, 2 人反对, 3 人弃权. 由此可见, 集合  $A$  在点  $x$  的 Vague 值  $[t_A(x), 1 - f_A(x)]$  的内涵, 比  $A$  在点  $x$  的 Fuzzy 值, 即隶属函数值 (隶属度)  $\mu_A(x)$  要丰富得多.

设  $A$  为一个 Vague 集, 当  $U$  离散时, 将其表示为

$$A = \sum_{i=1}^n [t_A(x_i), 1 - f_A(x_i)] / x_i,$$

当  $U$  连续时, 将其表示为

$$A = \int [t_A(x), 1 - f_A(x)] / x dx.$$

**定义 1.8** 设 Vague 值  $x = [t_x, 1 - f_x]$ ,  $0 \leq t_x \leq 1 - f_x \leq 1$ , 若  $t_x = 1$ ,  $f_x = 0$ , 即  $x = [1, 1]$ , 则称  $x$  为 Vague 值的单位元.

**定义 1.9** 设 Vague 值  $x = [t_x, 1 - f_x]$ ,  $0 \leq t_x \leq 1 - f_x \leq 1$ , 若  $t_x = 0$ ,  $f_x = 1$ , 即  $x = [0, 0]$ , 则称  $x$  为 Vague 值的零元.

**定义 1.10** 设 Vague 值  $x=[t_x, 1-f_x]$ ,  $y=[t_y, 1-f_y]$ ,  $0 \leq t_x \leq 1-f_x \leq 1$ ,  $0 \leq t_y \leq 1-f_y \leq 1$ , 若  $t_x = t_y$ ,  $f_x = f_y$ , 则称 Vague 值  $x$  和  $y$  相等.

**定义 1.11** 设论域  $U=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ,  $A$  为  $U$  上的 Vague 集, 其中

$$A = \sum_{i=1}^n [t_A(x_i), 1-f_A(x_i)]/x_i.$$

若对  $\forall x_i$ , 有  $t_A(x_i)=1$ ,  $f_A(x_i)=0$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ , 则称  $A$  为 Vague 集的单位集.

**定义 1.12** 设论域  $U=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ,  $A$  为  $U$  上的 Vague 集, 其中

$$A = \sum_{i=1}^n [t_A(x_i), 1-f_A(x_i)]/x_i.$$

若对  $\forall x_i$ , 有  $t_A(x_i)=0$ ,  $f_A(x_i)=1$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ , 则称  $A$  为 Vague 集的空集.

**定义 1.13** 设论域  $U=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ,  $A$  为  $U$  上的 Vague 集, 其中

$$A = \sum_{i=1}^n [t_A(x_i), 1-f_A(x_i)]/x_i.$$

若对  $\forall x_i$ , 有  $t_A(x_i)=0$ ,  $f_A(x_i)=0$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ , 则称  $A$  为 Vague 集的空集.

**定义 1.14** 设论域  $U=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ,  $A, B$  为  $U$  上的 Vague 集, 其中

$$A = \sum_{i=1}^n [t_A(x_i), 1-f_A(x_i)]/x_i, \quad B = \sum_{i=1}^n [t_B(x_i), 1-f_B(x_i)]/x_i.$$

若对  $\forall x_i$ , 有  $t_A(x_i) = t_B(x_i)$ ,  $f_A(x_i) = f_B(x_i)$ , 则称 Vague 集  $A, B$  相等.

### 1.2.2 三者之间的关系

直觉模糊集和 Vague 集的特点是同时考虑隶属与非隶属两方面的证据, 用一个三元组来描述其隶属度的界, 这个三元组同时表示了决策者对某一事物支持、反对和弃权三方面的信息, 使得它们在处理不确定信息时比传统的模糊集有更强的表示能力.

如果对  $\forall x \in U$ , 有  $t_A(x_i) + f_A(x_i) = 1$ , 则  $\pi_A(x_i) = 1 - t_A(x_i) - [1 - t_A(x_i)] = 0$ . 显然, 此时直觉模糊集  $A = \{\langle x, t_A(x), f_A(x) \rangle | x \in U\}$  和 Vague 集  $A = \{\langle x, t_A(x), 1 - f_A(x) \rangle | x \in U\}$  退化为模糊集  $A = \{\langle x, u_A(x) \rangle | x \in U\}$ .

如果  $t_A(x_i)=1$ ,  $f_A(x_i)=0$ ,  $\pi_A(x_i)=0$ , 此时直觉模糊集和 Vague 集退化为经典集合.

1996 年, Bustince 和 Burillo 指出 Vague 集等同于直觉模糊集<sup>[10]</sup>. 直觉模糊集和 Vague 集在本质上是一样的, 只不过在表现形式上有细微的差别. 从直观的角度来说, Vague 集比直觉模糊集向决策者提供了更多的信息. 两者都是用一个真隶

属函数和一个假隶属函数来描述决策者对某一事物支持和反对两方面的信息,但直觉模糊集没有将这两者结合起来,只是单独地考虑这两方面的信息.而 Vague 集是用一个区间数来描述这两方面的信息,这个区间数本身是有意义的,它表示决策者对事物的最小-最大支持程度:该区间数的下界表示决策者对方案的最小支持程度,上界表示决策者对方案的最大支持程度.当然,知道了直觉模糊集的真、假隶属函数,也就知道了这个区间数.

因此,直觉模糊集和 Vague 集都是模糊集的推广. Vague 集和直觉模糊集在本质上相同,在表现形式上有细微的差别.为方便起见,本书不对两者进行严格区分.

### 1.3 Vague 集理论的研究进展

自从 Atanassov 给出直觉模糊集的概念、Gau 和 Buehrer 提出 Vague 集的概念后,学者们在理论和应用方面对它们的研究一直同步进行.直觉模糊集和 Vague 集的名字在各种刊物上也交替出现.作者认为,造成这种现象的原因一方面是由于二者在表现形式上有细微的差别,另一方面在于学者们也没有对其加以严格区分,大多时候都默认二者是相同的.为方便读者了解二者的来龙去脉,现分述二者的研究进展如下.

由于运算规则和相似度量是研究和应用直觉模糊集的重要基础,因此,关于直觉模糊集的研究大都围绕以下三个方面展开:① 直觉模糊集运算规则的研究.其中有代表性的研究有:1994 年,Atanassov 定义了直觉模糊集的运算规则<sup>[11]</sup>.在此基础上,De 等于 2000 年重新定义了直觉模糊集的运算规则<sup>[12]</sup>.② 直觉模糊集相似度量的研究.有代表性的研究有:2000 年,Szmidt 和 Kacprzyk 定义了计算直觉模糊集距离的方法<sup>[13]</sup>.在此基础上,Li 和 Cheng 于 2002 年提出了基于距离的相似度量方法,并将其应用于模式识别中<sup>[14]</sup>.2003 年,Liang 和 Shi 改进了 Li 和 Cheng 提出的相似度量方法<sup>[15]</sup>.2004 年,Li 提出直觉模糊集不相似度量方法<sup>[16]</sup>.2005 年,Szmidt 和 Kacprzyk 提出新的直觉模糊集的相似度量,并用它来分析群决策中决策者意见的一致性<sup>[17]</sup>.③ 应用研究.有代表性的研究有:Deschrijver 和 Kerre 研究了当直觉模糊左连续时满足剩余原理的直觉模糊 T 模的分类<sup>[18]</sup>.2004 年,Mitchell 研究了直觉模糊数的排序问题<sup>[19]</sup>.2005 年,Li 提出了基于直觉模糊集的多属性决策方法,建立了求解此类问题的若干模糊线性规划模型<sup>[20]</sup>,与已有模糊多属性决策方法不同的是,该文单独考虑了各属性的值.直觉模糊集理论在模式识别、决策理论、知识推理<sup>[21]</sup>、拓扑学<sup>[22]</sup>和医疗诊断<sup>[23]</sup>等领域得到了应用.

迄今为止,学者们对 Vague 集的研究主要集中在以下三个方面:① Vague 集(值)之间的相似度量;② 基于 Vague 集的决策方法;③ Vague 集理论的应用.

### 1.3.1 Vague 集 (值) 之间的相似度量

近年来,对 Vague 集 (值) 之间相似度的研究是学者们关注的热点. 目前,对 Vague 集相似度的研究主要有两种思路:一是基于 Vague 集的优势函数. 有代表性的研究有:1995 年,Chen<sup>[24]</sup> 首先提出利用优势函数来衡量 Vague 集 (值) 之间的相似性,讨论了真、假隶属函数权重一致时的加权相似度量. 1997 年,Chen<sup>[25]</sup> 进一步研究了 Vague 集之间的相似度量,讨论了真、假隶属函数和弃权部分权重不同时的加权相似度量. 1999 年,学者 Hong 和 Kim<sup>[26]</sup> 指出 Chen 的相似度量方法存在缺陷,并改进了 Chen 的方法. 2001 年,李凡等<sup>[27]</sup> 也指出 Chen 的方法存在一些问题,并提出改进方法. 2004 年,刘华文<sup>[28]</sup> 将 Hong 和 Kim 的相似度量方法进行了扩展,并将其应用于模式识别. 2005 年,周晓光等<sup>[29]</sup> 回顾和比较了已有 Vague 集 (值) 之间相似度量的典型方法,综合考虑真、假隶属函数和弃权部分的影响,提出改进的相似度量方法.

另一种思路是基于距离测度的相似度量方法,有代表性的研究如文献 [13 ~ 17]. 此外,Przemys<sup>[30]</sup> 和 Hung 等<sup>[31]</sup> 根据 Hausdorff 测度定义了 Vague 集 (值) 之间的相似度量.

### 1.3.2 基于 Vague 集理论的决策方法

目前,学者们对基于 Vague 集的决策方法的研究正在蓬勃开展之中. 1994 年,Chen 和 Tan<sup>[32]</sup> 首先研究了基于 Vague 集理论的多准则决策问题,综合考虑各准则的权重,利用 Vague 集的排序函数和加权排序函数对各方案进行排序,以选择符合各准则的最佳方案. 2000 年,Hong 和 Choi<sup>[33]</sup> 对此问题进行了进一步研究,指出 Chen 和 Tan 的方法没有充分考虑各候选方案的信息,提出新的排序函数,并根据决策者对风险的态度,给出极大极小、极大极大、极大中间三个选择方法. 2001 年,李凡等<sup>[34]</sup> 根据其提出的改进的排序函数研究了基于 Vague 集的多目标模糊决策. 2004 年,刘华文<sup>[35]</sup> 在 Chen 和 Tan 方法的基础上,对模糊条件下的多目标决策问题,采用 Vague 集理论进行处理,细化“弃权部分”,提出新的记分函数法、加权记分函数法和距离法三种目标选择方法. 刘华文<sup>[36]</sup> 对基于 Vague 集包含度的模糊多目标决策也进行了探讨. 2004 年,秦华妮等<sup>[37]</sup> 提出基于区间值 Vague 集的多目标模糊决策方法,其基本思想是将 Vague 集的真、假隶属函数用区间值表示,提出新的排序函数,以选择最佳方案. 2005 年,林志贵等<sup>[38]</sup> 改进了文献 [32,33] 提出的排序函数,提出基于 Vague 集的多目标模糊决策方法. 黄松等<sup>[39]</sup> 研究了基于熵权系数与 Vague 集的多目标决策方法. 王珏等<sup>[40]</sup> 将 Fuzzy 集和 Vague 集结合起来,研究了一种基于 Vague 集的模糊多目标决策方法. 周珍等根据其提出的新的排序函数,研究了基于 Vague 集的多准则模糊决策<sup>[41]</sup> 和基于区间值 Vague 集的多准则模糊决策<sup>[42]</sup>. 周晓光等<sup>[43]</sup> 提出基于 Vague 集的 TOPSIS 方法模型,根据排序

函数定义了 Vague 正理想解和 Vague 负理想解, 利用 Vague 集 (值) 之间的相似度量计算各方案到正、负理想解的距离, 以此选择最佳方案. 周晓光等对基于 Vague 集的群决策理论也进行了探讨 [44,45].

基于 Vague 集的群决策方面的成果, 有代表性的有: Szmidt 等讨论了基于 Vague 集的群决策方法 [46], 考虑到各专家对不同目标有不同的偏好, 提出 Vague 集择优关系, 并利用距离公式对群体的一致性进行估计 [47].

### 1.3.3 Vague 集理论的应用研究

Vague 集理论逐渐被广泛应用于可靠性评价、医疗诊断、模式识别和模糊推理等领域. 1997 年, Chen<sup>[48]</sup> 将系统元器件的可靠性用 Vague 值表示, 提出基于 Vague 集的模糊系统可靠性分析方法. 2002 年, 李凡等<sup>[49]</sup> 提出基于 Vague 集的元素间相似度量的近似推理. 王天江等<sup>[50]</sup> 进一步研究了基于 Vague 集的加权相似度量的双向近似推理. 2003 年, 徐川育<sup>[51]</sup> 为了解决不确定环境有时不能提供给 Vague 集的真、假隶属函数以精确值的问题, 提出了语言标记 Vague 集. 2004 年, Szmidt 等<sup>[52]</sup> 根据其改进的相似度量方法, 将 Vague 集理论应用于辅助医疗诊断. 2005 年, Song 等<sup>[53]</sup> 将 Vague 集理论应用于供应商的选择. 林志贵等<sup>[54]</sup> 回顾了 Vague 集理论的研究进展及其在决策、近似推理及医疗诊断等领域中的应用现状.

## 1.4 研究意义

Harsanyi 根据决策者的行为, 把决策分为两大类: 当决策者之间不存在根本利益冲突时, 称之为决策; 当决策者之间存在利益冲突时, 称之为对策 (或博弈). 在决策过程中, 由于受决策者知识结构、判断水平和个人经验等众多因素的影响, 再加之事物本身的模糊性和不确定性, 不同决策者对同一问题往往会给出不同的偏好形式, 甚至同一决策者对同一问题在不同时期也会给出不同的偏好形式. 在将各决策者的偏好汇总成一个总的群体偏好时, 集结算子的选择和表示也是当今学者们研究的重点. 因此, 如何恰当地表示决策者的偏好, 如何更好地集结决策者的信息, 直接影响到决策的效率和质量.

英文 “vague” 一词的含义是模糊的、不清晰的. Vague 集同模糊集、粗糙集、灰色集合等一样是描述现实世界中模糊和不确定现象的有力工具之一. Vague 集的特点是同时考虑隶属与非隶属两方面的信息. 如果用投票模型来解释的话, 即在投票过程中, 同时考虑了支持、反对和弃权三部分的信息, 这使得 Vague 集能更好地表示决策者的偏好信息, 在处理不确定信息时比传统的模糊集有更强的表示能力, 且更为全面和恰当. 目前, 市场竞争日益加剧, 关键信息难以精确把握, 如何在不确定的环境下作出正确的决策, 关系到企业能否把握机遇, 赢得竞争优势. 因此, 开展

基于 Vague 集理论的决策方法的研究具有较好的理论意义和应用价值.

同时, 由于 Vague 集理论的发展时间相对较短, 比较新颖, 基础理论尚不完善, 迫切需要进一步深入研究. 本书对 Vague 集的相关理论基础, 如运算规则、距离、相似度量、排序等进行了系统的讨论; 对基于 Vague 集的决策方法与理论进行了系统分析.