

孪生子佯谬 与 广义相对论

孟广达 著

河南人民出版社

孛 生 子 佯 谬
与
广 义 相 对 论

孟广达 著

河南人民出版社

(豫)新登字 01 号

孪生子佯谬与广义相对论

孟广达 著

责任编辑 郭兆麟

*

河南人民出版社出版发行

郑州大学印刷厂印刷

*

850×1168 毫米 32 开本 5.625 印张 128 千字

1994 年 6 月第 1 版 1994 年 6 月第 1 次印刷

印数 1-1,000 册

ISBN7-215-03218-3 / G · 398

定价: 5.30 元

序

近代物理的两大支柱，相对论和量子论，有一个共同的特点：它们的一些基本概念似乎是与人们的日常经验相违背的；实际上体现这些概念的效应只是在某些远离人们日常生活的情形（例如研究物体接近光速的运动和微观客体的情形）才显著地表现出来。掌握这些基本概念就成为理解这些理论的难点，但又是关键之所在。狭义相对论中同时相对性就是一个难以掌握而关键的概念。同时相对性导致一个结论：相对于惯性系运动的钟，经过一个闭合路径回到出发点，与留在惯性系的钟相比，要慢一段时间。如果用一对孪生子的年龄来代替钟的读数，于是可以说，如果孪生子之一经历一次宇宙旅行回来，留家的孪生子应看到他的孪生兄弟比他自己年轻许多。然而运动是相对的，旅行回来的孪生子似乎也应看到留家的兄弟比他年轻。果真如此的话，就产生矛盾。这样就出现了所谓孪生子佯谬问题。

为了解决这个看来简单的问题，无数作者，其中包括相对论的创始人爱因斯坦本人和其他许多著名物理学家，采用不同的观点和方法对它进行了研究。为什么从相对论问世至今在将近九十年的漫长岁月中，孪生子佯谬的研究历久不衰？究其原因，首先是因为这个问题不解决，将危及相对论的自治性；其次通过对孪生子佯谬的研究，可以进一步了解相对论某些最基本概念的实质。迄今为止，孪生子佯谬的解都是针对某些特例而作出的，尚未见一般的证明。预计这方面的研究还将继续深入发展。

孟广达同志多年来潜心研究孪生子佯谬问题，颇有独到见地，现将其成果汇集成书出版。本书首先对孪生子佯谬的研究状

况作了较为全面的简要评述，然后对能否在狭义相对论框架中解决孪生子佯谬，广义相对论解决这个佯谬所遇到的问题以及固有时为不变量可否确保孪生子佯谬解决进行深入详尽的研究。特别是发现，根据孪生子佯谬的 Møller 解，在某种情况下出现时间负增长。这是物理上不能接受的结果。作者对此作了细致分析，指出这种困难的出现是与广义相对论中物理上可实现的坐标系的充要条件有关的，并且认为在物理上可实现的坐标系的充要条件确定下来之前，广义相对论不可能完满解决孪生子佯谬问题。且不论这个结论能否被普遍接受，作者通过对某些实例的研究，揭示出孪生子佯谬问题与广义相对论的一些最基本的概念密切相关这样一个事实，就是十分有意义的。展开这方面的讨论将深化我们对广义相对论的认识。

广义相对论取得的巨大成就，促使人们深信广义相对论能够解决孪生子佯谬，或者认为这个问题早已解决，没有必要再进行深入的研究。有的作者根据原时是不变量认为，所谓孪生子佯谬问题，实际上只是一个积分变量的变换问题，根本不存在什么佯谬。从数学上来看，积分变量的变换不改变积分值，是完全正确的。但并非所有数学上能写出的变换都是物理上可实现的。因此，孪生子佯谬，归根到底还是一个物理问题。本书对上述两种观点进行了详细的分析和讨论，读者可以从中得出应有的结论。

综上所述可见，本书的出版将进一步活跃孪生子佯谬的研究。本书不仅对于相对论工作者（不论其对孪生子佯谬持何种观点）而且对于想了解相对论并且对孪生子佯谬问题有兴趣的读者，都会有所助益。

朱又新

一九九四年春

目 录

序	吴又麟(1)
第一部分 概述	(1)
第二部分 孪生子佯谬的狭义相对论解之分析	(9)
§ 2.1 孪生子佯谬	(9)
§ 2.2 只用狭义相对论解决孪生子佯谬行不通	(13)
§ 2.3 孪生子佯谬的狭义相对论解的具体分析	(20)
§ 2.4 孪生子佯谬的狭义相对论解的进一步分析(I) ——一个离奇的推论“返老还童”	(32)
§ 2.5 孪生子佯谬的狭义相对论解的进一步分析(II) ——平权情况下的孪生子佯谬	(38)
§ 2.6 第二部分结束语	(44)
第三部分 孪生子佯谬的广义相对论解之分析	(45)
§ 3.1 广义相对论的基本原理	(45)
§ 3.2 加速参照系	(48)
§ 3.3 双曲加速参照系	(52)
§ 3.4 引力场中的时间膨胀	(56)
§ 3.5 孪生子佯谬的广义相对论近似解(Tolman 解) 及其分析	(58)
§ 3.6 孪生子佯谬的广义相对论解及其初步分析	(69)

§ 3.7	孪生子佯谬的广义相对论解的详细分析(I)	
	——“返老还童”可能?	(79)
§ 3.8	“返老还童”是表观现象吗?	(89)
§ 3.9	“返老还童”的进一步讨论	(92)
§ 3.10	“返老还童”与双曲加速参照系	(99)
§ 3.11	孪生子佯谬的广义相对论解的详细分析(II) …	(111)
§ 3.12	固有时为不变量不能确保孪生子佯谬可以解决	(124)
§ 3.13	固有时为不变量不能确保孪生子佯谬可以解决的 进一步讨论	(140)
第四部分	与孪生子佯谬的解密切相关 的、广义相对论的问题	(158)
§ 4.1	推广广义相对论到包含 $d\tau$ 的负值之必要	(158)
§ 4.2	由真实物体可以实现的参照系的充分条件	(161)

第一部分 概 述

—

孪生子佯谬是相对论中一个十分引人注目的问题，在爱因斯坦关于相对论的第一篇论文中就提了出来，近百年来讨论它的文章以及论及到它的著作数以百计。对一个问题进行如此长期广泛的讨论是罕见的。这个问题之所以如此引人注目是因为：

第一、这是一个很容易提出的问题。根据狭义相对论中的一个重要结论——运动时钟比静止时钟走得慢（运动时钟延缓或时间膨胀），人们很自然地会问：孪生子降生后，如果让其中一个（命名为 M）留在地球上，另一个（命名为 J）乘高速宇宙飞船作星际旅行，那么，当 J 返回后兄弟二人再见时，难道果真会 M 已是白发苍苍、老态龙钟的老人，而 J 还是风华正茂、朝气蓬勃的青年？运动是相对的，也可以认为 J 不动而 M 作高速飞行。那么，是否会得出兄弟二人再见时 M 比 J 青轻的结论而产生矛盾？

第二、这是个很基本的问题，涉及到相对论的自洽性，人们总希望完满地解决它。

第三、这个问题看起来容易解决，其实却非常棘手；很难找到一个令人满意的解。

二

孪生子佯谬的现有的解大致可分为三种：

1. 狭义相对论解，绝大部分解都是这种解；
2. 广义相对论解，此种解寥寥无几，屈指可数；
3. 不作具体计算，认为指明固有时是不变量就解决了该问题。

现在，如果问孪生子佯谬这个问题是否已经解决了，在一千个回答中大概九百九十九个是，这个问题已经解决了，而且已经完满地解决了。

然而，如果客观地、认真深入地分析一下孪生子佯谬的现有解答，就不难清楚地看出，孪生子佯谬直到现在并未解决，更谈不上已经完满地解决；现有的解虽然很多，却无一不存在问题。

三

或曰，孪生子佯谬的现有的解数以百计，分布十分广泛，出现于众多的杂志与著作中，何以能得出上述结论？现有的解的确很多，分布也十分广泛，但分析它们并作出结论还是可能的：现有的解的绝大部分是狭义相对论解。在阐明了狭义相对论不可能解决孪生子佯谬后就可断定，凡是这种解，必定都不能成立。这样，就无需对大量的这种解一一进行具体分析，只要指出其中的一两个影响较大的解中存在的问题就足够了。孪生子佯谬的广义相对论解本来就寥寥无几，至于在文献中常被引用者，无非是 Tolman 的近似解和 Möller 的解，对它们进行详细的分析显然

是可以办到的。指明固有时为不变量是否就可以认为解决了孪生子佯谬则是个原则性问题，对它进行讨论，更容易实现。

狭义相对论解决孪生子佯谬之不可能早已为爱因斯坦、泡利等著名物理学家明确地指出过。许多孪生子佯谬的研究者之所以置这正确的结论于不顾而断言解决该问题只用狭义相对论就够了，其主要原因之一是，孪生子佯谬的一些研究者错误地认为只要指出两兄弟处于不对称的地位就解决了这个佯谬，而做到这一点，在狭义相对论范围内不仅可以，并且轻而易举；另一个主要原因是，一些研究者把物体的加速运动与同该物体相关联的加速参照系混为一谈，根据狭义相对论可以处理加速运动断言狭义相对论可以解决孪生子佯谬；再一个主要原因是，七十年代后盛行一种似是而非的看法，认为加速参照系中引力场对孪生子年龄的影响可以通过由于观察者转换惯性参照系同时性的改变所带来的影响而体现出来，由此给出的孪生子佯谬的解看起来相当完美，其中存在的问题不易发现。这几种观点的错误之所在本书的第二部分进行详细分析。有一点这里需要作一说明：狭义相对论不能解决孪生子佯谬这个结论原本是按照爱因斯坦对狭义相对论与广义相对论的划分而作出的。现在有些学者在断言狭义相对论可以解决孪生子佯谬时，却是按照狭义相对论与广义相对论的另一种划分而下结论的。这样作不利于辨明是非，也不利于深入研究该问题。

孪生子佯谬的广义相对论解中存在的问题一般说更不易为人们所察觉。本书将着重揭示这方面的问题。第三部分的第3.7节由孪生子佯谬的广义相对论解推出了一个非常离奇的结果——“返老还童”（年龄的增长，或者一般地讲固有时的增量，为负）。这个离奇的结果是物理上难以接受的；对它的否定也就是

对孪生子佯谬的解的否定。这可能会使人们清楚地看出，孪生子佯谬的广义相对论解也是存在问题的。本书的第四部分进一步指出，“返老还童”这一离奇结果提出了另外两个基本问题：推广广义相对论到包含固有时增量 $d\tau$ 的负值以及由真实物体可以实现的参照系（有的作者称为物理参照系或物理上可实现的参照系）的充分条件是什么。这是两个很难解决的问题。至少说，在这两个问题得到解决之前，广义相对论解决不了孪生子佯谬，更谈不上孪生子佯谬已经完满解决。由此也可以更深入一步看到研究孪生子佯谬之重要以及解决该问题之困难。认为该问题不值得研究或很容易解决是与实际不符的。研究孪生子佯谬必需广义相对论，而广义相对论的现有理论解决该问题遇到了困难。显见，对该问题的研究必将促进广义相对论的进一步发展。

一些学者，尤其是一些造诣很高的物理学家，不作具体计算，仅根据固有时为不变量就断言孪生子佯谬一定可以解决，甚至认为固有时为不变量这本身就是孪生子佯谬的完满解答。按照这种观点，孪生子佯谬根本不是个问题，更无讨论的价值。这种观点具有原则上的指导意义，影响极大，不澄清它，孪生子佯谬就不可能受到认真对待。这种观点看起来很正确，无懈可击。然而细心地进行思考就会发现，它相当片面，是很欠考虑的：首先，虽然仅从数学上而言，由于固有时为不变量，在不同坐标系中对其进行计算所得结果必定相同，这是毫无疑义的，但孪生子佯谬毕竟不是个数学问题，而是个从物理上提出来的物理问题（在狭义相对论中 $d\tau$ 就是个不变量，如果仅从数学上考虑，这个问题根本不会提出，至少说，四维时空引入后这个问题就不存在了），一定要受到物理上的限制；当加上物理条件后，在不同坐标系中同时对两个被研究对象的固有时进行计算，所得结果是否

都能与坐标系无关却是没有根据断言的，只有进行具体计算才可得出结论，第 3.11 节中的具体计算清楚地说明了所得结果与坐标系无关并非是可以确保的。再者，由于孪生子佯谬是个物理问题，所以，即使计算时不明确地从物理上考虑，计算中也一定包含物理内容；人们完全根据数学中的方法在不同坐标系中计算得到了相同结果，并不意味着孪生子佯谬得到了解决；如果计算中所包含的物理内容是错误的，那么这个计算虽然数学上无可非议，物理上却是要否定的，而计算中所包含的物理内容也只有作出计算后才可通过分析而获知。由以上两个方面可见，不进行具体计算，仅凭固有时为不变量就断言孪生子佯谬可以解决是根据不足的，认为固有时为不变量本身就是孪生子佯谬的完满解答更无道理。对此，更能令人信服的是，人们一作具体计算就会发现，事情远不像根据固有时为不变量初看起来那么简单，解决孪生子佯谬所遇到的困难不是由固有时为不变量可以确保克服的。困难主要是，计算孪生子再次相见时的年龄必须分段进行积分，而每段积分的上下限是难以确定的：在广义相对论的现有理论的范围内，如果根据物理上的考虑来确定每段积分的上下限，则在不同坐标系计算孪生子的年龄难以得到相同的结果；如果根据数学中的方法来确定，这样虽然可以确保在不同坐标系中计算孪生子的年龄所得的结果相同，但积分限所包含的物理内容却难以是合理的；再者，根据物理上的考虑确定出的每段积分的上下限应该与根据数学中的方法确定出的相同，然而，在相对论理论的现有状况下，这两种办法所确定出的每段积分的上下限却是不同的。有关这方面的详细情况，见本书第三部分的第 3.12 节和第 3.13 节。弄清了固有时为不变量不能确保孪生子佯谬可以解决的原因将会清楚地认识到解决孪生子佯谬的困难之所在以及研究

该问题对于进一步发展广义相对论的意义。

四

即使不具体分析孪生子佯谬的解所存在的问题，孪生子佯谬直到现在尚未解决也可以从其他方面看出：近百年来讨论此问题的文章以及论及到此问题的著作数以百计，这一方面说明此问题具有极大的吸引力，另一方面也表明，此问题的解虽然很多，但公认的完满的解却难以找到。一个解的提出者总很欣赏他自己的解，自以为很好地解决了这个问题，而别人并不以为然。倘若有一两个解是公认令人满意的，恐怕对此问题的讨论早已冷落了。三十年代 Tolman 作出的近似解和五十年代 Møller 作出的解是常常被引用的两个解，这两个解可以说是最受赞赏的了。然而在它们之后不知又出现了多少个。何以如此？主要原因就是它们也不那么令人满意。这两个常被引用的解尚且如此，其他的解就可想而知了。五十年代苏联的著名理论物理学家、对相对论曾作出过突出贡献的 Фок 院士在其名著《空间、时间和引力的理论》中写道，他之所以讨论孪生子佯谬“并不是因为它含有某种特别重要的、或是难以解决的问题，而是因为许多文献广泛地讨论了这个问题，但却没有提出令人满意的说明。”很明显，Фок 认为五十年代中期以前的解都不令人满意，他已对这些解作出了简要的总评。以后出现的解又如何呢？包括 Фок 的解在内，并不比 Tolman 的解和 Møller 的解令人满意些，直至今今天常被引用的、最受欣赏的仍然是这两个解。这种状况已经清楚地表明了孪生子佯谬直到今天也没有一个真正令人满意的解，该问题并没有完满地解决。再者，凭着 Фок 的才能和他在相对论方面的造

诣，倘若此问题果真不是难以解决的问题，那么他所作出的解必定是非常完美、受人推崇的。然而，事实却是，他的解并没有引起人们的兴趣，很少有人提到它。完满地解决孪生子佯谬之难由此也可见一斑。

五

数以百计的论文，历时近百载，这使人觉得对孪生子佯谬的讨论已经很充分很深入了。然而，真实情况却相反。如前所述，孪生子佯谬的绝大多数解是狭义相对论解，而狭义相对论是不可能解决此问题的。因而，长期来人们实际上一直是在一个不可能解决问题的圈子内徘徊，形式上热烈，内容却很肤浅。

六

相对论的巨大成就使人们确信该理论是正确的。孪生子佯谬既然涉及到该理论的自洽性，因而人们深信此佯谬必定可以解决，再加上固时为不变量，就更使人深信此佯谬不仅可以解决，而且很容易解决，没有什么值得研究的。这种信念导致了一种偏见的产生：凡是对此佯谬所作的解，尤其是正式发表出来的解，几乎都被认为是正确的。至于它们是否真正正确，其中是否存在值得研究的问题，很少有人认真考虑，很难见到批评文章；即使觉得它们不令人满意，也不深究其中的毛病或错误，以为那是无关紧要的，另找其他的解法就是了。倘若有人对此佯谬的某个解，尤其是对某个影响较大的解提出疑问，或者指出解决此佯谬所涉及到的难以处理的问题，人们往往不认真考虑，甚至不加考

虑，就予以否定，置若罔闻。这种偏见是关于孪生子佯谬的研究长期来不能深入的重要原因；这种偏见不消除，关于此佯谬的研究今后还是不能深入的。

七

毫无疑问，事实已经证明相对论是正确的。但它并不尽善尽美，它还要进一步完善和发展，这同样也是毫无疑问的。孪生子佯谬的提出曾使人们清楚地看出推广狭义相对论到广义相对论之必要；对孪生子佯谬进行认真研究，深入地分析其现有的解中存在的问题，逐步解决之，这必将揭示出广义相对论的现有理论的不完善之处，促进该理论的完善和发展。

第二部分 孪生子佯谬的狭义 相对论解之分析

§ 2.1 孪生子佯谬

一、运动时钟走得慢

设时钟 C' 相对于某惯性系 K 以速度 V 作匀速直线运动。在时钟 C' 从某点运动到另一点的过程中，它自己所记录的时间（称为固有时）以 $\Delta\tau$ 表示，惯性系 K 中静止时钟所记录的时间以 Δt 表示，即运动时钟 C' 的读数增加 $\Delta\tau$ 时静止时钟的读数增加 Δt 。由罗伦兹变换得

$$\Delta t = \frac{\Delta\tau}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (2.1-1)$$

$\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} < 1$ ，所以 (2.1-1) 式表明，运动时钟的读数的增量 $\Delta\tau$ 小于静止时钟的读数的增量 Δt ，即运动时钟比静止时钟走得慢。

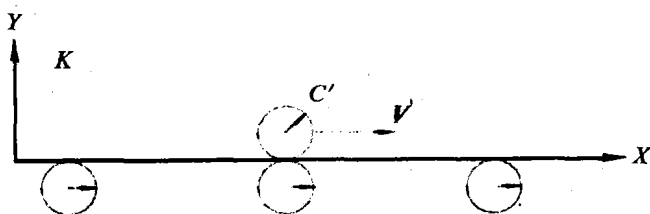
如果运动时钟 C' 的读数为零时，静止时钟的读数也为零，那么，当运动时钟的读数为 τ 时，静止时钟的读数显然为

$$t = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (2.1-2)$$

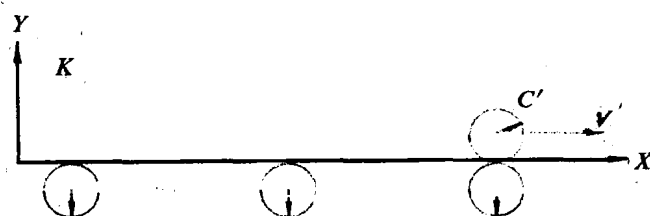
运动时钟与静止时钟的读数比较示于图 2.1-1 中。



(a) 开始时运动时钟 C' 的读数与静止时钟的相同



(b) C' 运动一段时间后其读数小于静止时钟的



(c) C' 运动一段时间后其读数小于静止时钟的

图2.1-1