

高等学校规划教材

# 物理实验

孟庆云 主编 谢超然 何惠梅 副主编

WULI  
SHIYAN



化学工业出版社

高等学校规划教材

# 物理实验

孟庆云 主编 谢超然 何惠梅 副主编



化学工业出版社

· 北 京 ·

本书是根据高等学校工科物理实验课程的教学要求,以北京化工大学历年来所使用的物理实验讲义为基础,同时结合目前高等工科院校的实际教学情况与仪器设备的现状和发展趋势而编写的《物理实验》教材。

本书分为绪论、误差基础知识、有效数字及数据处理知识、物理实验基础知识、物理实验等内容。本书共给出了22个实验项目。本书充实和增添了有一定应用性、扩展性和设计性的实验项目和实验内容,有利于教学与科研的结合。

本书内容既有一定的广度,适于高等工科院校使用,同时也有一定的深度,有利于优秀学生的提高。本书既可作为普通高等院校理工类专业的物理实验教学用书,也可作为相关课程教师的参考书。

#### 图书在版编目(CIP)数据

物理实验/孟庆云主编. —北京:化学工业出版社,  
2009.2

高等学校规划教材  
ISBN 978-7-122-04772-4

I. 物… II. 孟… III. 物理学-实验-高等学校-教材  
IV. 04-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第016985号

---

责任编辑:唐旭华 叶晶磊

装帧设计:尹琳琳

责任校对:宋 夏

---

出版发行:化学工业出版社(北京市东城区青年湖南街13号 邮政编码100011)

印 装:化学工业出版社印刷厂

787mm×1092mm 1/16 印张10 字数243千字 2009年3月北京第1版第1次印刷

---

购书咨询:010-64518888(传真:010-64519686) 售后服务:010-64518899

网 址: <http://www.cip.com.cn>

凡购买本书,如有缺损质量问题,本社销售中心负责调换。

---

定 价:19.00元

版权所有 违者必究

## 《物理实验》编写人员

主 编 孟庆云

副 主 编 谢超然 何惠梅

编写人员 (以姓氏笔画为序)

伦秀君 李德尧 何惠梅

林 静 孟庆云 谢超然

# 前 言

本书是根据高等学校工科物理实验课程的教学要求,以北京化工大学历年来所使用的物理实验讲义为基础,同时结合目前高等工科院校的实际教学情况与仪器设备的现状和发展趋势而编写的。

本书共分为绪论、误差基础知识、有效数字及数据处理知识、物理实验基础知识、物理实验等内容。本书共给出了 22 个实验项目。本书充实和增添了一些有一定应用性、扩展性和设计性的实验项目和实验内容,有利于教学与科研的结合。本书内容既有一定的广度,适于较多学校使用,同时也有一定的深度,有利于优秀学生的提高。

本书注重以下特点:

(1) 编写实验项目多,各校相关专业可以根据自身的实际情况进行选择,有利于实验室开放教学;

(2) 较大幅度地加强了近代物理实验、设计性实验两部分内容,有利于实验教学改革;

(3) 较大幅度地增加了应用型实验,尤其是新技术、新材料的应用与研究方面的实验得到了一定程度的加强,有利于学生知识的充实和提高。

本书由孟庆云主编,谢超然、何惠梅为副主编。由孟庆云、谢超然、何惠梅、伦秀君、李德尧和林静分工编写。实验教学是一项集体事业,本实验教材的编写、实验项目的开发、实验教学的完成是北京化工大学全体从事物理实验教学的教师和实验技术人员多年共同辛勤劳动的成果。借此,对他们表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,难免有疏漏和不当之处,热忱希望广大读者批评指正。

编 者

2009 年 1 月

# 目 录

|                                    |     |
|------------------------------------|-----|
| 第一章 绪论 .....                       | 1   |
| 第一节 物理实验的作用和地位 .....               | 1   |
| 第二节 大学物理实验课的教学目的和任务 .....          | 1   |
| 第三节 物理实验规则 .....                   | 2   |
| 第四节 物理实验课的基本程序 .....               | 2   |
| 第二章 误差基础知识 .....                   | 4   |
| 第一节 误差的定义及表示 .....                 | 4   |
| 第二节 随机误差的分布规律 .....                | 6   |
| 第三节 直接测量量的随机偏差估算 .....             | 8   |
| 第四节 间接测量量的随机误差传递公式 .....           | 10  |
| 第五节 系统误差 .....                     | 11  |
| 第六节 如何处理误差 .....                   | 15  |
| 第三章 数据处理 .....                     | 17  |
| 第一节 有效数字 .....                     | 17  |
| 第二节 列表法 .....                      | 19  |
| 第三节 逐差法 .....                      | 20  |
| 第四节 作图法 .....                      | 21  |
| 第五节 回归分析简介 .....                   | 22  |
| 第四章 基础实验 .....                     | 40  |
| 实验一 霍尔效应及其应用 .....                 | 40  |
| 实验二 金属杆的线膨胀系数的测定 .....             | 47  |
| 实验三 金属杨氏模量的测量 .....                | 52  |
| 实验四 声速测量 .....                     | 54  |
| 实验五 用模拟法测绘静电场 .....                | 64  |
| 实验六 不良导体导热系数的测定 .....              | 67  |
| 实验七 扭摆法测定物体转动惯量 .....              | 72  |
| 实验八 用冲击电流计测电容和高电阻 .....            | 75  |
| 实验九 气体比热容比 ( $c_p/c_v$ ) 的测定 ..... | 78  |
| 实验十 旋转液体物理特性测量 .....               | 80  |
| 第五章 光学与综合实验 .....                  | 86  |
| 实验十一 材料的导电特性与温度的关系实验 (热敏电阻) .....  | 86  |
| 实验十二 材料的导电特性与温度的关系 (PN 结) .....    | 89  |
| 实验十三 金属电子逸出功的测量 .....              | 94  |
| 实验十四 分光仪的调整 .....                  | 98  |
| 实验十五 固体折射率测定 .....                 | 103 |
| 实验十六 光谱定性分析 .....                  | 105 |

|       |                                                            |     |
|-------|------------------------------------------------------------|-----|
| 实验十七  | 用菲涅耳双棱镜测波长                                                 | 107 |
| 实验十八  | 用迈克尔逊干涉仪测单色光波长                                             | 112 |
| 实验十九  | 光敏电阻特性研究                                                   | 115 |
| 实验二十  | 塞曼效应                                                       | 119 |
| 实验二十一 | 电光调制                                                       | 127 |
| 实验二十二 | 光的偏振                                                       | 135 |
| 附录    |                                                            | 143 |
| 附录一   | SI 基本单位                                                    | 143 |
| 附录二   | 常用基本物理常数表                                                  | 143 |
| 附录三   | 太阳系基本情况表                                                   | 144 |
| 附录四   | 常用折射率表                                                     | 144 |
| 附录五   | 常用物质的熔点、熔解热、沸点和汽化热                                         | 146 |
| 附录六   | 常用材料的杨氏模量、切变模量和泊松比                                         | 146 |
| 附录七   | 常用物质密度表                                                    | 146 |
| 附录八   | 在不同温度下与空气接触的水的表面张力系数                                       | 147 |
| 附录九   | 在 20℃ 时与空气接触的液体的表面张力系数                                     | 147 |
| 附录十   | 水在不同温度下的密度、黏滞系数和介电常数                                       | 147 |
| 附录十一  | 某些液体的黏滞系数                                                  | 148 |
| 附录十二  | 材料的线膨胀系数 ( $\times 10^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ) | 148 |
| 附录十三  | 金属电阻率及其温度系数                                                | 149 |
| 附录十四  | 金属超导体的临界温度                                                 | 149 |
| 附录十五  | 不同温度时干燥空气中的声速                                              | 149 |
| 附录十六  | 固体热导率                                                      | 150 |
| 附录十七  | 不同温度时水的比热容                                                 | 150 |
| 附录十八  | 固体的比热容                                                     | 150 |
| 附录十九  | 气体的质量定压热容和质量定容热容                                           | 150 |
| 附录二十  | 某些场合下光照度的值                                                 | 151 |
| 附录二十一 | 不同纬度海平面的重力加速度和秒摆的长度                                        | 151 |
| 附录二十二 | 固体和液体中的声速                                                  | 151 |
| 附录二十三 | 常用光源的谱线波长表                                                 | 152 |
| 附录二十四 | 铜-康铜热电偶的温差电动势 (自由端温度 0℃)                                   | 152 |
| 附录二十五 | 几种标准温差电偶                                                   | 152 |

# 第一章 绪 论

## 第一节 物理实验的作用和地位

物理实验课是自然科学课程中一门重要的基础课,是我国教育部规定的七门重点基础课程之一。物理学是建立在实验基础上的一门自然科学学科。任何物理规律的发现和理论的建立都是以严格的实验为基础,并受到实验的检验。在物理学的整个发展过程中,物理实验起着直接和间接的推动作用。

在经典力学发展之初,首先把科学的实验方法引入到物理学研究中的物理学家是伽利略。在此之后,物理学的研究才真正走上了科学道路。经典物理学的奠基人牛顿则在大量实验的基础上总结出牛顿三定律和万有引力定律。

麦克斯韦电磁学理论在经典物理学中是一个非常完善的理论。然而,奥斯特在一次课堂实验中发现了电流的磁效应对经典电磁理论的建立起到了至关重要的作用。法拉第数十年的实验研究结论——磁也可以产生电流是另一个重要的对麦克斯韦电磁理论建立的实验支撑结论。正因为有了这两位科学家的实验研究结论,才使得电磁学的理论大厦得以完满建成,奥斯特和法拉第的结论推动了电磁学的发展;著名的杨氏双缝实验和光电效应实验也相应推动了光学的发展,波动光学和量子光学在这些实验的基础上诞生了,前者揭示了光的波动性,后者告诉人们光具有粒子性。

现代科学技术的高速发展是离不开物理学理论和实验的构思和方法。物理实验的一些实验理论、方法已经广泛渗透到了各自然科学学科和工程技术领域。例如声波测井、物质的化学成分与结构的光谱分析、原油或油品流动性质的研究等,都不过是一些专业的物理实验而已。物理实验方法成功的运用于其他专业,才使得其他工程技术专业得到了迅速发展。

高等工科大学的毕业生,一般要从事生产或生产技术研究工作,解决科研与生产实际中遇到的问题,这些问题往往要通过实验来解决。这样,高等工科大学的学生们就必须具备一定的实验知识,掌握一系列的实验方法,熟悉并会运用必要的实验仪器,知道怎样对实验所得数据进行总结归纳,加工处理,从而找出对解决问题有用的规律与结论,懂得怎样估算误差,判断所得规律与结论的可靠性。这就是所谓的实验能力。物理实验课是大学学习过程中第一门实验课,是学生进入大学后受到的实验方法和实验技能训练的开端。对学生实验能力的培养,物理实验课担负着重要的基础任务,打好这个基础对后继实验课显然有良好的作用。

## 第二节 大学物理实验课的教学目的和任务

物理实验课的目的是为今后系统地进行实验方法和实验技能的训练打下一个良好的基础,其基本任务如下。

(1) 通过实验现象的观察,对物理量的测量,以及对实验现象和实验结论的分析,使学

生进一步掌握物理实验的基本知识,基本方法和基本技能。使学生能运用物理学原理,物理实验方法来研究物理现象,总结物理规律,加深对物理原理的理解。

(2) 培养与提高学生从事科学实验的素质。包括:理论联系实际和实事求是的科学作风;严肃认真的工作态度;不怕困难,主动进取的探索精神;遵守操作规程,爱护公共财物的优良品德;以及在实验过程中同学间相互协作,共同探索的协同心理。

(3) 培养与提高学生科学实验的能力。

自学能力——能够自行阅读实验教材、仪器说明书和参考资料,正确理解实验原理与方法,在实验前做好实验的各项准备工作。

动手能力——能借助教材与仪器说明书正确操作仪器,连接与拆除线路,制作必要的简单样品等。

思维判断能力——能正确记录和处理实验数据,绘制图表,说明实验结果,撰写合格的实验报告。

初步的实验设计能力——能够根据实验课题要求,对简单实验题目,确定实验方法和实验条件,合理选择与搭配仪器仪表,拟订实验步骤,写出实验注意事项等。

### 第三节 物理实验规则

(1) 实验前必须认真预习,并写出预习报告。不预习或者达不到预习要求者不准进行实验。

(2) 准时到实验室上课。迟到者,教师应对其进行批评教育。迟到超过 10 分钟者不准进行当日的物理实验。

(3) 做实验时态度要严肃认真,积极思考。注意保持实验室安静、整洁。不得自行调换仪器,如遇仪器发生故障应及时报告指导教师。

(4) 操作仪器、连接线路必须按照有关规程和注意事项进行。违反规程或违反纪律而损坏仪器时,应填写仪器损坏报告单并按学校规定赔偿。数据测量完毕,应交给指导教师检查,当教师在你的原始记录上签字后,才能整理仪器,离开实验室。每个实验班应安排值日组清扫实验室。

(5) 不能无故缺课。缺课者不得参加考试。实验课不及格者无补考机会,只能重修。

(6) 教师签字的原始记录纸不得丢失,如丢失则需补做该实验。

### 第四节 物理实验课的基本程序

#### 1. 实验前预习

由于实验课的课内时间有限,而熟悉仪器和测量数据的任务一般都比较繁重,因此不允许学生在实验课内才开始研究实验的原理及操作步骤等。

预习要以理解所做实验的原理为主。对于实验的具体操作过程要有一定的了解。以便能抓住实验的关键,做到较好的控制实验的物理过程和物理现象,及时、迅速、准确地获得需要测量的数据。为了做到这一点,同学们在预习时一定要清楚本次实验依据什么定理、定律来进行测量,测量时所需仪器是什么,仪器的主要功能和主要操作要点以及仪器的精度如何等。只有这样预习,同学们在实验课内才能做到实验速度快,收获更大。

预习时,同学们应根据实验要求画好数据表格,表格上要标明文字符号所代表的物理量及其单位,以及表格的名称(这张数据表格称为原始记录纸,它不能作为正式报告的一部分,但是在提交实验报告时有教师签名的原始数据必须同时提交),原始记录纸不应小于32开,记录数据时不能用铅笔记录。一份合格的预习报告应包括如下内容:①实验名称;②实验目的;③实验原理;④实验仪器(或实验装置);⑤实验步骤;⑥注意事项。在实验原理部分应包括:必要的文字叙述、原理图、公式、公式的推导或公式的说明。预习报告可作为正式实验报告的一部分,上实验课时老师要检查。

## 2. 实验的进行

实验开始前要先熟悉仪器,了解仪器的工作原理和使用方法,按照要求安装调整好仪器,并按照操作方便与否放置仪器。每次测量后,应立即将实验数据记录在预习时准备好的实验数据表格内,不允许随意记在教材上。要根据仪器的最小刻度单位或准确度等级来决定实验数据的有效位数和单次测量的误差。数据表格要画得大方一些,不要太挤,以便在必要时补充和修改数据。当你认为你记录的某数据有错误时,可用笔在此数据上画一横线,以示该数据无效,然后将你认为正确的数据记录在旁边。如情况允许时可简单地说明错误的原因。如需要,则室温、空气湿度和大气压等也要记录在原始记录纸上。记录数据时要实事求是,千万不能随意改动,更不能依赖一两个测量值按臆想的“规律”改变读数。

## 3. 实验报告书写

实验报告是实验工作的全面总结,要用简明的形式将实验结果完整而又真实地表达出来,写报告时要求文字通顺、字迹端正、图表规矩、结果正确、讨论认真。应养成实验完成后尽早将实验报告写出来的习惯。因为这样做可以收到事半功倍的效果。一份完整的实验报告应包括:①实验名称;②实验目的;③实验原理;④实验仪器(实验装置);⑤实验步骤;⑥注意事项;⑦数据处理;⑧实验结果;⑨结果讨论。①~⑥项在预习报告中已经写好,如你认为不需再改动时可将⑦~⑨项在报告上书写好即可完成了一份完整的实验报告。在⑦项中应包括:数据表格;计算过程;图示法,图解法处理数据和误差分析(它包括确定实验结果的误差范围;找出影响实验结果的主要因素;误差过大时,应分析原因,对误差大的原因给出合理解释)。⑧项中应包括三部分:即物理量  $N$  的测量结果数值  $\bar{N}$ , 绝对误差  $\Delta N$  (以及获得  $\Delta N$  的计算方法) 和相对误差  $E$ , 即

$$N = \bar{N} \pm \Delta N$$

$$E = \frac{\Delta N}{\bar{N}} \times 100\%$$

如果实验是观察某一物理现象或验证某一物理定律,则需要根据误差判定出实验是否验证了理论。⑨项包括:实验过程中观察到的异常现象及其可能的解释,对实验仪器装置和实验方法改进的建议等。还可以记下实验者印象特别深的心得体会。

## 第二章 误差基础知识

### 第一节 误差的定义及表示

任何实验都是在理论指导下,利用仪器设备,人为地控制或模拟自然现象,使它们以比较纯粹和典型的形式表现出来,然后再通过观察与测量来探索自然界客观规律的过程。自然界的条件千变万化,错综复杂,即使在实验室已做了充分的控制也难免不受其影响。所以,我们所观测的结果也就不可能完全是客观世界的真实反映。为此,在实验中除了测得应有的数据外,还需对测量结果的可靠性给出合理的评价,对测量结果的误差范围进行合理的估计。

#### 1. 测量

对物理现象进行定量描述时,必须对物理量进行测量。测量可分为直接测量和间接测量。而所谓的直接测量就是把一个未知大小的物理量和一个选为标准的同类量(即取为单位的物理量)进行比较,定出它是标准量的倍数,即完成了测量。而间接测量则是待测量由若干直接测量的物理量经过一定的函数关系运算后获得。例如:用单摆测重力加速度  $g$ , 我们要先测出摆长  $L$  和周期  $T$ , 再由公式  $g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$  计算出  $g$ ,  $g$  的测量就称为间接测量。

#### 2. 误差

在测量过程中由于各种原因,使得人们测到的物理量的数值与客观真实值(简称真值)间总存在着一定的差别,因此,人们将测量值  $X_i$  和待测量的客观真实值  $X_0$  间的差值记作  $\Delta X$ , 称为误差。即:

$$\Delta X = X_i - X_0 \quad (2-1-1)$$

误差存在于一切测量过程中,这已成为一条公理被大家所接受。由于误差永远存在,因此人们测到的测量值不是真值,那么怎样才能找到真值的最佳替代值呢?又如何估算测量的误差范围,并对测量结果的可靠性进行判断呢?这就需要研究误差出现的规律,研究误差的估算方法,总之,要研究误差理论以及学会使用误差理论来对实验结果可靠性进行研究。误差理论包括下列内容。

- (1) 误差的性质、分类、出现的规律,对误差大小的估算方法;
- (2) 减小或消除误差的实验方法与数据处理方法;
- (3) 误差的传递与合成方法;
- (4) 用误差理论指导选择实验方案。

#### 3. 误差的分类

根据误差产生的原因和它对实验结果的影响,误差可分为三类。

- (1) 系统误差:在多次重复测量中,其大小和正负不变或者当条件变化时误差按确定的规律进行变化。
- (2) 随机误差:在相同条件下多次重复测量同一量值,每次测量的误差时大,时小,时

正, 时负, 没有确定的变化规律, 即不可控制也无法预测, 这样的误差称为随机误差。

(3) 过失误差 (粗差): 这种误差会明显歪曲测量结果, 从而其数值与其他值相比较差别较大。一般这种误差产生的原因是明显的故障或操作者马虎大意而将数读错、记错或观测错所致。人们有时已经不将这种传统的说法视为误差, 因为它完全是实验失败导致的一种错误。

#### 4. 准确度 (又称精确度)\*

反映测量结果与真值接近程度的量称为准确度。因为误差又可划分为随机误差和系统误差, 所以有如下说法。

(1) 精密度: 反映随机误差的大小;

(2) 正确度: 反映系统误差的大小;

(3) 精确度: 反映随机误差和系统误差合成后的大小, 亦即综合误差的大小。

#### 5. 不确定度\*

人们在测量时总是希望能否测到“真值”。在评定测量结果时人们希望得到误差。但是, 真值不可测, 误差也就无法知道了, 因此人们希望得到真值和误差的替代值。如何估算误差才能够得到误差的最佳替代值是人们关心的问题。然而在误差估算时必须做到不重复估算、没有遗漏现象。人们发现, 在使用误差来判断测量结果的可靠性时有它的缺陷和不足。

国际计量委员会 (CIPM) 在 1981 年批准发表了关于测量不确定度的正式文件——《测量不确定度工作组织建议书 INC-1(1980)》, 我国国家技术监督局于 1991 年 8 月 5 日批准颁布了《JJG 1027-1991 测量误差及数据处理 (试行)》计量技术规范。该规范规定, 在报告最后测量结果的表示形式中使用总不确定度。《INC-1(1980)》只是一份简单的纲要性文件, 实施起来有一定的困难, 所以国际标准化组织 (ISO) 在国际计量局 (BIPM) 等七个国际组织的支持下, 于 1993 年制定了《测量不确定度表示指南 ISO1993(E)》, 然后于 1995 年作了部分修改。为了与国际接轨, 我国又颁布了新的国家计量技术规范《JJF 1059-1999 测量不确定度评定与表示》用以取代 JJG 1027-1991 中的测量误差部分。在新的国际标准和我国新的计量技术规范中, 将“总不确定度”改称为“扩展不确定度”。我国在 1992 年正式颁布的《计量技术规范, 测量误差与数据处理》中规定采用不确定度作为基准研究、测量和实验工作中的对测量结果可靠性进行评判的工具。在大学物理实验课中也应该引入不确定度来评价实验结果, 使学生初步了解不确定度的概念和基本知识。

测量不确定度: 它是与测量结果相关、表示被测量的量值分散性的参数。测量不确定度表示由于测量误差的存在, 而使被测量值不能确定的程度。从这个意义上讲, 测量不确定度是评定真值出现在测量值附近范围的一个参数, 也可以说是表征测量误差在扣除其期望估计值 (系统误差) 后随机部分大小的统计特征值的估计值。用不确定度来评定实验结果, 可以反映各种来源不同的误差对结果的影响, 而它们的计算又反映了这些误差所服从的分布规律。

测量结果的不确定度一般包含几个分量, 按其数值的评定方法, 这些分量可归入两大类, 即 A 类分量 (或称为 A 类评定) 和 B 类分量 (或称为 B 类评定)。

A 类不确定度: 可以用统计方法处理得到的分量。

B 类不确定度: 不能用统计方法处理, 而需要用其他方法处理所得到的那些分量。

## 第二节 随机误差的分布规律

在测量过程中,系统误差和随机误差往往同时出现。但在某些实验测量中则可能以某种误差为主。在这里为了讨论方便假定在实验过程中不存在过失误差,且消除了系统误差,仅存在随机误差。

### 一、统计直方图

作统计直方图的方法如下,将所测得的数据按数值的大小划分为若干个小区间,统计出在每一个区间内的数据个数(即所谓频数 $K$ ), $K_i$ 表示在第 $i$ 个区间内的频数, $K_i/n$ 为第 $i$ 区间内的频数占总测量次数 $n$ 的百分率,即为数据值落在第 $i$ 区间内的概率。例如,测量某一物理量所得到的数据如表 2-2-1 所示。

表 2-2-1 数列分区统计

| 区间编号 | 区间范围      | 区间中点 | 频数 $K_i$ | 概率 $K_i/n$ | 区间编号 | 区间范围      | 区间中点  | 频数 $K_i$ | 概率 $K_i/n$ |
|------|-----------|------|----------|------------|------|-----------|-------|----------|------------|
| 1    | 1.00~1.02 | 1.01 | 0        | 0.000      | 7    | 1.12~1.14 | 1.13  | 54       | 0.297      |
| 2    | 1.02~1.04 | 1.03 | 1        | 0.005      | 8    | 1.14~1.16 | 1.155 | 38       | 0.203      |
| 3    | 1.04~1.06 | 1.05 | 4        | 0.022      | 9    | 1.16~1.18 | 1.17  | 20       | 0.110      |
| 4    | 1.06~1.08 | 1.07 | 7        | 0.038      | 10   | 1.18~1.20 | 1.19  | 9        | 0.049      |
| 5    | 1.08~1.10 | 1.09 | 15       | 0.082      | 总 数  |           |       | 179      | 0.997      |
| 6    | 1.10~1.12 | 1.11 | 31       | 0.170      |      |           |       |          |            |

以频数 $K$ 为纵轴,以测量数值为横轴 $x$ 作直方图,如图 2-2-1 所示。也可以用区间中点代表此区间的测量值,以它为横轴 $x$ ,以概率 $K/n$ 为纵轴,连成一条光滑曲线如图 2-2-2 所示,这就是概率分布曲线。人们常用这种方法从实验数据中得到待测物理量所遵循的分布规律。必须指出,如用上面所述的作图法求分布规律,只有在观测次数足够多时才有统计意义。

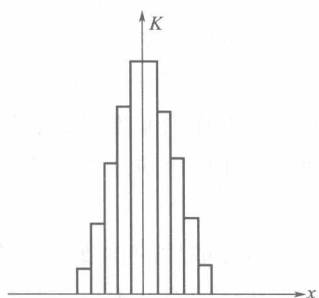


图 2-2-1 统计直方图

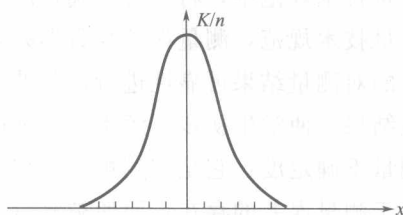


图 2-2-2 概率分布曲线

### 二、正态分布(高斯分布)的性质和分布函数

#### 1. 性质

在一系列等精度测量(简称测量列)中,大多数情况下,测量列的随机误差服从正态分布规律。正态分布有以下特点。

单峰性:绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的概率大。

对称性:绝对值相等,符号相反误差出现的概率相等。

有界性:大于某一界限的误差出现的机会趋于零。

抵偿性：所有测量值的误差代数和为零，

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \delta_i = 0。$$

## 2. 正态分布的分布函数

设被测物理量的真值为  $X_0$ ，一系列测量值分别为  $X_i$ ，其随机误差为  $\delta_i = X_i - X_0$ 。由数理统计可知，正态分布的概率密度函数为

$$f(\delta) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\delta_i^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2-2-1)$$

式中， $\sigma$  反映了测量的精度。当  $\sigma$  大时，曲线较低较宽，代表函数离散，精度差；当  $\sigma$  小时， $f(\delta)$  曲线瘦高，如图 2-2-4 所示。图 2-2-3 中曲线下斜线部分的面积为在  $\delta_i$  到  $\delta_i + d\delta_i$  之间误差出现的概率。整个曲线下的面积在测量次数趋于无穷时则趋于 1，对于有限次测量则结论略有差异。

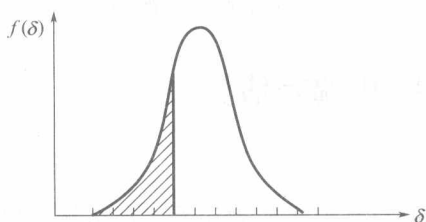


图 2-2-3 概率密度曲线

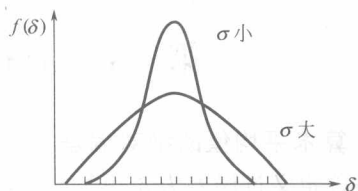


图 2-2-4  $\sigma$  值不同的概率密度曲线

## 三、算术平均值

由于误差时时刻刻地存在，所以真值就无法测得。为了使测量有意义，就必须找到真值的最佳替代值。对于一个测量列来说，用任何一个测量值来替代真值都是不可取的。下面通过简单的说明可以知道多次测量的平均值是真值的最佳近似值。

在等精度测量条件下测得  $X_1, X_2, \dots, X_n$

$$\bar{X} = \frac{1}{n} (X_1 + X_2 + \dots + X_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (2-2-2)$$

当  $X_i$  的分布是高斯分布时，则根据高斯分布的抵偿性有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \delta_i = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n (X_i - X_0) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n X_i - \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n X_0 = 0$$

所以

$$X_0 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{X}$$

由此可知对于无限多次测量列来说，多次测量的平均值  $\bar{X}$  等于真值  $X_0$ ，而有限多次测量的平均值最接近真值。因此，多次测量的平均值可作为真值的最佳替代值。

## 四、t 分布

误差理论指出，一般情况下，如果测量次数足够多时，都可以认为满足正态分布。但是，在学生实验时，一般测量次数都较少，因此就不能认为该测量满足正态

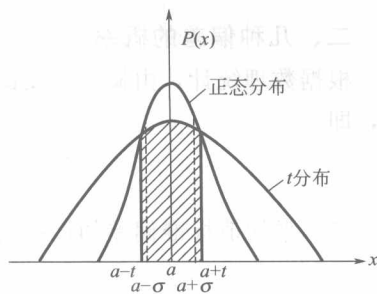


图 2-2-5 t 分布与高斯分布比较

分布, 这时应该使用  $t$  分布 (又称学生分布)。从图 2-2-5 可以看出  $t$  分布与正态分布的区别, 即正态分布曲线略高、略窄于  $t$  分布曲线。因此, 为了达到相同的概率 (曲线下的面积相同),  $t$  要大于  $\sigma$ , 亦即区间  $(a-t, a+t)$  要大于区间  $(a-\sigma, a+\sigma)$ 。也可以这样理解, 测量次数少了, 数据的离散度就大, 亦即测量精度差。为了达到同样的概率, 就要把误差的范围扩大些。于是测量结果应表示为:  $[\bar{N} \pm t_{\xi} \sigma(\bar{N})]$ 。其中,  $t_{\xi}$  为大于 1 系数,  $\xi$  为概率大小。为了方便起见, 表 2-2-2 中列出不同自由度  $\gamma (\gamma = n-1, n$  为测量次数) 下概率为  $\xi = 0.683$  时  $t_{\xi}$  的数值。

表 2-2-2 学生分布的  $t$  因子数据表

| $\gamma$   | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 16   | 20   | 30   | 40   | $\infty$ |
|------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|----------|
| $t(0.683)$ | 1.84 | 1.32 | 1.20 | 1.14 | 1.11 | 1.09 | 1.08 | 1.07 | 1.06 | 1.05 | 1.04 | 1.03 | 1.02 | 1.01 | 1.00     |

由表 2-2-2 可看出, 当测量次数多于 10 次时, 即  $\gamma > 9$ ,  $t < 1.06$  非常接近于 1, 此时  $t$  分布和正态分布就非常接近了, 两者可以不加区分, 在要求不高时测量 5 次也就够了。

### 第三节 直接测量量的随机偏差估算

#### 一、算术平均值的绝对偏差

前面曾定义过误差为  $\delta_i = X_i - X_0$ , 这表明测量值与真值之差为误差, 那么测量值与平均值之间的差又叫什么呢? 通常将  $v_i = X_i - \bar{X}$  称之为残差。用残差表示的误差称为偏差。

##### 1. 均方根偏差 (标准偏差)

平均值的均方根偏差通常用  $\sigma(\bar{X})$  表示。由统计理论可知

$$\sigma(\bar{X}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n(n-1)}} \quad (n \geq 5) \quad (2-3-1)$$

式中,  $\sigma(\bar{X})$  为平均值标准偏差;  $n$  为测量次数;  $v_i$  为第  $i$  次测量的残差。

##### 2. 算术平均偏差 [用 $\eta(\bar{X})$ 来表示]

$$\eta(\bar{X}) = \frac{\sum_{i=1}^n |v_i|}{n \sqrt{(n-1)}} \quad (2-3-2)$$

##### 3. 最大偏差

定义  $3\sigma(\bar{X})$  为最大偏差。

#### 二、几种偏差的概率

根据数理统计, 由概率密度函数  $f(\delta)$  对某一区间积分, 即可得到偏差落在该区间的概率, 即

$$P = \int_{-\delta}^{\delta} f(\delta) d\delta \quad (2-3-3)$$

(1) 平均值标准偏差的概率为

$$P = \int_{-\sigma(\bar{X})}^{\sigma(\bar{X})} f(\delta) d\delta \quad (2-3-4)$$

查表可得  $P = 68.3\%$ , 它表明真值落入  $\bar{X} \pm \sigma(\bar{X})$  内的概率为  $68.3\%$ 。

(2) 平均值算术平均偏差的概率为  $P=58\%$ ，它表明真值落入到  $\bar{X} \pm \eta(\bar{X})$  内的概率为  $58\%$ 。

(3) 平均值的最大偏差的概率为  $P=99.7\%$ ，表明真值落入  $\bar{X} \pm 3\sigma(\bar{X})$  范围内的概率为  $99.7\%$ 。

由前面可以看出，偏差的不同估算方法表明真值落入在该区间内的概率不同。如不指明置信概率，就无法判断一个测量结果的优劣。

### 三、相对偏差

相对偏差用  $E$  表示，它的定义为绝对偏差除以算术平均值再乘以  $100\%$ ，即

$$E = \frac{\sigma(\bar{X})}{\bar{X}} \times 100\% \quad (2-3-5)$$

### 四、测量结果的表示

在算出了算术平均值及误差，又知其概率，则其测量结果的表达式为

$$X = \bar{X} \pm \sigma(\bar{X}) \quad (P=68.3\%)$$

$$E = \frac{\sigma(\bar{X})}{\bar{X}} \times 100\%$$

$$\text{或} \quad X = \bar{X} \pm \eta(\bar{X}) \quad (P=58\%)$$

$$\text{或} \quad X = \bar{X} \pm 3\sigma(\bar{X}) \quad (P=99.7\%)$$

以上三种表示使用任一种都可以，因为上面的三种表示没有原则差别，但一定注意必须写明  $P$  值，否则结果就没有意义了。不同人的测量结果没有可比性。

### 五、单次测量的误差

在实验过程中有时条件不允许重复测量，或测量精度不高，不需重复测量。由于仅测量一次，很明显无法用上述公式来估算偏差。下面就介绍下单次测量时偏差估算。

#### 1. 固定性误差

多数级别较低的仪器如电表、温度计和游标卡尺等多采用固定性误差来表示仪器允许误差的大小。一般由仪器说明书来说明本仪器所允许的最大误差。如果某一直尺规定的最大的允许误差为  $0.2\text{cm}$ ，则用此直尺测量某物体的长度时，只测量了一次，它的测量误差应为  $\pm 0.2\text{cm}$ 。有时固定性误差也可表示为

$$\Delta X = bX_0 \quad (2-3-6)$$

式中， $X_0$  为仪器的最小刻度值； $b$  为一个小于 1 的数，它的大小可根据实际情况来决定。

#### 2. 积累性误差

多数级别较高的仪器如电桥、电位差计，以及经过逐点校正的高级电表等多采用积累性误差来表示仪器的结构误差。它通常表示为

$$\Delta X = Xa\% \quad (2-3-7)$$

式中， $X$  为这次测量的测量值； $a$  为此仪器的级别； $\Delta X$  即为这次测量的测量误差。根据式(2-3-7)可知，这种误差的大小随测量值的增加而增大，所以称之为积累性误差。

例如，使用 UJ31 型电位差计来测量电位差。某次测量测得电位差为  $120.05\text{mV}$ ，另一次测得电位差为  $160.06\text{mV}$ ，现利用上式来计算这两次测量的测量误差。通过查阅仪器说明书或询问教师后得知仪器级别，如此电位差计的级别  $a=0.05$ ，则由  $\Delta V = V \cdot a\%$  可知

$$\Delta V_1 = 120.05 \times 0.05\% \text{mV} = 0.06\text{mV}, \quad \Delta V_2 = 160.06 \times 0.05\% \text{mV} = 0.08\text{mV}$$

所以两次测量的结果应为

$$V_1 = (120.05 \pm 0.06) \text{mV}, \quad V_2 = (160.06 \pm 0.08) \text{mV}$$

### 3. 平衡调节误差

平衡检测是实验中常用的检测方法之一,天平是最典型的例子。下面以天平为例来讨论这种平衡检测误差的估算方法。天平的称量过程是平衡调节的过程,称量的精确度在很大的程度上取决于天平的调节灵敏度。定义调节灵敏度  $S$  为

$$S = \frac{\Delta n}{\Delta m} \quad (2-3-8)$$

式中,  $\Delta m$  是天平的平衡位置附近增减的质量;  $\Delta n$  为指针偏转的格数。  $\frac{1}{S}$  即为天平感量。

由于调节灵敏度有限而引起的误差称为平衡调节误差,以  $\Delta m_s$  来表示这种来源于平衡判断的误差,当确认指针已达到平衡时,就认为平衡状态已实现。但事实上由于仪器的灵敏度所限制,仪器可能没有达到平衡状态,所以实际上这种判断必然存在一定的误差。

$$\Delta m_s = \frac{c}{S} \quad (2-3-9)$$

式中,  $S$  为调节灵敏度;  $c$  为某一常数。

在一般情况下,仪器的结构误差应该是上述三部分误差的总和

$$\Delta X = Xa\% + bX_0 + c \frac{1}{S} \quad (2-3-10)$$

式中,常数  $a$ 、 $b$ 、 $c$  取决于所使用的仪器质量和测量条件的好坏。初学者一般自己决定不了,在用到时由实验教师告之或在实验讲义中说明。随着实验经验的增加,可以逐渐地由自己根据实际情况来决定。在实际工作中,对各种仪器来说,这三项误差的大小各不相同,为了简化计算凡是小于最大项  $1/3$  以上的其余项可以忽略不计。

## 六、均匀分布

多次测量由于仪器精度不够或其他原因,各次测量的测量数值都相等。按照式(2-3-1)或者式(2-3-2)无法估算误差。这时可以用仪器的极限误差,或用仪器的最小分度值为极限误差。认为测量的随机误差在这个极限内均匀分布。根据均匀分布理论,标准误差与极限误差的关系为

$$\sigma(\bar{X}) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} \quad (2-3-11)$$

式中,  $\Delta$  代表极限误差。

## 第四节 间接测量量的随机误差传递公式

将直接测量量代入函数式所计算得到的结果,称为间接测量量。在物理实验中直接测量的物理量并不多,大部分是间接测量。直接测量存在误差,则间接测量必存在误差。这就是误差传递。设间接测量量  $N = f(x, y, z, \dots)$ ,  $x, y, z, \dots$  为一组相互独立的直接测量量。

### 1. 平均(最大)误差传递公式

当直接测量量有误差  $\Delta x, \Delta y, \dots$  时,间接测量量的误差为  $\Delta N$ 。对  $N = f(x, y, z, \dots)$ , 求全微分,并取单项绝对值相加的办法,是考虑了最不利的情况,当然这在一定程度