硕士研究生入学考试复习辅导丛书

经济类

数学（四）

（微积分、线性代数、概率论）

历年试题分类汇编及解答

（1987年－1999年）

姚唐生 编

$df(x)$、$\int f(x)dx$

$df(x,y)$、$\iint f(x,y)d\sigma$

专利文献出版社

硕士研究生入学考试复习辅导丛书

数学（四）

历年试题分类汇编及解答

硕士研究生入学考试
复习辅导丛书

（经济类）

数学四

（微积分、线性代数、概率论）

历年试题分类汇编及解答

（1987年～1999年）

姚唐生　编

$$df(x),\quad \int f(x)dx$$

$$df(x,y),\quad \iint_D f(x,y)d\sigma$$

图书在版编目（CIP）数据

硕士研究生入学考试辅导丛书：数学/姚唐生编．—北京：专利文献出版社，1998.7

ISBN 7—80011—328—0

Ⅰ.硕…　Ⅱ.姚…　Ⅲ.高等数学—研究生—入学考试—自学参考资料　Ⅳ.013

中国版本图书馆 CIP 数据核字（98）第 18504 号

书　　名：硕士研究生入学考试辅导丛书
著作责任者：姚唐生
责 任 编 辑：张丽荣
标 准 书 号：ISBN 7—80011—328—0/ Z·319
出　版　者：专利文献出版社
地　　址：北京海淀区西土城路 6 号　邮编：100088
印　　刷：北京普林特燕青印刷厂
经　销　者：新华书店总经销
规　　格：787×1092 毫米 16 开本　27 印张　588 千字
印　　数：5001—7000 册　1998 年 7 月第一版　1999 年 7 月第二次印刷
定　　价：全套四册 48 元（每册 12 元）

前 言

数学是硕士研究生入学考试全国统考科目中的公共基础课。近几年，为报考各高等学校研究生院的考生编写的数学辅导用书，版本越来越多，内容形式各有千秋，拓宽了考生选用的要求。

本书的侧重点是：为考生汇集了自1987年硕士研究生全国统考以来历年试卷的考题，并逐题做了较为详细的解答，以供参考。同时用以帮助报考各专业的考生，在考前的复习过程中，全面了解自1987年至今的历年考试内容。

为了方便考生在分科、分章的复习过程中，选用相应的考题有针对地练习，以提高自己的应考能力。本书将按题型（填空、选择、解答）编排的试卷，改为按数学考试大纲规定的内容分科、分章的编排顺序，具体如下：

数学一（理工类）

高等数学：

1、一元函数、极限，连续； 2、一元函数微分学； 3、一元函数积分学；
4、向量代数与空间解析几何； 5、多元函数微分学； 6、多元函数积分学；
7、无穷级数； 8、常微分方程

线性代数：

1、行列式； 2、矩阵； 3、向量； 4、线性方程组；
5 矩阵的特征值与特征向量； 6、二次型。

概率论与数理统计：

1、随机事件及其概率； 2、随机变量及其分布； 3、随机变量的数字特征；
4、大数定律与中心极限定理；5、样本分布；6、参数估计；7、假设检验。

数学二（理工类）

高等数学：

1、一元函数、极限、连续； 2、一元函数微分学； 3、一元函数积分学；
4、常微分方程。

线性代数：

1、行列式； 2、矩阵； 3、向量； 4、线性方程组。

数学三(经济类)

高等数学：

1、一元函数、极限、连续； 2、一元函数微分学； 3、一元函数积分学；
4、二元函数微分学； 5、二元函数积分学； 6、无穷级数；
7、常微分方程与差分方程。

线性代数：

1、行列式； 2、矩阵； 3、向量； 4、线性方程组；
5、矩阵的特征值与特征向量； 6、二次型。

概率论与数理统计：

1、随机事件及其概率； 2、随机变量及其分布； 3、随机变量的数字特征；
4、大数定律与中心极限定理；5、样本分布；6、参数估计；7、假设检验。

数学四(经济类)

微积分：

1、一元函数、极限、连续； 2、一元函数微分学； 3、一元函数积分学；
4、二元函数微分学； 5、二元函数积分学。

线性代数：

1、行列式； 2、矩阵； 3、向量； 4、线性方程组；
5、矩阵的特征值与特征向量。

概率论：

1、随机事件及其概率； 2、随机变量及其分布； 3、随机变量的数字特征；
4、中心极限定理。

本书也可作为普通高校，成人高校数学教师的参考用书，以及普通高校，成人高校，高等教育自学考试等学生学习数学时的练习用书，望本书能起到有利教学，有利学习的微薄作用。

编　者

一九九七年五月

目　录

历年试题分类汇编

历年试题解答

历年试题分类汇编

1987 年(共 23 题,计 100 分)

微积分(共 14 题,计 55 分)

1. 一元函数、极限、连续(共 2 题,计 4 分)

1 (是非、2 分)　$\lim\limits_{x\to 0} e^{\frac{1}{x}} = \infty$　(　　)

2 (单选,2 分)　函数 $f(x) = ($　　$)$ 在其定义域内连续。

$a.\ \dfrac{1}{x}$,　$b.\begin{cases}\sin x & x \leqslant 0 \\ \cos x & x > 0\end{cases}$,　$c.\begin{cases}x+1 & x<0 \\ 0 & x=0, \\ x-1 & x>0\end{cases}$　$d.\begin{cases}\dfrac{1}{|x|} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0\end{cases}$

2. 一元函数微分学(共 5 题,计 20 分)

3 (计算、4 分)　设 $y = \ln \dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{\sqrt{1+x^2}+1}$,求 y'

4 (选、2)　若 $f(x)$ 在 (a,b) 内可导且 $a < x_1 < x_2 < b$,则至少存在一点 ξ,使(　　)成立。

$a.\ f(b) - f(a) = f'(\xi)(b-a),(a<\xi<b)$,　$b.\ f(b) - f(x_1) = f'(\xi)(b-x_1),(x_1<\xi<b)$

$c.\ f(x_2) - f(x_1) = f'(\xi)(x_2-x_1),(x_1<\xi<x_2)$,$d.\ f(x_2) - f(a) = f'(\xi)(x_2-a),(a<\xi<x_2)$

5 (计,4)　求 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(1+\frac{1}{x})}{\operatorname{arccot} x}$

6 (是,2)　若 $f(x)$ 在 (a,b) 内严格单调增加,则 $x \in (a,b)$ 时,总有 $f'(x) > 0$　(　　)

7 (计,8)　设总成本 C 关于产量 x 的函数为 $C(x) = 400 + 3x + \dfrac{1}{2}x^2$,需求量 x 关于价格 P 的函数为 $P = \dfrac{100}{\sqrt{x}}$,求:(1) 边际成本,(2) 边际收益,(3) 边际利润,(4) 收益对价格的弹性。

3. 一元函数积分学(共 5 题,计 22 分)

8 (计,4)　求 $\displaystyle\int \frac{x}{x^4+2x^2+5}dx$

9 (是,2)　$\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} x^4 \sin x dx = 0$　(　　)

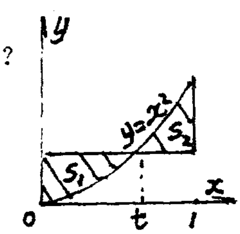
10 (计,4)　求 $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{1} e^{\sqrt{2x-1}}dx$

11 (选,2)　广义积分(　　)收敛

$a.\displaystyle\int_e^{+\infty}\frac{\ln x}{x}dx$,　$b.\displaystyle\int_e^{+\infty}\frac{1}{x\ln x}dx$,　$c.\displaystyle\int_e^{+\infty}\frac{1}{x(\ln x)^2}dx$,　$d.\displaystyle\int_e^{+\infty}\frac{1}{x\sqrt{\ln x}}dx$

12 (计,10)　设 $y = x^2, x \in [0,1]$,

问:t 取何值,图中阴影部分的面积 S_1 与 S_2 之和 S 最小?最大?



4. 二元函数微分学(共 1 题,计 4 分)

13 (计,4)　设 $z = \arctan \dfrac{x+y}{x-y}$,求 dz

5. 二元函数积分学(共 1 题,计 5 分)

14 (计,5) 设 D 是由曲线 $y=x^3$ 与直线 $y=x$ 在第一象限内围成的封闭区域,求 $\iint_D e^{x^2}dxdy$

线性代数(共 5 题,计 25 分)

2. 矩阵(共 2 题,计 9 分)

15 (是,2) 设 A 为 n 阶方阵,k 为常数,则 $|kA|=k|A|$ ( )

16 (计,7) 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}4 & 2 & 3\\1 & 1 & 0\\-1 & 2 & 3\end{pmatrix}$ 且 $AB=A+2B$,求矩阵 B

3. 向量(共 1 题,计 2 分)

17 (选,2) 设 n 阶方阵 A 的秩 $r<n$,则在 A 的 n 个行向量中( )

a. 必有 r 个行向量线性无关, b. 任意 r 个行向量均可构成极大无关组,

c. 任意 r 个行向量均线性无关, d. 任一个行向量均可由其他 r 个行向量线性表示。

4. 线性方程组(共 1 题,计 8 分)

18 (计、8) 求解线性方程组 $\begin{cases}2x_1-x_2+4x_3-3x_4=-4\\x_1+x_3-x_4=-3\\3x_1+x_2+x_3=1\\7x_1+7x_3-3x_4=3\end{cases}$

5. 矩阵的特征值与特征向量(共 1 题,计 6 分)

19 (计,6) 求方阵 $A=\begin{pmatrix}-3 & -1 & 2\\0 & -1 & 4\\-1 & 0 & 1\end{pmatrix}$ 的实特征值与对应的特征向量。

概率论(共 4 题,计 20 分)

1. 随机事件及其概率(共 2 题,计 10 分)

20 (选,2) 设 A,B 为两事件,则 $P(A-B)=($ $)$

$a.P(A)-P(B)$, $b.P(A)-P(B)+P(AB)$,

$c.P(A)-P(AB)$, $d.P(A)+P(B)-P(AB)$

21 (计,8) 设两箱内装有同种零件,第一箱装 50 件,有 10 件一等品,第二箱装 30 件,有 18 件一等品,先从两箱中任挑一箱,再从此箱中前、后不放回地任取两个零件,

求:(1) 先取出的零件是一等品的概率;

(2) 在先取的是一等品的条件下,后取的仍是一等品的条件概率。

2. 随机变量及其分布(共 1 题,计 2 分)

22 (是,2) 连续型随机变量取任何给定值的概率均为 0, ( )

3. 随机变量的数字特征(共 1 题,计 8 分)

23 (计,8) 设随机变量 X 的概率分布为 $P(X=1)=0.2,P(X=2)=0.3,P(X=3)=0.5$,

(1) 写出其分布函数;(2) 求 X 的期望与方差。

1988 年(共 22 题,计 100 分)

微积分(共 11 题,计 52 分)

1. 一元函数、极限、连续(共 1 题,计 2 分)

1 (是,2)　若$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$与$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)g(x)$均存在,则$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$必存在。　(　　)

2. 一元函数微分学(共 4 题,计 20 分)

2 (计,6)　若 $f(x)=\begin{cases} x^2 & x\leqslant 1 \\ ax+b & x>1 \end{cases}$ 处处可导,求 a,b 值

3 (计,4)　求$\lim\limits_{x\to 1}(1-x^2)\tan\dfrac{\pi}{2}x$

4 (是,2)　若函数 $f(x)$ 的极值点是 x_0,则必有 $f'(x_0)=0$　(　　)

5 (计,8)　将长为 a 的一段铁丝截成两段,用一段围成正方形,另一段围成圆,为使正方形与圆的面积之和最小,问两段铁丝的长各为多少?

3. 一元函数积分学(共 4 题,计 22 分)

6 (是,2)　对任意实数 a,等式$\int_0^a f(x)dx=-\int_0^a f(a-x)dx$总成立。　(　　)

7 (计,4)　求$\int_0^3\dfrac{1}{(1+x)\sqrt{x}}dx$

8 (填、8)　设 $f(x)=\int_0^x e^{-\frac{1}{2}t^2}dt,-\infty<x<+\infty$,则 $f'(x)=$(　　),$f(x)$ 的单调性是(　　),奇偶性是(　　),其图形的拐点是(　　),凹凸区间是(　　),水平渐近线是(　　)。

9(计,8)　过曲线 $y=x^2(x\geqslant 0)$ 上某点 A 作一切线,使之与曲线及 x 轴围成图形的面积为$\dfrac{1}{12}$.

求:(1) 切点 A 的坐标;

(2) 过切点 A 的切线方程;

(3) 由上述图形绕 x 轴旋转成的旋转体体积 V

4. 二元函数微分学(共 1 题,计 4 分)

10 (计,4)　设 $u=e^{\frac{x}{y}}$,求$\dfrac{\partial^2u}{\partial x\partial y}$

5. 二元函数积分学(共 1 题,计 4 分)

11 (计,4)　求$\int_0^{\frac{\pi}{6}}dy\int_y^{\frac{\pi}{6}}\dfrac{\cos x}{x}dx$

线性代数(共 6 题,计 25 分)

1. 行列式(共 1 题,计 2 分)

12 (填,1)　$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=$(　　)

2. 矩阵(共 3 题,计 9 分)

13 (填,1)　设 $A=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$ 则 $A^{-1}=$ (　　)

14 (证,6)　设 n 阶方阵 A 满足矩阵方程 $A^2-3A-2E=0$,(A 是给定的,E 是 n 阶单位阵)求证:A 可逆,并求其逆。

15 (是,2)　若 A 与 B 均为 n 阶非零方阵且 $AB=0$,则秩 $r(A)<n$　(　　)

3. 向量(共 1 题,计 7 分)

16 (讨,7)　设向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s(s\geqslant 2)$ 线性无关,且 $\beta_1=\alpha_1+\alpha_2,\beta_2=\alpha_2+\alpha_3,\cdots,\beta_{s-1}=\alpha_{s-1}+\alpha_s,\beta_s=\alpha_s+\alpha_1$,讨论向量组 $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_s$ 的线性相关性。

4. 线性方程组(共 1 题,计 8 分)

17 (计,8)　设线性方程组为 $\begin{cases}x_1+x_2+2x_3+3x_4=1\\x_1+3x_2+6x_3+x_4=3\\3x_1-x_2-k_1x_3+15x_4=3\\x_1-5x_2-10x_3+12x_4=k_2\end{cases}$

问 k_1 与 k_2 各取何值,方程组无解?有唯一解?有无穷多解?有无穷多解时,求其一般解。

概率论(共 5 题,计 23 分)

1. 随机事件及其概率(共 3 题,计 11 分)

18 (是,2)　若事件 A,B,C 满足等式 $A+C=B+C$,则 $A=B$　(　　)

19 (填 2)　设 $P(A)=0.4,P(A+B)=0.7$,

若事件 A 与 B 互斥,则 $P(B)=$ (　　),若事件 A 与 B 独立,则 $P(B)=$ (　　)

20 (计,7)　设玻璃杯整箱出售,每箱 20 只,各箱含 0,1,2 只残次品的概率分别为 0.8,0.1,0.1,一顾客欲购买一箱玻璃杯,由售货员任取一箱,经顾客开箱随机察看 4 只,若无残次品,则买此箱玻璃杯,否则不买。

求:(1) 顾客买此箱玻璃杯的概率;

(2) 在顾客买的此箱玻璃杯中,确实没残次品的概率。

2. 随机变量及其分布(共 1 题,计 5 分)

21 (计、5)　设随机变量 X 在区间[1,2]上服从均匀分布,求 $Y=e^{2X}$ 的概率密度 $f(y)$

3. 随机变量的数字特征(共 1 题,计 7 分)

22 (计,7)　设十只同种电器元件中有两只废品,装配仪器时,从这批元件中任取 1 只,若是废品,则扔掉从新任取 1 只,若仍是废品,则再扔掉还取 1 只,

求:在取到正品之前,已取出的废品数 X 的概率分布,数学期望及方差。

1989 年(共 21 题,计 100 分)

微积分(共 10 题,计 50 分)

2. 一元函数微分学(共 6 题,计 29 分)

1 (填,3)　过曲线 $y = x + \sin^2 x$ 上点 $(\frac{\pi}{2}, 1 + \frac{\pi}{2})$ 处的切线方程是(　　)

2 (选,3)　当 $x \to 0$ 时,$2^x + 3^x - 2$ 与 x 相比较是(　　)的无穷小量。

a. 等价,　b. 同阶非等价,　c. 高阶,　d. 低阶。

3 (计,5)　求 $\lim\limits_{x \to +\infty} (x + e^x)^{\frac{1}{x}}$

4 (计,6)　设某企业的总收入 R 与产量 x 的函数关系为 $R = 26x - 2x^2 - 4x^3$,总成本 C 与产量 x 的函数关系为 $C = 8x + x^2$,求:(1) 利润函数;(2) 边际收益函数;(3) 边际成本函数;(4) 产量为多少时,可获利最大,最大利润是多少?

5 (计,12)　求函数 $y = \dfrac{2x^2}{(1-x)^2}$ 的增减区间,极值点,其图形的凹凸区间,拐点,渐近线,并画图。

6 (填,3)　设某商品的需求量 Q 与价格 P 的函数关系为 $Q = aP^b$,(a, b 为常数,$a \neq 0$),则需求对价格的弹性为(　　)

3. 一元函数积分学(共 2 题,计 8 分)

7 (选、3)　等式(　　)成立。

$a. \int f'(x)dx = f(x)$, $b. \int df(x) = f(x)$, $c. \dfrac{d}{dx}\int f(x)dx = f(x)$, $d. d\int f(x)dx = f(x)$

8 (计,5)　求 $\int \dfrac{x + \ln(1-x)}{x^2} dx$

4. 二元函数微分学(共 1 题,计 5 分)

9 (计,5)　设 $z = a^{\sqrt{x^2 - y^2}}$,($a > 0$ 且 $a \neq 1$),求 dz

5. 二元函数积分学(共 1 题,计 5 分)

10 (计,5)　设 D 是由圆 $x^2 + y^2 = 1$ 与两坐标轴围在第一象限的区域,求 $\iint_D \dfrac{1 - x^2 - y^2}{1 + x^2 + y^2} dxdy$

线性代数(共 6 题,计 25 分)

1. 行列式(计 1 题,共 3 分)

11 (填,3)　$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & x-1 \\ 1 & -1 & x+1 & -1 \\ 1 & x-1 & 1 & -1 \\ x+1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = (\quad)$

2. 矩阵(共 1 题,计 5 分)

12 (计,5)　设 $X = AX + B$ 且 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$,$B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$,求 X

3. 向量(共2题,计9分)

13 (选,3)　设 A 为 n 阶方阵且 $|A| = 0$,则 A 中(　　)

a. 有两行(或列)的元素对应成比例；　c. 有一行(或列)向量是其余各行(或列)向量的线性组合；

b. 至少有一行(或列)的元素全为0；　d. 任一行(或列)向量是其余各行(或列)向量的线性组合。

14 (讨,6)　讨论向量组 $\alpha_1 = (1,1,0), \alpha_2 = (1,3,-1), \alpha_3 = (5,3,t)$ 的线性相关性。

4. 线性方程组(共1题,计3分)

15 (选,3)　n 元齐次线性方程组 $AX = 0$,(系数矩阵 A 的秩为 r),有非零解的充要条件是(　　)

$a. r = n$,　　$b. r < n$,　　$c. r \geqslant n$,　　$d. r > n$

5. 矩阵的特征值与特征向量(共1题,计5分)

16 (计,5)　设方阵 $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$　求:(1)A 的特征值,(2)再用之求方阵 $E + A^{-1}$ 的特征值。

概率论(共5题,计25分)

1. 随机事件及其概率(共1题,计3分)

17 (选,3)　若用事件 A 表示,"甲产品畅销,乙产品滞销",则事件 $\overline{A}$ 表示(　　)

a. 甲产品滞销,乙产品畅销,　　b. 甲、乙两产品均畅销,

c. 甲产品滞销,　　d. 甲产品滞销或乙产品畅销。

2. 随机变量及其分布(共2题,计11分)

18 (填,3)　设 X 的分布函数 $F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ A\sin x & 0 \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{2} \\ 1 & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$　则 $A =$ (　　), $P(|X| < \frac{\pi}{6}) =$ (　　)

19 (计,8)　设某仪器有三只独立工作的同型号电子元件,其寿命(单位:小时)均服从同一指数分布,其密度为 $\begin{cases} \frac{1}{600}e^{-\frac{x}{600}} & x > 0 \\ 0 & x \leqslant 0 \end{cases}$　求在仪器使用的最初200小时内,至少有一只电子元件损坏的概率。

3. 随机变量的数字特征(共2题,计11分)

20 (计,8)　设随机变量 X 与 Y 的联合分布为

(X,Y)	$(0,0)$	$(0,1)$	$(1,0)$	$(1,1)$	$(2,0)$	$(2,1)$
$P(X = x, Y = y)$	0.1	0.15	0.25	0.2	0.15	0.15

求:(1) X 的概率分布;(2) $X + Y$ 的概率分布;(3) $Z = \sin[\frac{\pi}{2}(X + Y)]$ 的数学期望。

21 (填,3)　设随机变量 X_1, X_2, X_3 相互独立且 $X_1 \sim U[0,6], X_2 \sim N(0,2^2), X_3 \sim P(3)$

若 $Y = X_1 - 2X_2 + 3X_3$,则 $DY =$ (　　)

1990 年(共 22 题,计 100 分)

微积分(共 11 题,计 50 分)

1. 一元函数、极限、连续(共 2 题,计 6 分)

1 (选、3)　$f(x) = x\tan x e^{\sin x}$ 是(　　)函数。

$a.$ 偶，　$b.$ 无界，　$c.$ 周期，　$d.$ 单调。

2 (填、3)　$\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n+3\sqrt{n}} - \sqrt{n-\sqrt{n}}) = (\quad)$

2. 一元函数微分学(共 3 题,计 12 分)

3 (填、3)　设 $F(x) = \begin{cases} \dfrac{f(x) + a\sin x}{x} & x \neq 0 \\ A & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续,其中 $f(x)$ 是连续的可导函数且 $f(0) = 0, f'(0) = b$,则 $A = (\quad)$

4 (选,3)　若 $f(x+1) = af(x)$ 总成立且 $f'(0) = b$,(a,b 为非零常数),则 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处(　　)

$a.$ 不可导，$b.$ 可导且 $f'(1) = a$，$c.$ 可导且 $f'(1) = b$，$d.$ 可导且 $f'(1) = ab$

5 (证,6)　当 $-\infty < x < +\infty$ 时,求证:$1 + x\ln(x + \sqrt{1+x^2}) \geqslant \sqrt{1+x^2}$

3. 一元函数积分学(共 3 题,计 13 分)

6 (计,5)　求 $\displaystyle\int \frac{x\cos^4\frac{x}{2}}{\sin^3 x}dx$

7 (填,3)　由曲线 $y = x^2$ 与直线 $y = x + 2$ 围成平面图形的面积 $S = (\quad)$

8 (计,5)　求 $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}\int_0^x (1+t^2)e^{t^2-x^2}dt$

4. 二元函数微分学(共 2 题,计 14 分)

9 (计,5)　设 $x^2 + z^2 = y\varphi(\frac{z}{y})$,$\varphi$ 可微,求 $\frac{\partial z}{\partial y}$

10 (计,9)　某公司通过电台及报纸做某商品的销售广告,据统计,销售收入 R(万元)与电台广告费 x_1(万元)及报纸广告费 x_2(万元)的函数关系为

$$R(x_1,x_2) = 15 + 14x_1 + 32x_2 - 8x_1x_2 - 2x_1^2 - 10x_2^2,$$

求:(1) 在不限广告费时的最优广告策略;

(2) 在仅用 1.5 万元做广告费时的最优广告策略。

5. 二元函数积分学(共 1 题,计 5 分)

11(计,5)　设 D 是由曲线 $y = 4x^2$ 与 $y = 9x^2$ 围在第一象限的区域,求 $\displaystyle\iint_D xe^{-y^2}dxdy$

线性代数(共 6 题,计 26 分)

2. 矩阵(共 2 题,计 7 分)

12 (选,3)　设 A 是 n 阶可逆方阵,其伴随阵为 A^*,则 $|A^*| = (\quad)$

$a.$ $|A|^{n-1}$，　$b.$ $|A|$，　$c.$ $|A|^n$，　$d.$ $|A^{-1}|$

13（计，4） 设10阶方阵 $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 10^{10} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 求 $|A-\lambda E|$

3. 向量（共1题，计3分）

14（选，3） 向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 线性无关的充分条件是 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 中的（　　）

a. 每个向量均不是零向量，　　b. 任两个向量的分量均不成比例，

c. 任一个向量均不能由其余 $s-1$ 个向量线性表示，　d. 有一部份向量线性无关。

4. 线性方程组（共2题，计11分）

15（填，3） 若线性方程组 $\begin{cases} x_1+x_2=-a_1 \\ x_2+x_3=a_2 \\ x_3+x_4=-a_3 \\ x_4+x_1=a_4 \end{cases}$ 有解，则常数 a_1,a_2,a_3,a_4 应满足（　　　）条件。

16（计，8） 设线性方程组 $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=a \\ 3x_1+2x_2+x_3+x_4-3x_5=0 \\ x_2+2x_3+2x_4+6x_5=b \\ 5x_1+4x_2+3x_3+3x_4-x_5=2 \end{cases}$ 有解，

（1）确定 a,b 值；

（2）求其导出组的基础解系，并用之表示其全部解。

5. 矩阵的特征值与特征向量（共1题，计5分）

17（证，5） 设方阵 A 的转置为 A^T 且 $A^TA=E$，

求证：A 的实特征向量所对应的特征值的绝对值为1

概率论（共5题，计24分）

1. 随机事件及其概率（共1题，计5分）

18（计，4） 从0～9十个数字中任取3个不同的数字，

求：事件 $A_1=\{$三个数字中不含0和5$\}$，$A_2=\{$三个数字中不含0或5$\}$ 的概率。

2. 随机变量及其分布（共4题，计19分）

19（选，3） 设 $X\sim B(n,p)$ 且 $EX=2.4$，$DX=1.44$，则 n,p 的值为（　　）

a. 4，0.6，　b. 6，0.4，　c. 8，0.3，　d. 24，0.1

20（填，3） 设 $X\sim N(-3,1)$，$Y\sim N(2,1)$ 且 X 与 Y 相互独立，若 $Z=X-2Y+7$，则 $Z\sim$（　　）

21（计，6） 甲、乙两人各自独立进行两次射击，他俩的命中率依次为0.2，0.5，

求甲、乙命中次数 X 与 Y 的联合概率分布。

22（计，7） 对某地区抽样调查的结果表明，考生的外语成绩（按百分制计）近似服从正态分布，平均分为72分且96分以上的考生数占2.3%，

求考生的外语成绩在60分至84分之间的概率。

附表：

x	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
$\Phi(x)$	0.5	0.692	0.841	0.933	0.977	0.994	0.999

1991 年(共 22 题,计 100 分)

微积分(共 12 题,计 55 分)

1. 一元函数、极限、连续(共 1 题,计 3 分)

1 (选,3)　当 $n \to \infty$ 时,数列 $x_n = \begin{cases} \dfrac{n^2 + \sqrt{n}}{n} & n \text{ 为奇数} \\ \dfrac{1}{n} & n \text{ 为偶数} \end{cases}$ 是(　　)

a. 无穷大量,　b. 无穷小量,　c. 有界变量,　d. 无界变量。

2. 一元函数微分学(共 5 题,计 20 分)

2 (填,3)　设曲线 $f(x) = x^3 + ax$ 与 $g(x) = bx^2 + c$ 的交点为(-1,0),在此点处有公切线,则 $a =$ (　　),$b =$ (　　),$c =$ (　　)

3 (证,6)　当 $0 < x < +\infty$ 时,求证:$\ln(1 + \frac{1}{x}) > \frac{1}{1+x}$

4 (选,3)　极限(　　)正确

a. $\lim\limits_{x\to 0^+} (1 + \frac{1}{x})^x = 1$, b. $\lim\limits_{x\to 0^+} (1 + \frac{1}{x})^x = e$, c. $\lim\limits_{x\to\infty}(1 - \frac{1}{x})^x = -e$, d. $\lim\limits_{x\to\infty}(1 + \frac{1}{x})^{-x} = e$

5 (计,5)　求 $\lim\limits_{x\to+\infty} (x + \sqrt{1 + x^2})^{\frac{1}{x}}$

6 (填,3)　函数 $f(x) = xe^x$ 的 n 阶导数 $f^{(n)}(x)$ 在点 $x =$ (　　)处可取得极小值(　　)

3. 一元函数积分学(共 3 题,计 16 分)

7 (计,5)　求 $\int \frac{x^2}{1 + x^2} \arctan x dx$

8 (计,5)　求 $\int_{-1}^{1} (2x + |x| + 1)^2 dx$

9 (计、6)　由曲线 $y = 1 - x^2 (0 \leqslant x \leqslant 1)$ 与 x, y 轴围成的区域,被曲线 $y = ax^2, (a > 0)$ 分为面积相等的两部分,求 a 的值。

4. 二元函数微分学(共 3 题,计 16 分)

10 (填,3)　设 $z = e^{\sin(xy)}$,则 $dz =$ (　　)

11 (证,5)　设 z 是 x, y 的函数且 $xy = xf(z) + yg(z), xf'(z) + yg'(z) \neq 0$

求证:$[x - g(z)] \frac{\partial z}{\partial x} = [y - f(z)] \frac{\partial z}{\partial y}$

12 (计,8)　某厂生产的产品在甲、乙两个市场的销售量分别为 Q_1 与 Q_2,其售价分为 P_1 与 P_2,需求函数分别为 $Q_1 = 24 - 0.2P_1, Q_2 = 10 - 0.05P_2$,总成本为 $C = 35 + 40(Q_1 + Q_2)$,问:两个甲、乙市场的售价定为多少?可使总利润 L 最大?最大利润是多少?

线性代数(共 6 题,计 25 分)

1. 行列式(共 1 题,计 3 分)

13 (填,3)　$\begin{vmatrix} a & b & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a & b & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a & b \\ b & 0 & 0 & \cdots & 0 & a \end{vmatrix} =$ (　　)

2. 矩阵(共 2 题,计 8 分)

14 (选,3)　设 A,B 为 n 阶方阵且 $AB=0$,则(　　)正确。

$a.\ A=0$ 或 $B=0$,　$b.\ A+B=0$,　$c.\ |A|=0$ 或 $|B|=0$,　$d.\ |A|+|B|=0$

15 (证,5)　设 A,B 为 n 阶方阵且 $A+B=AB$,

(1) 求证:$A-E$ 为可逆阵;(2) 当 $B=\begin{pmatrix}1 & -3 & 0\\ 2 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$ 时,求 A

3. 向量(共 1 题,计 7 分)

16 (计,7)　设 $\alpha_1=\begin{pmatrix}1+\lambda\\ 1\\ 1\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\ 1+\lambda\\ 1\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}1\\ 1\\ 1+\lambda\end{pmatrix},\beta=\begin{pmatrix}0\\ \lambda\\ \lambda^2\end{pmatrix}$ 问:λ 取何值

(1) β 不能由 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性表示;

(2) β 可由 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性表示且表达式唯一;

(3) β 可由 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性表示,但表达式不唯一。

4. 线性方程组(共 1 题,计 3 分)

17 (选,3)　设线性方程组 $AX=b$ 有 m 个方程,n 个未知量,则(　　)正确。

$a.$ 若 $AX=0$ 仅有零解,则 $AX=b$ 有唯一解;

$b.$ 若 $AX=b$ 有无穷多解,则 $AX=0$ 仅有零解;

$c.$ 若 $AX=0$ 有非零解,则 $AX=b$ 有无穷多解;

$d.$ 若 $AX=b$ 有无穷多解,则 $AX=0$ 有非零解。

5. 矩阵的特征值与特征向量(共 1 题,计 4 分)

18 (计,4)　设方阵 $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 2\end{pmatrix}$ 的逆 A^{-1} 的特征向量为 $\alpha=(1,k,1)^T$,求 k 值

概率论(共 4 题,计 20 分)

1. 随机事件及其概率(共 2 题,计 6 分)

19 (填,3)　设 A,B 为随机事件且 $P(A)=0.7,P(A-B)=0.3$,则 $P(\overline{AB})=($　　$)$

20 (选,3)　设两事件 A 与 B 互斥,且 $P(A)>0,P(B)>0$,则(　　)正确。

$a.\ \overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 互斥,　$b.\ \overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 互容,　$c.\ P(AB)=P(A)P(B)$,　$d.\ P(A-B)=P(A)$

2. 随机变量及其分布(共 2 题,计 14 分)

21 (计,7)　某种电子元件在电源电压不超过 200 伏,200 至 240 伏及超过 240 伏的三种情况下,损坏率依次为 0.1,0.001 及 0.2,设电源电压 $X\sim N(220,25^2)$,

求:(1) 此种电子元件的损坏率;

(2) 此种电子元件损坏时,电源电压在 $200\sim240$ 伏的概率。

22 (计,5)　一辆汽车沿一街道行驶,要过三个有信号灯的路口,每个信号灯为红或绿与其它信号灯为红或绿相互独立且红、绿信号显示的时间相等,

求此汽车首次遇到红灯前已通过的路口数 X 的概率分布?

附表:

x	0.10	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00	1.20	1.40
$\Phi(x)$	0.530	0.579	0.655	0.726	0.788	0.841	0.885	0.919