

人大版

考研丛书

2001年考研

[理工类]

数学

题型分析  
与模拟试题

北京启航考试学校 组编  
主编 赵达夫 刘 晓

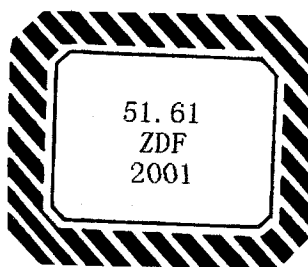
中国人民大学出版社

# 2001 年考研

## 数学题型分析与模拟试题(理工类)

北京启航考试学校 组编

主编 赵达夫 刘 晓  
编者 赵达夫 刘 晓 龚漫奇  
吴灵敏 王秋媛



中国人民大学出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

2001 年考研数学题型分析与模拟试题. 理工类/赵达夫, 刘晓主编  
北京: 中国人民大学出版社, 2000. 4  
(人大版考研丛书)

ISBN 7-300-03149-8/G · 594

I. 2...

II. ①赵...②刘...

III. ①高等数学-研究生-理科(教育)-入学考试-试题

②高等数学-研究生-工科(教育)-入学考试-试题

IV. O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 21769 号

**2001 年考研数学题型分析  
与模拟试题(理工类)**

北京启航考试学校 组编  
主 编 赵达夫 刘 晓

---

出版发行: 中国人民大学出版社

(北京海淀路 157 号 邮编 100080)

发行部: 62514146 门市部: 62511369

总编室: 62511242 出版部: 62511239

E-mail: rendafx@public3.bta.net.cn

经 销: 新华书店

印 刷: 北京市丰台区印刷厂

---

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 21.75

1999 年 5 月第 1 版

2000 年 4 月第 2 版 2000 年 4 月第 1 次印刷

字数: 495 000

---

定价: 26.00 元

(图书出现印装问题, 本社负责调换)

# 出版说明

为使广大读者更好地使用本书,特作如下说明。

## 一、编写依据

1. 编写内容和范围依据。我们对国家教育部制定的《全国攻读硕士学位研究生入学考试数学考试大纲》数学一和数学二的考试内容和考试要求进行了综合整理,这为本书的编写内容和范围提供了依据。

2. 编写重点依据。通过对历年来尤其是近三年理工类考研数学试题的系统扫描、筛选、分析,我们归纳、总结出复习重点和出题规律,为本书的编写重点提供了依据。

3. 编写难度依据。参与本书编写的老师近年来在考研辅导班中征集了大量的疑难问题,其中大部分是广大考生不易掌握的难点问题,这为确定本书编写的难易程度提供了重要依据。

## 二、本书特色

本书除具有作为考研用书的系统全面、重点突出、难点突破的基本特色外,还在以下几方面具有鲜明的特点。

1. 强化复习内容的横向和纵向联系。以常考题型求极限为例,书中一共总结了20种求极限的方法,涉及函数、连续、导数、微分中值定理、定积分、级数等章的内容,知识跨度大,涉及高等数学部分的大部分知识,避免了复习用书教材化的致命弊端,对广大考生的备考极为有利。

2. 注重解题思路和解题技巧的培养。在本书中,不仅对单个典型例题进行解题思路分析和技巧介绍,而且对每一类型的题目(若干个典型例题)都进行全面总结,归纳解题技巧和方法,避免了“就题论题”的题海战术,能够举一反三,对广大考生的复习有事半功倍之效。

3. 着眼考生整体需要,专题复习与专题练习相结合。在注重综合性、系统性的同时,更加注重复习的重点和难点,以保证广大考生对应试内容有计划、有步骤地进行强化复习,在《题型分析及模拟试题》中,注重复习的综合性 and 实战性,以确保广大考生及时检测复习效果,巩固复习成果,强化临场实战感。

本书总体策划和具体组编由北京启航考试学校负责,北方交通大学工科数学部主任赵达夫教授、北方交通大学理学院副院长刘晓副教授任主编,参与编写的人员有赵达夫、刘晓、龚漫奇、吴灵敏、王秋媛等专家教授。这些专家教授多年参与考研试卷的阅卷工作,多年在本校及北京启航考试学校进行考研数学辅导的教学工作,具有较高的学术造诣和丰富的教学经验。

由于时间仓促,本书难免有不足之处,敬请业界同人和广大读者批评指正。来信请寄“北京市 9633 信箱,启航考试学校教材资料部(邮编 100086)”,以利再版修订和完善。

作者

2000 年 4 月

# 目 录

|                                   |     |
|-----------------------------------|-----|
| 上篇 题型分析.....                      | 1   |
| 第一章 选择题.....                      | 2   |
| 第二章 填空题.....                      | 29  |
| 第三章 计算题.....                      | 52  |
| 第四章 证明题.....                      | 120 |
| 第五章 应用题.....                      | 172 |
| 下篇 模拟试题及参考答案.....                 | 183 |
| 数学一 模拟试题一.....                    | 184 |
| 数学一 模拟试题二.....                    | 191 |
| 数学一 模拟试题三.....                    | 199 |
| 数学一 模拟试题四.....                    | 209 |
| 数学一 模拟试题五.....                    | 218 |
| 数学一 模拟试题六.....                    | 226 |
| 数学一 模拟试题七.....                    | 236 |
| 数学一 模拟试题八.....                    | 245 |
| 数学二 模拟试题一.....                    | 254 |
| 数学二 模拟试题二.....                    | 259 |
| 数学二 模拟试题三.....                    | 264 |
| 附录一 1997 年全国工学硕士研究生入学考试数学一试卷..... | 271 |
| 附录二 1997 年全国工学硕士研究生入学考试数学二试卷..... | 279 |
| 附录三 1998 年全国工学硕士研究生入学考试数学一试卷..... | 287 |
| 附录四 1998 年全国工学硕士研究生入学考试数学二试卷..... | 298 |
| 附录五 1999 年全国工学硕士研究生入学考试数学一试卷..... | 307 |
| 附录六 1999 年全国工学硕士研究生入学考试数学二试卷..... | 316 |
| 附录七 2000 年全国工学硕士研究生入学考试数学一试卷..... | 324 |
| 附录八 2000 年全国工学硕士研究生入学考试数学二试卷..... | 333 |

## 上篇 题型分析

硕士研究生入学考试数学试题包括选择、填空、计算、证明、应用等五种题型,本书是在《2001 年考研数学复习指南(理工类)》的基础上,从题型分析的角度,以典型习题的形式,加深对基础知识(选择题、填空题)的理解和解题技能(计算题、证明题、应用题)的提高。

如果你对某类题型的解答没有把握,不妨静下心来做一做。

# 第一章 选择题

## 典型习题

在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,把所选项前的字母填在题后的括号内.

1.1 下列各组中  $f(x)$  与  $g(x)$  是相同的函数的组是

(A)  $f(x) = \sqrt{x^2}, g(x) = x$  (B)  $f(x) = x + 1, g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

(C)  $f(x) = \ln x^2, g(x) = 2\ln|x|$  (D)  $f(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}, g(x) = \frac{|x|}{x}$  [C]

1.2 设  $f(x) = \begin{cases} 1 & \frac{1}{e} < x < 1 \\ x & 1 \leq x < e \end{cases}, g(x) = e^x$ , 则  $f[g(x)] =$

(A)  $\begin{cases} 1 & \frac{1}{e} < x < 1 \\ e^x & 1 \leq x < e \end{cases}$

(B)  $\begin{cases} 1 & -1 < x < 0 \\ e^x & 0 \leq x < 1 \end{cases}$

(C)  $\begin{cases} e^x & -1 < x < 0 \\ x & 0 \leq x < 1 \end{cases}$

(D)  $\begin{cases} x & -1 \leq x < 0 \\ e^x & 0 \leq x < 1 \end{cases}$  [B]

1.3 如果函数  $f(x)$  的定义域为  $[1, 2]$ , 则函数  $f(1 - \ln x)$  的定义域为

(A)  $[1, 1 - \ln 2]$

(B)  $(0, 1]$

(C)  $[1, e]$

(D)  $[\frac{1}{e}, 1]$  [D]

1.4 如果函数  $f(x)$  的定义域为  $[1, 2]$ , 则函数  $f(x) + f(x^2)$  的定义域为

(A)  $[1, 2]$

(B)  $[1, \sqrt{2}]$

(C)  $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

(D)  $[-\sqrt{2}, -1] \cup [1, \sqrt{2}]$  [B]

1.5 设  $f(x)$  是以  $T$  为周期的周期函数, 则函数  $f(x) + f(2x) + f(3x) + f(4x)$  的周期为

(A)  $T$

(B)  $4T$

(C)  $12T$

(D)  $\frac{T}{12}$  [A]

1.6 设  $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq -2 \\ x+9 & -2 < x < 2 \\ 2^x & x \geq 2 \end{cases}$ , 则下列等式中不成立的是

(A)  $f(-2) = f(2)$

(B)  $f(1) = f(4)$

(C)  $f(-1) = f(3)$

(D)  $f(0) = f(-3)$

[B]

1.7 设函数  $y = f(x) = \begin{cases} 1+x & x < 2 \\ x^2-1 & x \geq 2 \end{cases}$ , 则其反函数  $y = f^{-1}(x) =$

(A)  $\begin{cases} 1-x & x < 3 \\ (x+1)^2 & x \geq 3 \end{cases}$

(B)  $\begin{cases} x-1 & x < 3 \\ \sqrt{x+1} & x \geq 3 \end{cases}$

(C)  $\begin{cases} 1-x & x < 2 \\ (x+1)^2 & x \geq 2 \end{cases}$

(D)  $\begin{cases} x-1 & x < 2 \\ \sqrt{x+1} & x \geq 2 \end{cases}$

[B]

1.8 下列函数中为奇函数的是

(A)  $f(x) = \begin{cases} x & |x| > 1 \\ 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ -1 & -1 < x < 0 \end{cases}$

(B)  $\varphi(x) = \begin{cases} -1 & -1 < x < 0 \\ 1 & 0 \leq x < 1 \\ x & |x| \geq 1 \end{cases}$

(C)  $g(x) = \begin{cases} e^x & x \geq 0 \\ -\frac{1}{e^x} & x < 0 \end{cases}$

(D)  $h(x) = \begin{cases} e^x & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -\frac{1}{e^x} & x < 0 \end{cases}$

[D]

1.9  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x - \sin x}{2x^2 + \sin x} =$

(A) 不存在

(B) 是 0

(C) 是 2

(D) 是  $\frac{1}{2}$

[D]

1.10 设  $f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}} + 1}{2e^{-\frac{1}{x}} + 1}$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$

(A) 是  $\infty$

(B) 不存在

(C) 是 0

(D) 是  $\frac{1}{2}$

[B]

1.11 设  $0 < a < b$ , 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a^n + b^n} =$

(A) 1

(B) 2

(C) a

(D) b

[D]

1.12 设  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\alpha x + \sqrt{x^2 - x + 1} - \beta) = 0$ , 则

(A)  $\alpha = 1, \beta = -\frac{1}{2}$

(B)  $\alpha = -1, \beta = \frac{1}{2}$

(C)  $\alpha = -1, \beta = -\frac{1}{2}$

(D)  $\alpha = \beta = 0$

[C]

1.13 设  $f(x)$  和  $\varphi(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内有定义,  $f(x)$  为连续函数, 且  $f(x) \neq 0, \varphi(x)$  有间断点, 则

(A)  $\varphi[f(x)]$  必有间断点

(B)  $[\varphi(x)]^2$  必有间断点

(C)  $f[\varphi(x)]$  必有间断点

(D)  $\frac{\varphi(x)}{f(x)}$  必有间断点

1.14 当  $x \rightarrow 0$  时,  $x^\alpha$  与  $\sin^3 x^2$  为等价无穷小, 则  $\alpha =$

(A) 2

(B) 3

(C) 5

(D) 6

1.15 当  $x \rightarrow 0$  时,  $\sin 2x - 2\sin x$  与  $x^k$  是同阶无穷小量, 则  $k =$

(A) 4

(B) 3

(C) 2

(D) 1

1.16 设函数  $f(x)$  二阶连续可导, 且  $f(0) = 0$ , 而函数  $g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x} & x \neq 0 \\ f'(0) & x = 0 \end{cases}$ ,

则  $g(x)$

(A) 必在  $x = 0$  处间断

(B) 必在  $x = 0$  处连续, 但不可导

(C) 必处处可导, 但导函数不连续

(D) 必具有连续的导函数

1.17 设极限  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{(x - a)^2} = -1$ , 则在点  $x = a$  处

(A)  $f(x)$  的导数存在, 且  $f'(a) \neq 0$

(B)  $f(x)$  取到极大值

(C)  $f(x)$  取到极小值

(D)  $f(x)$  的导数不存在

1.18 对于函数  $f(x)$ , 考虑下列命题:

I. 若  $f''(0)$  存在, 则极限

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) + f(-h) - 2f(0)}{h^2}$  必存在且等于  $f''(0)$

II. 若  $f''(0)$  不存在, 则上述极限式必不存在.

由此得到的结论是

(A) I 和 II 都正确

(B) I 和 II 都不正确

(C) I 正确, 而 II 不正确

(D) I 不正确, 而 II 正确

1.19 设函数  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$ , 则  $f^{(n)}(x)$  应为

(A)  $(-1)^n n! \left[ \frac{1}{(x-2)^{n+1}} - \frac{1}{(x-1)^{n+1}} \right]$

(B)  $(-1)^{n+1} n! \left[ \frac{1}{(x-2)^{n+1}} - \frac{1}{(x-1)^{n+1}} \right]$

(C)  $(-1)^n n! \left[ \frac{1}{(x-2)^n} - \frac{1}{(x-1)^n} \right]$

(D)  $(-1)^{n+1} n! \left[ \frac{1}{(x-2)^n} - \frac{1}{(x-1)^n} \right]$

1.20 设  $a, b > 0$ , 则方程  $x^3 + ax + b = 0$

- (A) 有三个互异实根 (B) 有两个互异实根  
(C) 只有一个正实根 (D) 只有一个负实根 [D]

1.21 设函数  $f(x) = (x - x_0)^n \varphi(x)$ ,  $n \in N$ , 其中  $\varphi(x)$  在点  $x_0$  处连续且  $\varphi(x_0) > 0$ , 则

- (A)  $f(x)$  在点  $x_0$  处必无极值  
(B)  $f(x)$  在点  $x_0$  处必取极值  
(C) 当  $n$  为偶数时,  $f(x)$  在点  $x_0$  处取极小值  
(D) 当  $n$  为奇数时,  $f(x)$  在点  $x_0$  处取极大值 [C]

1.22 设方程  $x^2 y^2 + y = 1 (y > 0)$  确定  $y$  为  $x$  的函数, 则函数  $y = y(x)$

- (A) 必有极小值, 但无极大值  
(B) 必有极大值, 但无极小值  
(C) 既有极小值, 又有极大值  
(D) 必无极值

1.23 曲线  $\begin{cases} x = t \cos t \\ y = t \sin t \end{cases}$  在  $t = \frac{\pi}{2}$  处的法线方程是

- (A)  $y = \frac{\pi}{2}(x + 1)$  (B)  $y = \frac{\pi}{2} + \frac{2}{\pi}x$   
(C)  $y = \frac{\pi}{2}(1 - x)$  (D)  $y = \frac{\pi}{2} - \frac{2}{\pi}x$  [C]

1.24 设  $f(x)$  有二阶连续导数, 且  $f'(0) = 0$ ,

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f''(x)}{|x|} = 1$ , 则

- (A)  $f(0)$  是  $f(x)$  的极大值  
(B)  $f(0)$  是  $f(x)$  的极小值  
(C)  $(0, f(0))$  是曲线  $y = f(x)$  的拐点

(D)  $f(0)$  不是  $f(x)$  的极值,  $(0, f(0))$  也不是曲线  $y = f(x)$  的拐点 [C]

1.25 设  $x \rightarrow 0$  时,  $e^{\tan x} - e^x$  与  $x^n$  是同阶无穷小, 则  $n$  为

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 [B]

1.26 函数  $f(x) = (x^2 - x - 2)|x^3 - x|$  不可导点的个数是

- (A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0 [B]

1.27 已知函数  $y = y(x)$  在任意点  $x$  处的增量  $\Delta y = \frac{y \Delta x}{1 + x^2} + \alpha$ , 且当  $\Delta x \rightarrow 0$  时,  $\alpha$  是  $\Delta x$  的高阶无穷小,  $y(0) = \pi$ , 则  $y(1)$  等于

- (A)  $2\pi$  (B)  $\pi$  (C)  $e^{\frac{\pi}{4}}$  (D)  $\pi e^{\frac{\pi}{4}}$  [D]

1.28 设  $f(x)$  有连续的导数,  $f(0) = 0$ ,  $f'(0) \neq 0$ ,  $F(x) = \int_0^x (x^2 - t^2)f(t)dt$ , 且当  $x \rightarrow 0$  时,  $F'(x)$  与  $x^k$  是同阶无穷小, 则  $k$  等于

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 [C]

1.29 若函数  $y = f(x)$  有  $f'(x_0) = \frac{1}{2}$ , 则当  $\Delta x \rightarrow 0$  时, 该函数在  $x = x_0$  处的微分  $dy$  是

- (A) 与  $\Delta x$  等价的无穷小  
(B) 与  $\Delta x$  同阶的无穷小, 但不等价  
(C) 比  $\Delta x$  低阶的无穷小  
(D) 比  $\Delta x$  高阶的无穷小

[B]

1.30 设  $c_0 + \frac{c_1}{2} + \cdots + \frac{c_n}{n+1} = 0$ , 则在区间  $(0, 1)$  内, 方程  $c_0 + c_1x + \cdots + c_nx^n = 0$

- (A) 没有实根 (B) 至少有一个实根  
(C) 只有一个实根 (D) 是否有实根不能判定

[B]

1.31 设函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+bx)}{x} & x \neq 0 \\ -1 & x = 0 \end{cases}$ , 则当  $f(x)$  在  $x = 0$  处可导时, 有  $f'(0) =$

- (A)  $-\frac{1}{2}$  (B)  $-1$  (C)  $1$  (D)  $\frac{1}{2}$

[A]

1.32 设  $y = f(x)$  是过原点的一条曲线, 且  $f'(0), f''(0)$  存在, 又知有一条抛物线  $y = g(x)$  与曲线  $y = f(x)$  在原点相交, 在该点有相同的切线和曲率, 且在该点邻近此二曲线有相同的凹向, 则必有

- (A)  $g(x) = x^2 + f(0)$  (B)  $g(x) = \frac{1}{2}f''(0)x^2 + f'(0)x$   
(C)  $g(x) = \pm x^2 + f'(0) + f(0)$   
(D)  $g(x) = \frac{1}{2}f''(0)x^2 + f'(0)x + f(0) - 1$

[B]

1.33 若  $f'(\sin^2 x) = \cos^2 x$ , 则  $f(x) =$

- (A)  $\sin x - \frac{1}{2}\sin^2 x + c$  (B)  $x - \frac{1}{2}x^2 + c$   
(C)  $\cos x - \sin x + c$  (D)  $\frac{1}{2}x^2 - x + c$

[D]

1.34  $x^x(1 + \ln x)$  的原函数是

- (A)  $\frac{1}{1+x}x^{x+1} + \ln x + c$  (B)  $x^x + c$   
(C)  $x \ln x + c$  (D)  $\frac{1}{2}x^x \ln x + c$

[B]

1.35 设  $f(x)$  的一个原函数为  $\ln x$ , 则  $f'(x) =$

- (A)  $\frac{1}{x}$  (B)  $x \ln x - x + c$   
(C)  $-\frac{1}{x^2}$  (D)  $e^x$

[C]

1.36 若  $f'(x^2) = \frac{1}{x}$ ,  $(x > 0)$ , 且  $f(1) = 1$ , 则  $f(x) =$

(A)  $2x$

(B)  $\frac{1}{2}\ln x + 2$

(C)  $2\sqrt{x}$

(D)  $\frac{1}{\sqrt{x}}$

[C]

1.37 设  $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix}$ , 则三条直线

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

$$a_3x + b_3y + c_3 = 0$$

其中  $(a_i^2 + b_i^2 \neq 0, i = 1, 2, 3)$  交于一点的充要条件是

(A)  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$  线性相关

(B)  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$  线性无关

(C) 秩  $\gamma(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3) = \text{秩} \gamma(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$

(D)  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$  线性相关,  $\vec{a}_1, \vec{a}_2$  线性无关

D

[C]

1.38 设矩阵  $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$  是满秩的, 则直线

$$\frac{x - a_3}{a_1 - a_2} = \frac{y - b_3}{b_1 - b_2} = \frac{z - c_3}{c_1 - c_2} \text{ 与直线}$$

$$\frac{x - a_1}{a_2 - a_3} = \frac{y - b_1}{b_2 - b_3} = \frac{z - c_1}{c_2 - c_3}$$

(A) 相交于一点

(B) 重合

(C) 平行但不重合

(D) 异面

[D]

1.39 已知  $f(t)$  是  $(-\infty, +\infty)$  内的连续函数, 且  $\int_1^x f(t)dt = \int_1^x \varphi(t)dt$  恒成立, 则必有  $\varphi(t) =$

(A)  $f(t^3)$

(B)  $(t^2 + t + 1)f(t)$

(C)  $t^2 f(t^3)$

(D)  $3t^2 f(t^3)$

[D]

1.40  $I = \int_1^4 |x^2 - 3x + 2|dx =$

(A)  $\frac{11}{3}$

(B)  $\frac{29}{6}$

(C)  $\frac{9}{2}$

(D)  $-\frac{11}{3}$

[B]

1.41 设  $f(x)$  为已知的连续函数,  $I = \int_0^{\frac{1}{t}} f(tx)dx$ , 其中  $s > 0, t > 0$ , 则  $I$  的值

(A) 依赖于  $s, t$

(B) 依赖于  $s, t, x$

(C) 依赖于  $t, x$ , 不依赖于  $s$

(D) 依赖于  $s$ , 不依赖于  $t$

[D]

1.42 已知  $x \rightarrow 0$  时,  $F(x) = \int_0^x (x^2 - t^2)f''(t)dt$  的导数与  $x^2$  是等价无穷小, 则必有  $f''(0) =$

- (A) 1 (B)  $\frac{1}{2}$  (C) 0 (D) 不存在 [B]

1.43 若  $f(x) = \begin{cases} x^2 & 0 \leq x < 1 \\ 2 & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ , 则  $\varphi(x) = \int_0^x f(t)dt$  在开区间  $(0, 2)$  上

- (A) 仅有第一类间断点 (B) 仅有第二类间断点  
(C) 两类间断点都有 (D) 是连续的 [D]

1.44 由极坐标方程表示的曲线  $r = ae^\theta (-\pi \leq \theta \leq \pi)$  与  $x$  轴所围图形的面积是

- (A)  $\int_0^{2\pi} \frac{1}{2} a^2 e^{2\theta} d\theta$  (B)  $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{2} a^2 e^{2\theta} d\theta$   
(C)  $\int_0^{\pi} a^2 e^{2\theta} d\theta$  (D)  $\int_{-\pi}^0 a^2 e^{2\theta} d\theta$  [E]

1.45 抛物线  $y^2 = 2x$  分圆  $x^2 + y^2 \leq 8$  为两部分, 这两部分面积的比是

- (A)  $\frac{\pi + 1}{6\pi}$  (B)  $\frac{9\pi - 2}{8\pi}$  (C)  $\frac{3\pi - 2}{9\pi + 8}$  (D)  $\frac{3\pi + 2}{9\pi - 2}$  [C]

1.46 底面由圆  $x^2 + y^2 = 4$  围成, 且垂直于  $x$  轴的所有截面都是正方形的立体体积为

- (A)  $16 \frac{1}{6}$  (B)  $32 \frac{1}{3}$  (C)  $64 \frac{2}{3}$  (D)  $85 \frac{1}{3}$  [ ]

1.47 由图形  $r \leq \sqrt{2} \sin \theta$  与  $r^2 \leq \cos 2\theta$  所确定的平面区域的面积  $S$  可表示为

- (A)  $\frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sqrt{\cos 2\theta} - \sqrt{2} \sin \theta)^2 d\theta$  (B)  $\frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos 2\theta - 2\sin^2 \theta) d\theta$   
(C)  $\frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sqrt{\cos 2\theta} - \sqrt{2} \sin \theta)^2 d\theta$   
(D)  $2 \left[ \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{6}} (\sqrt{2} \sin \theta)^2 d\theta + \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \cos 2\theta d\theta \right]$  [D]

1.48 设  $\vec{a}, \vec{b}$  是非零向量, 且  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , 则必有

- (A)  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$  (B)  $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$   
(C)  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$  (D)  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{a} - \vec{b}$  [A]

1.49 设  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  为任意非零向量, 下列结论中正确的是

- (A)  $(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} + \vec{b}) = 0$  (B)  $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c} = \vec{a}(\vec{b} \cdot \vec{c})$   
(C)  $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$   
(D)  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  共线的充要条件是  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$  [C]

1.50 已知向量  $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ , 则垂直于  $\vec{a}$ , 且同时垂直于  $y$  轴的单位向量  $\vec{e} =$

- (A)  $\pm \frac{\sqrt{3}}{3} (\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$  (B)  $\pm \frac{\sqrt{3}}{3} (\vec{i} - \vec{j} + \vec{k})$   
(C)  $\pm \frac{\sqrt{2}}{2} (\vec{i} - \vec{k})$  (D)  $\pm \frac{\sqrt{2}}{2} (\vec{i} + \vec{k})$  [C]

1.51 若两直线  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{\lambda}, \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$

相交, 则  $\lambda =$

- (A) 1 (B)  $\frac{3}{2}$  (C)  $-\frac{5}{4}$  (D)  $\frac{5}{4}$  [1]

1.52 下面命题中不正确的是

- (A)  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处极限不存在, 则在该点处必不连续  
 (B)  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处偏导数存在, 但在该点处不一定连续  
 (C)  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处不连续, 则在该点处必不可微  
 (D)  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处可微, 则在该点处偏导数一定连续 [B]

1.53 证明函数  $z = f(x, y)$  在点  $(x, y)$  可微的方法是: 证明

- (A)  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$  在该点存在  
 (B) 当  $\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0$  时,  $\Delta z - (\frac{\partial z}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial z}{\partial y}\Delta y)$  在该点趋于零  
 (C) 当  $\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0$  时,  $\frac{1}{\rho}[\Delta z - (\frac{\partial z}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial z}{\partial y}\Delta y)]$  在该点趋于零  
 (D) 当  $\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0$  时,  $\frac{1}{\rho}[\Delta z - dz]$  在该点趋于零 [C]

1.54 设  $D: x^2 + y^2 \leq a^2$ , 则  $I = \iint_D |xy| dx dy =$

- (A) 0 (B)  $a^4$  (C)  $\frac{a^4}{2}$  (D)  $\pi a^4$  [B]

1.55 设平面区域  $D$  由  $x = 0, y = 0, x + y = \frac{1}{2}, x + y = 1$  围成, 若

$$I_1 = \iint_D [\ln(x+y)]^7 dx dy \quad I_2 = \iint_D (x+y)^7 dx dy$$

$$I_3 = \iint_D [\sin(x+y)]^7 dx dy, \text{ 则 } I_1, I_2 \text{ 和 } I_3 \text{ 之间的大小顺序为}$$

- (A)  $I_1 \leq I_2 \leq I_3$  (B)  $I_3 \leq I_2 \leq I_1$   
 (C)  $I_1 \leq I_3 \leq I_2$  (D)  $I_3 \leq I_1 \leq I_2$  [C]

1.56 由抛物线  $y = x^2$  及直线  $y = 1$  所围成的均匀薄片 (密度为  $\rho$ ) 对于直线  $l: y = -1$  的转动惯量为  $I_1 =$

- (A)  $\rho \iint_D (x-1)^2 dx dy$  (B)  $\rho \iint_D (x+1)^2 dx dy$   
 (C)  $\rho \iint_D (y+1)^2 dx dy$  (D)  $\rho \iint_D (y-1)^2 dx dy$  [C]

1.57 有界闭区域  $\Omega$  由平面  $x + y + z + 1 = 0, x + y + z + 2 = 0$  及三个坐标面围成, 设

$$I_1 = \iiint_{\Omega} [\ln(x+y+z+3)]^3 dx dy dz$$

$$I_2 = \iiint_{\Omega} (x+y+z)^2 dx dy dz$$

不计算  $I_1, I_2$  的具体值, 利用三重积分的性质可知

- (A)  $I_1 \leq I_2$  (B)  $I_1 \geq I_2$

(C)  $I_1, I_2$  的大小不具体计算不能进行比较

(D)  $I_1, I_2$  的值计算不出来, 故无法比较它们的大小

1.58 设  $\Omega$  是由  $z = x^2 + y^2$  与  $z = 1$  所围区域在第一卦限的部分, 则  $\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dv \neq$

(A)  $\int_0^1 dz \int_0^{\sqrt{z}} dx \int_0^{\sqrt{z-x^2}} f(x, y, z) dy$

(B)  $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_0^{x^2+y^2} f(x, y, z) dz$

(C)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^1 dr \int_{r^2}^1 f(r\cos\theta, r\sin\theta, z) r dz$

(D)  $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_{x^2+y^2}^1 f(x, y, z) dz$

1.59 设  $L$  为上半个单位圆  $y = \sqrt{1-x^2}$ , 则  $I = \int_L |x| ds =$

(A)  $\int_{-1}^0 \left(-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right) dx + \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

(B)  $\int_0^{\pi} \cos t \cdot \sqrt{(-\sin t)^2 + (\cos t)^2} dt$

(C)  $\int_0^1 |x| \frac{dy}{|x|} + \int_0^1 |x| \left(-\frac{dy}{|x|}\right)$  (D)  $\int_0^1 x \left(\frac{1}{x}\right) dy$

1.60 设  $f(x)$  有连续的一阶导数, 则  $\int_{(0,0)}^{(1,2)} f(x+y) dx + f(x+y) dy =$

(A)  $\int_0^3 f(x) dx$

(B)  $\int_0^1 f(x) dx$

(C)  $f(3) - f(1)$

(D) 0

1.61 设  $L$  为光滑的正向曲线,  $\vec{\tau} = \{\cos\alpha, \cos\beta\}$  是  $L$  的外法向量, 则  $\int_L (x\cos\alpha + y\cos\beta) ds =$

(A)  $\int_L x dy - y dx$

(B)  $\int_L y dx - x dy$

(C)  $\int_L -y dx - x dy$

(D)  $\int_L x dy + y dx$

1.62 设  $\Sigma$  为球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ,  $\Sigma_1$  为上半球面  $z = \sqrt{1-x^2-y^2}$ ,  $D_{xy}$  为曲面  $\Sigma$  在  $xOy$  坐标面上的投影区域, 则下列等式成立的是

(A)  $\oiint_{\Sigma} z ds = 2 \iint_{\Sigma_1} z ds$

(B)  $\oiint_{\Sigma} z ds = 0$

(C)  $\oiint_{\Sigma} z^3 dz = 2 \iint_{\Sigma_1} z^3 ds$

(D)  $\oiint_{\Sigma} z^2 ds = 2 \iint_{D_{xy}} z^2 dx dy$

1.63 由分片光滑的封闭曲面  $\Sigma$  (取其外侧) 所围立体的体积  $V =$

(A)  $\frac{1}{3} \oint_{\Sigma} ydydz + zdzdx + xdx dy$

(B)  $\frac{1}{3} \oint_{\Sigma} zdzdy + xdzdx + ydx dy$

(C)  $\frac{1}{3} \oint_{\Sigma} xdydz + ydzdx + zdx dy$

(D)  $\frac{1}{3} \oint_{\Sigma} -xdydz + ydzdx - zdx dy$

1.64 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^p}$  当

(A)  $p > 1$  时, 条件收敛

(B)  $0 < p \leq 1$  时, 绝对收敛

(C)  $0 < p \leq 1$  时, 条件收敛

(D)  $0 < p \leq 1$  时, 发散

1.65 下列级数中收敛的是

(A)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n$

(B)  $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\ln n}{n}$

(C)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n-1}{n^2+n}$

(D)  $\sum_{n=3}^{\infty} \tan \frac{\pi}{n}$

1.66 幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} e^n x^{2n}$  的收敛半径  $R =$

(A) 1

(B)  $\frac{1}{e}$

(C) e

(D)  $\frac{1}{\sqrt{e}}$

1.67 设函数  $f(x)$  是以  $2\pi$  为周期的周期函数, 它在区间  $[-\pi, \pi]$  上的表达式为

$$f(x) = \begin{cases} -x & -\pi \leq x \leq 0 \\ 0 & 0 < x < \pi \end{cases}$$

则  $f(x)$  的傅立叶级数在  $x = -\pi$  处收敛于

(A) 0

(B)  $\frac{\pi}{2}$

(C)  $-\frac{\pi}{2}$

(D)  $\pi$

1.68 通过坐标原点且与微分方程  $\frac{dy}{dx} = x + 1$  的一切积分曲线均正交的曲线的方程是

(A)  $e^{-y} = x + 1$

(B)  $e^{-x} + x + 1 = 0$

(C)  $e^y = x + 1$

(D)  $2y = x^2 + 2x$

1.69 已知  $y'' + y = x$  的一个解为  $y_1 = x$ ,  $y'' + y = e^x$  的一个解为  $y_2 = \frac{1}{2}e^x$ , 则方程  $y'' + y = x + e^x$  的通解为

(A)  $y = x + \frac{1}{2}e^x$

(B)  $c_1 \cos x + c_2 \sin x + \frac{1}{2}e^x + x$

(C)  $c_1 \cos x + c_2 \sin x + x$

(D)  $c_1 \cos x + c_2 \sin x$

1.70 若  $y_1, y_2$  是某个二阶线性齐次方程的解, 则  $c_1 y_1 + c_2 y_2$  ( $c_1, c_2$  是任意常数)

(A) 是方程的通解

(B) 不是方程的解