首席教师

专题小课本

●小方法大智慧 ●小技巧大成效

●小单元大提升 ●小课本大讲坛

初中数学 四边形

总主编/钟 山

金星教育

中国出版集团 现代教育出版社

海阔凭鱼跃

图书在版编目（CIP）数据

首席教师专题小课本．初中数学．四边形／钟山主编．—北京：现代教育出版社，2008.4

ISBN 978-7-80196-644-5

Ⅰ．首… Ⅱ．钟… Ⅲ．几何课—初中—教学参考资料 Ⅳ．G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 038474 号

书　　名：首席教师专题小课本·初中数学—四边形
出版发行：现代教育出版社
地　　址：北京市朝阳区安华里 504 号 E 座
邮政编码：100011
印　　刷：北京市梦宇印务有限公司印刷
发行热线：010－61743009
开　　本：890×1240　1/32
印　　张：5
字　　数：210 千字
印　　次：2008 年 4 月第 1 版　第 1 次印刷
书　　号：ISBN 978－7－80196－644－5
定　　价：8.80 元

目录

首席寄语

专题导引

在现代都市生活中，人们生活在高楼林立的环境中，每一栋高层建筑，都有许多立体图形，每个立体图形都由若干个平面图形构成.铁路路基的横截面与水库拦水坝的横截面，它们分别是怎样的图形？经历了本专题的探索之后，你会认识到它们分别是由哪些特殊的平面图形所构成的，对于这些平面图形它们分别有哪些性质，该如何判定是本专题我们将要学习的内容.现在，请你打开这本书，与我们一起在奇妙的数学世界里漫游，探索、发现更多、更有魅力的数学奥妙吧！

中考命题规律

四边形知识是初中数学的重要基础知识和重点内容，也是历年中考的热点之一.题型既有选择题、填空题，也有中档难度的解答题，更有与本学科知识、其他学科知识相结合的难度较大的综合题.近年来，在各地的中考试题中还出现了设计新颖、贴近生活、反映时代特点的阅读理解题、开放性试题和探索应用题.其命题规律趋势如下：

1.多边形的有关知识

主要考查的是多边形的内角和公式及外角和与平面镶嵌的知识.重在考查学生的动手操作能力和观察思维能力，在中考中多以选择、填空的形式出现，一般来说难度不大.

2.平行四边形的有关知识

常见的考查内容主要为平行四边形的定义、性质及判定，各特殊平行四边形之间的关系，特殊平行四边形的性质及判定方法，以及三角形中位线的性质及应用.本部分知识多与三角形、方程(组)、相似形等知识相联系综合考查，难度适中，分值较高.由于圆的知识的考查难度降低，所以对几何内容的考查分散在四边形、相似形这两部分中，主要考查学生的思维能力、计算能力和作图能力，同时考查学生灵活处理问题的能力.

3.梯形的有关知识

主要考查梯形的概念、性质及等腰梯形的性质与判定方法，常见的考查方式有：计算梯形的周长、面积，求梯形中某线段的长或某个角的度数；通过添加辅助线把梯

形问题转化为三角形问题或平行四边形问题进行解决等等，是近几年中考的重点考查内容，尤其是添加辅助线的方法技巧要引起我们的重视，这部分知识的考查难度不会很大，但注重考查灵活应用知识的能力.

学习应试策略

1. 特殊的平行四边形如矩形、菱形、正方形之间关系密切，都是在平行四边形的基础上引申发展的，同时平行四边形与特殊的平行四边形的概念之间重叠交错，内涵包容，关系极易混淆，有时只注意了它们的特殊性，而忽视了共同性，因此学习时要注意分析、比较、归纳几种特殊平行四边形之间的联系和区别.

2. 研究平行四边形的性质时，可按边、角、对角线、对称性的顺序进行. 学习矩形、菱形时，可对比进行学习，总结时对比矩形、菱形的定义、性质、判定方法，可用图表、文字表述，也可以利用图形说明.

3. 梯形问题常通过添加辅助线转化为平行四边形或三角形问题，准确地添加辅助线是解决问题的关键，因此对梯形中常见的辅助线的作法要熟记.

4. 本专题的重点是平行四边形的性质和识别，等腰梯形的性质和识别，几种特殊的平行四边形的性质和识别及梯形中位线、三角形中位线性质的灵活运用；难点是几种特殊的平行四边形的区别与联系、综合应用计算和证明.

5. 本专题主要体现的数学思想有：转化思想、数形结合思想、分类讨论思想、方程思想和观察归纳思想.

[单元提升篇]

第一章 四边形

课程标准要求

1. 会运用多边形的外角和、内角和公式解决问题.

2. 能运用三角形、四边形进行镶嵌,会判断几种正多边形是否能进行镶嵌.

3. 会借助平行四边形的性质定理解决线段相等、角相等和求值问题.

4. 能借助定义及判定定理判断四边形中的特殊四边形.

5. 会根据性质定理确定特殊四边形具有的性质,并结合定义和判定定理判断与四边形有关的真假命题.

6. 能根据三角形中位线定理,梯形中位线定理证明有关线段平行及等量关系的问题.

7. 既会作特殊四边形的图形,又会借助平行线等分线段定理等分已知线段.

8. 利用特殊四边形的面积公式解决与面积有关的几何问题(包括应用题),并会解答折叠问题.

第一单元 多边形

知识清单精解 ZHISHIQINGDANJINGJIE

考点1 多边形的内角和与外角和

1. 多边形的有关概念

在平面内,由若干条不在同一直线上的线段首尾顺次相连组成的封闭图形叫做多边形.

注意:(1)在定义中应注意:①若干条;②首尾顺次相连.二者缺一不可.

(2)多边形有凸多边形和凹多边形之分,如图1-1-1.

把多边形的任何一边向两方延长,如果其他各边都在延长所得直线的同一旁,这样的多边形叫做凸多边形,如图1-1-1(2)所示,而图1-1-1(1)的多边形是凹多边形,我们初中探讨的都是凸多边形.

图1-1-1

(3)多边形的边、内角、顶点、对角线、内角和含义与三角形相同,即

边:组成多边形的各条线段叫做多边形的边.

顶点:每相邻两条边的公共端点叫做多边形的顶点.

对角线:在多边形中,连结不相邻两个顶点的线段叫做多边形的对角线.

各部分的名称如图1-1-2所示.

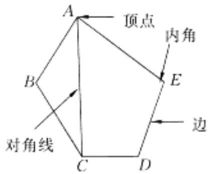


图1-1-2

(4)多边形通常以边数命名,多边形有n条边就叫做n边形.三角形、四边形都属于多边形,其中三角形是边数最少的多边形.多边形的表示方法与三角形、四边形类似.可以用表示它的顶点的字母来表示,可顺时针方向表示,也可逆时针方向表示,如图1-1-2,可表示为五边形$ABCDE$,也可表示为五边形$EDCBA$.

(5)在多边形中,如果各条边长都相等,各个内角都相等,这样的多边形叫做正多边形.

2.多边形的内角和公式

n边形的内角和等于$(n-2)\cdot180°$.

注意:知道多边形的边数,我们可以求出它的内角和,同样,知道多边形的内角和,我们也可以求出多边形的边数.

3.多边形的外角和

多边形的外角和等于360°.

提示:(1)与三角形的外角一样,与多边形的每个内角相邻的外角有两个,这两个角是对顶角,从与每个内角相邻的两个外角中分别取一个相加,得到的和称为多边形的外角和.(2)多边形的外角和与边数无关,都等于360°.

4.多边形的对角线

(1)从n边形的一个顶点可以引$(n-3)$条对角线,将多边形分成$(n-2)$个三角形;

(2)n边形共有$\frac{n(n-3)}{2}$条对角线.

5.边数与内角和、外角和的关系

(1)内角和与边数成正比:边数增加,内角和增加;边数减少,内角和减少.每增加一条边,内角和增加180°(反过来也成立);

(2)多边形的外角和恒等于360°,与边数的多少无关.

考点 2　瓷砖的铺设

1. 瓷砖的铺设

用形状、大小完全相同的一种或几种瓷砖进行拼接，彼此之间不留空隙、不重叠地铺成一片，这就是瓷砖的铺设.

注意："无空隙"、"不重叠"是指铺设时，既不能使墙面或地面有裸露，又不能使所用瓷砖彼此有所覆盖.

2. 瓷砖的铺设条件

如果在一个顶点周围有 n 个角，那么这 n 个角的和应为 $360°$.

注意：判断一种或几种图形的瓷砖是否能够铺设，只要看一看拼在同一顶点的几个角能否构成周角，若能构成周角，则说明能够进行铺设，否则不能.

考点 3　用正多边形拼地板

1. 用相同的正多边形拼地板

用正多边形铺满地板的条件是当围绕点拼在一起的多边形的内角和加在一起恰好能组成一个周角时，就拼成了一个平面图形.

2. 用多种正多边形拼地板

(1)用正三角形和正六边形能铺满地面吗？

正三角形的内角为 $60°$，正六边形的内角为 $120°$，因此用一个正六边形和四个正三角形可铺满，因为 $1\times120°+4\times60°=360°$.

(2)用正十二边形、正六边形、正方形能铺满地面吗？

正十二边形每个内角为 $150°$，正六边形每个内角为 $120°$，正方形每个内角为 $90°$，而 $1\times150°+1\times120°+1\times90°=360°$，因此可以用一个正十二边形、一个正六边形、一个正方形铺满地面.

方法技巧突破
FANGFAJIQIAOTUPO

技巧一　巧用整除求多边形的边数

多边形的内角和为 $180°$的整数倍，当一个多边形少加一个角或多加一个角时，利用这个特点可求出少加或多加的角的度数.

例 1　小明在进行多边形内角和计算时，求得的内角和为 1 125°，当发现错了之后，重新检查，发现是少加了一个内角，问这个内角是多少度？他求的是几边形的内角和.

分析：由题意可设 $(n-2)\cdot180°=1\,125°$，解这个方程得 $n=8.25$，因为少加了一个角，而少加的这个角不会大于 $180°$，所以 n 的取值不能增加 1 或减少 1，所以 n 只能取 9，当 $n=9$ 时，内角和可求，少加的角也可求出.

解：设这个多边形为 n 边形，当 $(n-2)\cdot180°=1\,125°$时，$n=8.25$. 因为少加了一

个角，∴ $n=9$. 当 $n=9$ 时，内角和为 $(9-2)\cdot 180^\circ=1\ 260^\circ$，所以少加的角的度数为 $1\ 260^\circ-1\ 125^\circ=135^\circ$.

答：这个角为 135°，这个多边形是九边形.

点拨：本题的巧妙之处在于跟整除联系起来，在实际的问题中，还要考虑是否符合实际意义，显然 8.25 边形是不符合题意的.

技巧二　构造三角形或四边形解决问题

对于一些不规则的几何图形，不易求得其内角和，可通过添加辅助线，构造三角形或四边形，从而利用三角形或四边形的内角和来求解.

例 2　如图 1-1-3，求 $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F$ 的值.

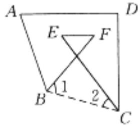


图 1-1-3

分析：此题的关键是数学中的转化法，想办法把它转化为三角形或四边形的内角和来解决.

解：连结 BC，易得 $\angle 1+\angle 2=\angle E+\angle F$.

这样就把所求 6 个角的和转化为四边形 $ABCD$ 的内角和，

∴ $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F=360^\circ$.

点拨：此题的解题思路是把多边形转化成四边形，用四边形的内角和知识来解决，化繁为简，思路开阔.

技巧三　巧用多边形对角线公式

例 3　韩日世界杯有 32 支参赛队伍，若进行单循环比赛，一共需赛几场？

分析：在球赛中，球队数相当于多边形的顶点，若进行单循环比赛，可联系多边形的对角线的条数计算公式.

解：$\dfrac{32\times(32-3)}{2}+32=496$(场).

点拨：本例可与多边形对角线条数计算公式 $\dfrac{n(n-3)}{2}$ 联系，比赛场数为对角线条数加上多边形的边数. 也可以这样解决，每支球队都要和除自己以外的 31 支球队比赛，因此共赛 31×32 场，而每支球队都重复一遍，故需再除以 2，即 $\dfrac{32\times(32-1)}{2}=496$(场).

技巧四　应用从特殊到一般的数学思想等分多边形的面积

由特殊到一般，再由一般到特殊的过程是人们探索自然规律的过程.

例 4　等腰三角形是我们熟悉的图形之一，下面介绍一种等分等腰三角形面积的方法. 如图 1-1-4 所示，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，把底边 BC 分成 m 等份，连接顶点 A 和底边 BC 各等分点的线段，即可把这个三角形的面积 m 等分.

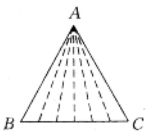


图 1-1-4

问题的提出：任意给定一个正 n 边形，你能把它的面积 m

等分吗？

探究与发现：为了解决这个问题，我们先从简单问题入手，怎样从正三角形的中心(正多边形的各对称轴的交点，又称为正多边形的中心)引线段，才能将这个正三角形的面积 m 等分？

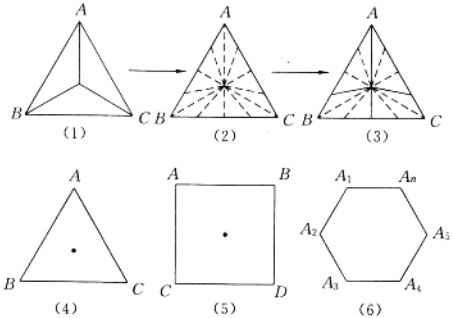


图 1-1-5

如果要把正三角形的面积四等分，我们可以先连接正三角形的中心和各顶点(如图 1-1-5(1)所示，这些线段将这个正三角形分成了三个全等的等腰三角形)；再把所得的每个等腰三角形的底边四等分，连接中心和各边等分点(如图 1-1-5(2)所示，这些线段把这个正三角形分成了 12 个面积相等的小三角形)；最后，依次把相邻的三个小三角形拼合在一起(如图 1-1-5(3)所示). 这样就能把正三角形的面积四等分.

实验与验证：仿照上述方法，利用刻度尺，在图 1-1-5(4)中画出一种将正三角形的面积五等分的示意简图.

猜想与证明：怎样从正三角形的中心引线段，才能将这个正三角形的面积 m 等分？叙述你的分法并说明理由.

拓展与延伸：如图 1-1-5(5)所示，怎样从正方形的中心引线段，才能将这个正方形的面积 m 等分？(叙述分法即可，不需要说明理由)

问题解决：如图 1-1-5(6)所示，怎样从正 n 边形的中心引线段，才能将这个正 n 边形的面积 m 等分？(叙述分法即可，不需要说明理由)

分析：本题主要考查阅读理解能力和实验操作探究能力，阅读理解是解决该题的关键.

解：实验与验证：如图 1-1-6 所示.

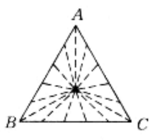


图 1-1-6

猜想与证明：先连接正三角形的中心和各顶点，再把所得的每个等腰三角形的底边 m 等分，连接中心和各等分点，依次把相邻的三个小三角形拼合在一起，即可把正三角形的面积 m 等分.

理由：正三角形被中心和各顶点连线分成三个全等的等腰三

角形,所以这三个等腰三角形的底和高都相等,每个等腰三角形的底边被 m 等分,所以所得到的每个小三角形的底和高都相等,即其面积都相等.因此,依次把相邻的三个小三角形拼合在一起合成的图形的面积也相等,即可把此正三角形的面积 m 等分.

拓展与延伸:先连接正方形的中心和各顶点,再把所得的每个等腰三角形的底边 m 等分,连接中心和各等分点,依次把相邻的四个小三角形拼合在一起,即可把正方形的面积 m 等分.

问题解决:先连接正 n 边形的中心和各顶点,再把所得的每个等腰三角形的底边 m 等分,连接中心和各等分点,依次把相邻的 n 个小三角形拼合在一起,即可把正 n 边形的面积 m 等分.

点拨:本题体现了数学的知识性和趣味性,使学生感受到数学的魅力与奇妙,解决此题既运用了数学从特殊到一般的思想,又考查了学生的发散思维能力.

中考能力培养
ZHONGKAONENGLIPEIYANG

一、运算求解能力

能力点津:会根据法则、公式进行正确运算、变形和数据处理,能根据问题的条件,寻找与设计合理简捷的运算途径;能根据要求对数据进行估计和求近似值.运算求解能力是思维能力和运算技能的结合.

本单元中主要考查多边形内角和的计算、求角的度数、求多边形的边数以及判断多边形能否进行镶嵌等方面的内容.

考例1　已知两个多边形的内角和为 $1\ 800°$,且两多边形的边数比为 $2:5$.求这两个多边形的边数.

分析:仔细读题,可发现由边数联想内角和,通过列方程来达到求解的目的.

解:设这两个多边形的边数分别是 $2n$ 和 $5n$.根据题意得

$(2n-2)\cdot 180°+(5n-2)\cdot 180°=1\ 800°$.

解得 $n=2$,$\therefore$ $2n=4$,$5n=10$.

答:这两个多边形的边数分别是 4 和 10.

点拨:明确题意,搞清多边形有几条边;多边形的任一内角与它相邻的外角之和为 $180°$;体现了数形结合的思想.

考例2　各角相等的多边形中,一个外角等于一个内角的 $\frac{2}{5}$,求这个多边形的内角和.

分析:每对相邻的内角与外角的和都是 $180°$,因为各个内角都相等,所以所有的外角也相等,根据以上条件,可列方程求解.

解:设这个多边形的一个内角为 x 度,则一个外角为 $\frac{2}{5}x$ 度,

则 $x+\frac{2}{5}x=180$,解这个方程,得 $x=\frac{900}{7}$.

$\frac{2}{5}x=\frac{2}{5}\times\frac{900}{7}=\frac{360}{7}$.

所以一个外角为$\frac{360°}{7}$，边数为$360\div\frac{360}{7}=7$.

所以内角和为$(7-2)\times180°=900°$.

二、应用意识

能力点津：能综合应用所学数学知识、思想和方法解决问题，包括解决在相关学科、生产、生活中简单的数学问题；能理解对问题陈述的资料，并对所提供的信息资料进行归纳、整理和分类，将实际问题抽象为数学问题，建立数学模型；应用相关的数学方法解决问题并加以验证，并能用数学语言正确地表达和说明. 主要过程是依据现实的生活背景，提炼相关的数量关系，构造数学模型，将现实问题转化为数学问题，并加以解决.

本单元主要考查利用正多边形拼地板及设计铺设方案.

考例 3　如图 1-1-7，某宾馆地面图案是用正方形和一种边长相等，但角不全相等的六边形材料铺成的，那么这种六边形的最大内角的度数是________.

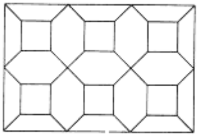


图 1-1-7

解析：由图可知六边形有两种铺设方法：一种是四个六边形共一个顶点，另一种是两个六边形和一个正方形，所以可得六边形的内角为 90°或 135°，故最大内角度数为 135°.

答案：135°

点拨：解决这类题目的关键是认真观察已铺设的瓷砖的图案特点，抓住某一点周围的几个角之和为 360°来解决问题.

考例 4　菱形以其特殊的对称而备受人们的喜爱，在生产生活中有着广泛的应用. 如图 1-1-8①所示，是一块长为 30 cm，宽为 20 cm 的长方形瓷砖，E、F、G、H 分别是边 BC、CD、DA、AB 的中点，阴影部分为淡蓝色的花纹，中间部分为白色. 现有一面长为 4.2 m，宽为 2.8 m 的墙壁准备铺这种瓷砖，试问：(1)这面墙壁最少要贴这种瓷砖多少块？(2)全部贴满瓷砖后，这面墙壁最多会出现多少个面积相等的菱形？其中有花纹的菱形有多少个？

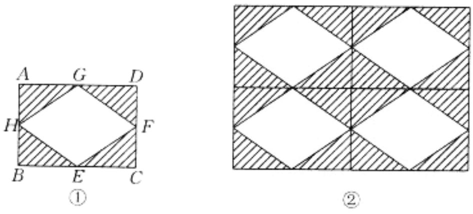


图 1-1-8

分析：解决(1)时，应注意抓住等式：瓷砖块数＝墙壁的总面积÷每块瓷砖的面积；(2)通过拼图不难发现：如图 1-1-8②所示，每相邻 4 块瓷砖构成一个淡蓝色菱形，且面积与白色菱形面积相等，故面积相等的菱形个数包括白色菱形的个数＋每相邻 4 块瓷砖构成的淡蓝色菱形的个数，在长 4.2 m，宽 2.8 m 的墙壁上铺长为 30 cm，宽为 20 cm 的长方形瓷砖可构成淡蓝色菱形 13 列，每列有 13 个菱形，由此即可求出有花纹的菱形个数.

解：(1)∵ 墙壁的总面积为 $4.2\times2.8=11.76(\text{m}^2)$，

每块瓷砖的面积为 $0.3\times0.2=0.06(\text{m}^2)$，

∴ 最少需要这种瓷砖 $11.76\div0.06=196$(块).

(2)∵ 每相邻 4 块瓷砖构成一个淡蓝色菱形，

∴ 在长为 4.2 m，宽为 2.8 m 的墙壁上铺长为 30 cm，宽为 20 cm 的长方形瓷砖可构成淡蓝色菱形 13 列，每列有 13 个菱形，

所以有花纹的菱形有 $13\times13=169$(个)，

同时白色菱形的个数与瓷砖的块数相同，也有 196 块，故面积相等的菱形共有 $169+196=365$(个).

规律技巧总结：解答此类问题，首先应拼出部分图形来，观察图形的组合特点，找出其中的组合规律，运用分类讨论的数学思想来解决问题.

考例 5　我们经常见到如图 1-1-9 那样的地面，它们分别是全用正方形或全用正六边形材料铺成的，这样形状的材料能铺成平整、无空隙的地面.

问：(1)你能不能另外想出一个用一种多边形(不一定是正多边形)的材料铺地的方案？把你想到的方案画成草图.

(2)请你再画一个用两种不同的正多边形材料铺地的草图.

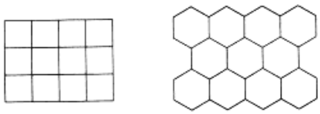


图 1-1-9

分析：一种正多边形能否用来铺地，关键在于它内角的度数，四个直角之和与三个 120°角之和都是 360°，这是正方形和正六边形能用来铺地的根本原因，第(1)小题是用一种多边形铺地面，关键也是看这种多边形的内角(或部分内角)能否构成 360°. 第(2)小题有多种方案.

解：(1)如图 1-1-10.

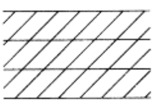


图 1-1-10

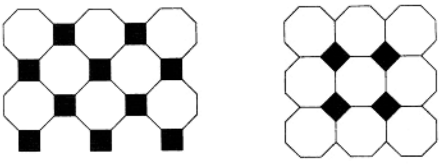


图 1-1-11

(2)符合题目要求的铺地方案很多,举例如图 1-1-11.

规律技巧总结:由一种或几种正多边形进行拼接,彼此之间不留空隙,又不相互重叠地成一片,这就是平面图形的镶嵌,当围绕一点拼在一起的几个多边形的内角加在一起恰好组成一个 360°的角时,就拼成一个平面图形.

应试规律点津

1. 考点导航

	考点	考查内容	难度设置
多边形	多边形的内角和	求边数,角的度数,内角和	易
	多边形的外角和	求边数,外角的度数	易
	用正多边形铺地面	用一种或两种不同的多边形铺地面	较难

2. 规律点津

多边形的内角和、外角和这部分知识难度不大,在中考中多以填空题、选择题的形式出现,有时也渗透到解答题中,注重对考生掌握知识和运用知识的考查,镶嵌是生活中的一种普遍现象,在有些省市的考题中以填空题或选择题来考查.在今后的中考中注重实际应用的问题的考查将有所增加.

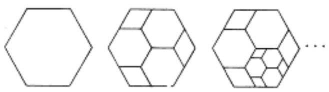
例1　(2007·福州)只用下列一种正多边形不能镶嵌成平面图案的是(　　)

A. 正三角形　　B. 正方形　　C. 正五边形　　D. 正六边形

解析:正五边形的每个内角为 108°,故不能进行镶嵌.　　答案:C

点拨:正五边形的一个角的度数不能整除 360°,故不能进行镶嵌.

例2　(2007·河南)将图 1-1-12①所示的正六边形进行分割得到图1-1-12②,再将图 1-1-12②中最小的某一个正六边形按同样的方式进行分割得到图1-1-12③,再将图 1-1-12③中最小的某一个正六边形按同样的方式进行分割,…,则第 n 个图形共有________个正六边形.



①　②　③

图 1-1-12

解析:图①中有 1 个正六边形,图②中有 4 个正六边形,图③中有 $1+3+3=7$ 个正六边形,…,第 n 个图形中有 $1+3(n-1)=3n-2$ 个正六边形.　　答案:$3n-2$

点拨:后面每个图形都比前面相邻的图形多 3 个正六边形.

例3　(2006·无锡)现有边长相等的正三角形、正方形、正六边形、正八边形形状的地砖,如果选择其中的两种铺满地面,那么选择的两种地砖形状不能是(　　)

A. 正三角形与正方形　　B. 正三角形与正六边形

C. 正方形与正六边形　　D. 正方形与正八边形

解析:3个正三角形与2个正方形可以围成周角,故A可以;2个正三角形与2个正六边形可以围成周角,故B可以;1个正方形与2个正八边形可以围成周角,故D可以,所以C是不可能的. 答案:C

点拨:本题可设未知数列出二元一次方程,求其正整数解.

3.策略技巧

多边形中最简单的图形是三角形,因此多边形的有关问题可化为三角形来解决,方法是连结多边形的对角线把多边形分为若干个三角形,在三角形已有的知识基础上,问题就化难为易了.

本单元内容主要是多边形的内角和、外角和及用正多边形拼地板,在学习过程中要注意以下几点:

(1)把多边形的问题转化为三角形、四边形的问题.

(2)研究多边形的内角时,要充分利用其与外角的关系,灵活解决.

(3)无论是几种正多边形的组合,只要各取其中一个内角相加恰为一个周角360°时,这样的正多边形的组合能铺满地面.

例4 (2006·临沂课改)多边形的内角中,锐角的个数最多有( )

A.1个 B.2个 C.3个 D.4个

解析:如果有4个或4个以上的内角为锐角,那么与这些锐角相邻的外角都为钝角,所以这些外角的和将大于360°,这与多边形的外角和恒等于360°相矛盾,故在多边形的内角中,锐角的个数不能多于3个. 答案:C

点拨:解决不定量的问题时,常抓住题中不变量来解决问题.本题内角为不定量,而外角和为定量,它不随多边形的边数变化而变化,故从外角入手,问题便迎刃而解.

例5 如图1-1-13,六边形$ABCDEF$的每个内角都是120°,$AF=AB=2$,$BC=CD=3$,求DE、EF的长.

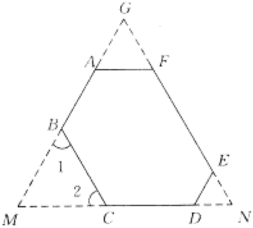


图1-1-13

分析:由每个内角都是120°,想到它的邻补角都是60°,由此联想到等边三角形,双向延长AB、CD、EF,则$\triangle GMN$是等边三角形,利用$GM=MN=NG$,可求出DE、EF的长.

解:双向延长AB、CD、EF,分别相交于点G、M、N.

$\because$ 六边形的每个内角都是120°,

$\therefore \angle 1=180^\circ-120^\circ=60^\circ$,$\angle 2=180^\circ-120^\circ=60^\circ$,

$\therefore \angle M=180^\circ-60^\circ-60^\circ=60^\circ$,

$\therefore \triangle MBC$是等边三角形,即$MB=MC=BC=3$.

同理可得$\angle G=\angle N=60^\circ$,$GA=GF=AF=2$,$ND=EN=DE$.

$\therefore \triangle GMN$是等边三角形,$\therefore MN=NG=MG=AG+AB+BM=2+2+3=7$,$ND=MN-MC-CD=7-3-3=1$,$\therefore DE=ND=1$,

$\therefore EF=GN-EN-GF=7-1-2=4$，故 $DE=1$，$EF=4$.

规律技巧总结：解此类问题时，应由各内角相等，得到各外角都等于60°，故延长各边得到等边三角形，再利用等边三角形的各边都相等，即可求解. 今后在遇到多边形的求解问题时，常考虑转化为三角形的问题来解决，特别是涉及120°、60°、45°、30°等特殊角时，常想到将它转移到特殊三角形中，如等边三角形、直角三角形等.

题组优化训练 TIZUYOUHUAXUNLIAN

误区突破题组

误区一　误用多边形的内角和公式

1.（2006·江苏）已知一个五边形的4个内角都是100°，则第5个角的度数是________.

2. 一个多边形的内角和为1 440°，求其边数.

误区二　不通过计算，而只通过画图来确定能否铺满地面

3. 一幅美丽的图案，在每一个顶点处由四个边长相等的正多边形镶嵌而成，其中的三个分别为正三角形、正四边形、正六边形，那么另一个是(　　)

A. 正三角形　　B. 正四边形　　C. 正五边形　　D. 正六边形

4. 正四边形和正六边形的组合能否铺满地面？

综合创新题组

综合一　多边形与方程的综合

5. 一个多边形的内角和比它的外角和还大180°，这个多边形的边数是________.

6. 一个多边形共有35条对角线，则这个多边形是________边形.

综合二　与方程组的综合

7. 如图1-1-14，宽为50 cm的矩形图案，由10个全等的小长方形拼成，其中一个小长方形的面积为(　　)

A. 400 cm^2　　B. 500 cm^2

C. 600 cm^2　　D. 4 000 cm^2

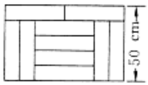


图 1-1-14

创新　新情境题

8.（2007·贵阳）如图1-1-15，小亮从A点出发前进10 m，向右转15°，再前进10 m，又向右转15°，…，这样一直走下去，他第一次回到出发点A时，一共走了________m.

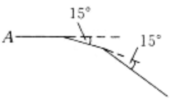


图 1-1-15

9.（2007·青岛）一个大长方体是由四个完全一样的小长方体拼成的，如果每个小长方体的长、宽、高分别是3、1、1，那么这个大长方体的表面积可能有________种不同的值，其中最小值为________.