各版本适用

立足高考大纲　探究知识内涵

解读奥赛真题　揭示思维规律

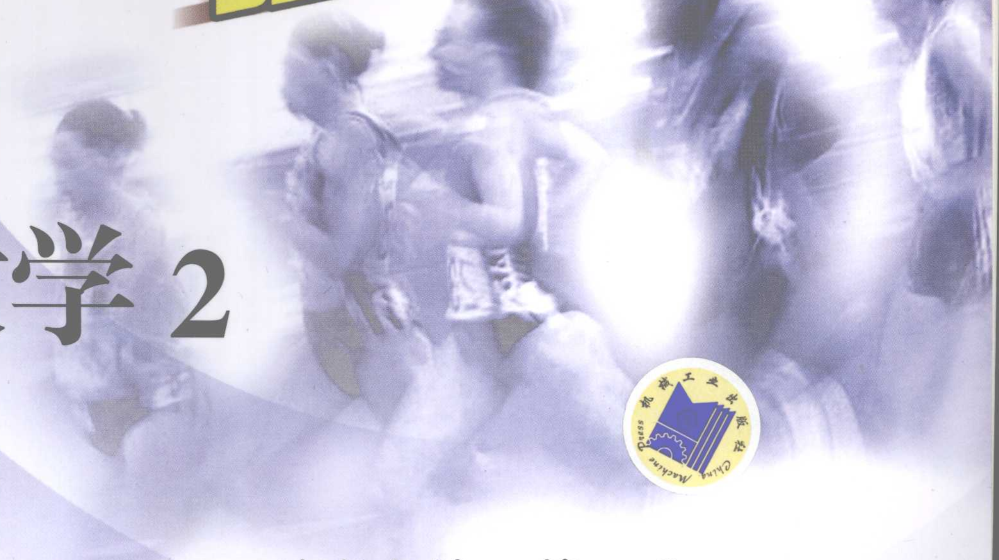
点击高考难题　登上名校殿堂

QUANCHENG DUIJIE

GAOKAO ● AOSAI

高考·奥赛全程对接

强化训练



高中数学 2

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

丛书主编　蔡　晔

高考·奥赛全程对接强化训练

高 中 数 学 2

从书主编 蔡　晔

本书主编 黄凤圣

本书参编 谢瑞聪　李成国　牛本富　李学镇　解玉红
陈　伟　张晓辉　郝伟华　郑芝萍　刘跃先
赵永明　李道军　樊　云　赵忠平　张　立

机械工业出版社

本书以高中数学《大纲》及《课程标准》为依据，全面参考现行的各版本教科书，以“题组训练”的形式将“基础对接题”、“高考对接题”和“奥赛对接题”有机组合，引导学生进行科学的强化训练，突破学习难关，快速提高学习成绩。本书内容略高于平时教学难度，基本接近高考难题和奥赛初赛水平，适合学生课外复习训练拔高成绩之用。

图书在版编目(CIP)数据

高考·奥赛全程对接强化训练．高中数学 2/蔡晔丛书主编．—北京：机械工业出版社，2008.6

ISBN 978-7-111-24422-6

Ⅰ．高...　Ⅱ．蔡...　Ⅲ．数学课—高中—习题—升学参考资料　Ⅳ．G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 090044 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号　邮政编码 100037)

策划编辑：胡　明　　　责任编辑：贾　雪

封面设计：鞠　杨　　　责任印制：李　妍

北京中兴印刷有限公司印刷

2008 年 7 月第 1 版·第 1 次印刷

203mm×280mm·9.5 印张·260 千字

标准书号：ISBN 978-7-111-24422-6

定价：15.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

销售服务热线电话：(010)68326294

购书热线电话：(010)88379639 88379641 88379643

编辑热线电话：(010)88379037

封面无防伪标均为盗版

前 言

“高考”是人生道路上的关键一步，“奥赛”代表着学习水平的最高境界。在学有余力的情况下，将两者巧妙地结合，研习、对比奥赛的解题思路和思维方法，无疑是一条快速拔高成绩、轻松跑赢高考的捷径。“他山之石，可以攻玉”，而“奥赛”这颗“石”是一颗“钻石”。

本书编写思想

学科奥林匹克竞赛对激发学生的才能、引起学生对学习的兴趣、发现科技人才有突出的作用。虽然不是每个人都有机会参加这一比赛并能获奖，但“奥赛”中渗透着对知识精髓的挖掘和创新思维的指引，这对学生的日常学习有着重要的指导和借鉴意义。

对比“奥赛”初赛、复赛大纲和高考大纲，可以看出，“奥赛”考查的重点是学生对基本知识的深入理解、对所学知识的综合运用以及对创新能力的独立体验。而这一点恰恰是“新课标”素质教育中的核心内容，也是高考试卷改革的精神实质。

翻开各地历年的高考试卷，不难看出，很多高考难题、选拔题都有以前“奥赛”试题的影子。有的甚至就是往届“奥赛”题的翻版。

因此，本书以“题组训练”的形式，引导学生通过对不同难度、不同层次的典型题组进行强化训练，快速找到一套提高成绩、突破难题的最直接有效的方法。为了防止学生在钻研“奥赛”题时顾此失彼、得不偿失，本书设置的题组训练是循序渐进的。内容的难度要高于高考的难度，以高考大纲中的重、难点和被“奥赛”大纲加深、拓展的知识点为知识基础，将课堂重点基础题、高考典型题和“奥赛”经典题有机组合，进行阶梯式训练，发掘学生的思维潜能，培养学生的创新能力。

熟能生巧，厚积薄发。“学习”应以“习”为主，有“习”才有“得”。适量的针对性强化训练是真正将他人的经验变为自己的本领的唯一途径，是开发自己创新思维的基石。本书编者希望通过“练”来带领学生探寻到突破难题法宝。

本书编写构架

本书结构简单明了，思路简明清晰，内容简洁实用。本书内容按章节专题划分单元，每一章是一个大知识块，涵盖“大纲”和“课程标准”中列出的所有知识块。并将高考中的热点专题单独成章训练。

每一小节训练的题目分为 A、B、C 三组。题型包括高考试卷中的各种题型。每道题均配有详细解答过程。

本书使用说明

A 组为基础中的重点题，包括了课本上的精典题目、课外延伸的内容和学习过程中的一些难题，难度高于课本内容的难度。在掌握课本基本知识的基础上，可以使用本组题目，这有助于学生进一步加深对课本内容的理解和巩固。B 组为高考真题和各地模拟题，这部分试题有助于我们进一步掌握知识，把所学知识与高考联系起来。C 组为奥赛真题和创新题等，达到奥赛复赛的难度水平。这组题有助于我们把握知识的精髓，形成创新思想，可作为突破高考压轴题训练之用，也可以供准备参加“奥赛”的同学们训练使用。

书后答案部分为所有题目的详解，便于学生自学自评之用。

本丛书是《高考・奥赛全程对接》的配套练习，涉及数学、物理、化学、生物各科，涵盖中学各个年级，共计 16 分册，可作为新课标学习的同步提高、高考复习和竞赛辅导教材使用。

本书编写力量

参加本丛书编写的人员均为来自北京、山东、江苏、湖北、湖南、广东、河北各省市重点名校的一线优秀教师和奥赛辅导教练；部分清华大学和北京大学的“奥赛”保送生和高考理科状元也为本丛书做了许多有益工作。在此向他们为本书所作的工作致以真诚的感谢。

由于编写时间较紧，可能存在一些缺憾，敬请广大读者批评指正。

编　者

目 录

第一章　三角函数

A组 基础对接题

1. 设函数 $f(x)=\sin 3x+|\sin 3x|$，则 $f(x)$ 为（　　）

A. 周期函数，最小正周期为$\frac{2\pi}{3}$

B. 周期函数，最小正周期为$\frac{\pi}{3}$

C. 周期函数，最小正周期为 2π

D. 非周期函数

2. 如果$|x|\leqslant\frac{\pi}{4}$，那么函数 $f(x)=\cos^2 x+\sin x$ 的最小值是（　　）

A. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$　　B. $-\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

C. -1　　D. $\frac{1-\sqrt{2}}{2}$

3. 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2},x\in\mathbf{R})$的部分图像如图 1－1 所示，则函数表达式为（　　）

A. $y=-4\sin\left(\frac{\pi}{8}x+\frac{\pi}{4}\right)$

B. $y=4\sin\left(\frac{\pi}{8}x-\frac{\pi}{4}\right)$

C. $y=-4\sin\left(\frac{\pi}{8}x-\frac{\pi}{4}\right)$

D. $y=4\sin\left(\frac{\pi}{8}x+\frac{\pi}{4}\right)$

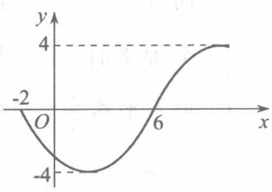


图 1－1

4. 已知函数 $f(x)=2\sin\omega x(\omega>0)$在区间$\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{4}\right]$上的最小值为$-2$，则 ω 的最小值为（　　）

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{3}{2}$

C. 2　　D. 3

5. 下列函数中，周期为 2 的是（　　）

A. $y=2\cos^2\pi x-1$

B. $y=\sin^2\pi x+\cos 2\pi x$

C. $y=\tan\left(\frac{\pi}{2}x+\frac{\pi}{3}\right)$

D. $y=\sin\pi x\cos\pi x$

6. 已知 $f(x)=2\cos(\omega x+\varphi)+b$，对于任意实数 x 都有 $f\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=f(-x)$成立，且 $f\left(\frac{\pi}{8}\right)=-1$，则实数 b 的值为（　　）

A. ±1　　B. -3 或 1

C. ±3　　D. -1 或 3

7. 将函数 $y=\sin 2x-1$ 的图像沿向量 $\boldsymbol{a}=\left(\frac{\pi}{4},1\right)$平移，则平移后的图像所对应的函数解析式为（　　）

A. $y=\cos 2x-2$　　B. $y=-\cos 2x-2$

C. $y=\cos 2x$　　D. $y=-\cos 2x$

8. 已知函数 $y=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,0<\varphi\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$，且此函数的图像如图 1－2 所示，则点 $P(\omega,\varphi)$的坐标是（　　）

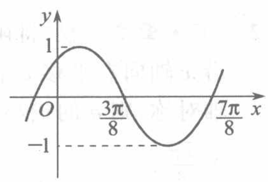


图 1－2

A. $\left(2,\frac{\pi}{2}\right)$　　B. $\left(2,\frac{\pi}{4}\right)$

C. $\left(4,\frac{\pi}{2}\right)$　　D. $\left(4,\frac{\pi}{4}\right)$

9. 已知函数 $f(x)=2\sin x,g(x)=\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$，直线 $x=m$ 与 $f(x)$、$g(x)$的图像分别交于 M、N 点，则$|MN|$的最大值是________.

10. 函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0)$的部分图像如图 1－3 所示，则 $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(11)=$________.

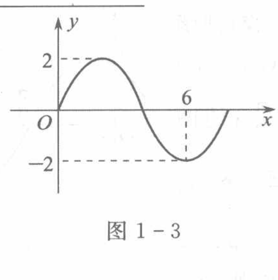


图 1－3

11. 给出下列 4 个题：

①函数 $y=-\sin(k\pi+x)(k\in\mathbf{Z})$ 是奇函数；

②函数 $y=\tan x$ 的图像关于点 $\left(k\pi+\frac{\pi}{2},0\right)$ $(k\in\mathbf{Z})$ 对称；

③函数 $y=(\sin x+\cos x)^2+\cos 2x$ 的最大值为 3；

④函数 $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图像由 $y=\sin 2x$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位得到.

其中正确命题的序号是________（把你认为正确命题的序号都填上）.

12. 已知函数 $y=\sqrt{3}\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}(x\in\mathbf{R})$.

(1)用“五点法”画出它的图像；

(2)求它的振幅、周期及初相；

(3)说明该函数的图像可由 $y=\sin x$ 的图像经过怎样的变换而得到？

B组 高考对接题

1. (07·广州测试一)函数 $f(x)=\sin x-\cos x$ $(x\in\mathbf{R})$ 的最小正周期是 (　　)

A. $\frac{\pi}{2}$　　B. π

C. 2π　　D. 3π

2. (07·肇庆一模)将函数 $y=\sin x-\sqrt{3}\cos x$ 的图像沿 x 轴向右平移 a 个单位($a>0$)，所得图像关于 y 轴对称，则 a 的最小值为 (　　)

A. $\frac{7\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{2}$

C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{6}$

3. (06·天津)已知函数 $f(x)=a\sin x-b\cos x$(a、b 为常数，$a\neq 0$，$x\in\mathbf{R}$)在 $x=\frac{\pi}{4}$ 处取得最小值，则函数 $y=f\left(\frac{3\pi}{4}-x\right)$ 是 (　　)

A. 偶函数且它的图像关于点$(\pi,0)$对称

B. 偶函数且它的图像关于点$\left(\frac{3\pi}{2},0\right)$对称

C. 奇函数且它的图像关于点$\left(\frac{3\pi}{2},0\right)$对称

D. 奇函数且它的图像关于点$(\pi,0)$对称

4. (07·济宁一模)把函数 $y=\sin(\omega x+\varphi)$ $\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位，所得曲线的一部分如图 1 - 4 所示，则 ω、φ 的值分别为(　　)

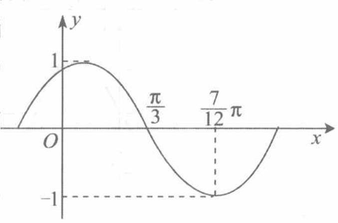


图 1 - 4

A. 1、$\frac{\pi}{3}$　　B. 1、$-\frac{\pi}{3}$

C. 2、$\frac{\pi}{3}$　　D. 2、$-\frac{\pi}{3}$

5. (07·威海质量检测)要得到函数 $y=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图像，只需将函数 $y=2\sin x$ 的图像 (　　)

A. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位，再把所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍，纵坐标不变

B. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位，再把所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍，纵坐标不变

C. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位，再把所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变

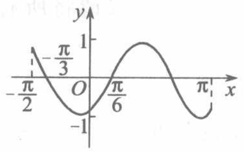
D. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位，再把所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变

6. (07·惠州 4 月模拟)函数 $f(x)=\sin\omega x(\omega>0)$，对任意 x 有 $f\left(x-\frac{1}{2}\right)=f\left(x+\frac{1}{2}\right)$，且 $f\left(-\frac{1}{4}\right)=-a$，那么 $f\left(\frac{9}{4}\right)$ 等于 (　　)

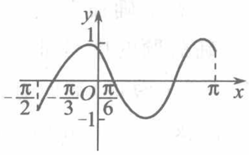
A. a　　B. $-\frac{1}{4}a$

C. $\frac{1}{4}a$　　D. $-a$

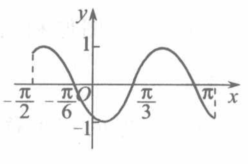
7. (07·宁夏)函数 $y=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{2},\pi\right]$ 的简图是 ( )



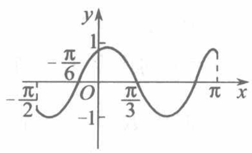
A



B



C



D

8. (07·烟台测试)如图 1－5,给出下列三个函数的图像:

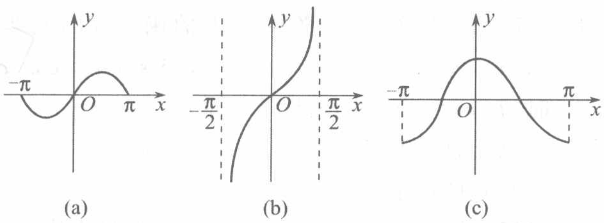


图 1－5

它们对应的函数表达式分别满足下列性质中的一条:

①$f(2x)=2[f(x)]^2-1$;

②$f(x+y)=\dfrac{f(x)+f(y)}{1-f(x)f(y)}$;

③$[f(x)]^2=4[f(x)]^2\{1-[f(x)]^2\}$.

则正确的对应方式是 ( )

A. 图 a—①,图 b—②,图 c—③

B. 图 b—①,图 c—②,图 a—③

C. 图 c—①,图 b—②,图 a—③

D. 图 a—①,图 c—②,图 b—③

9. (07·湖北)设函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$ $\left(\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$. 若将 $f(x)$ 的图像沿 x 轴向右平移 $\frac{1}{6}$ 个单位长度,得到的图像经过坐标原点;若将 $f(x)$ 的图像上所有的点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍(纵坐标不变),得到的图像经过点 $\left(\frac{1}{6},1\right)$,则 ( )

A. $\omega=\pi$、$\varphi=\frac{\pi}{6}$

B. $\omega=2\pi$,$\varphi=\frac{\pi}{3}$

C. $\omega=\frac{3\pi}{4}$,$\varphi=\frac{\pi}{8}$

D. 适合条件的 ω,φ 不存在

10. (06·安徽)将函数 $y=\sin\omega x(\omega>0)$ 的图像按向量 $\boldsymbol{a}=\left(-\frac{\pi}{6},0\right)$ 平移,平移后的图像如图 1－6 所示,则平移后的图像所对应函数的解析式是 ( )

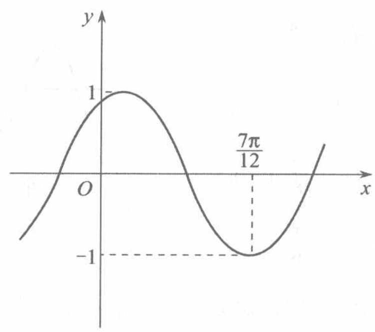
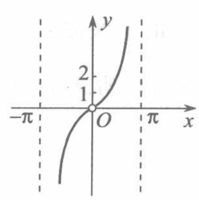


图 1－6

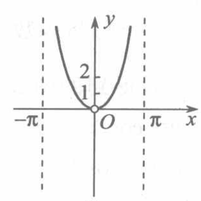
A. $y=\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$　　B. $y=\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$

C. $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$　　D. $y=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$

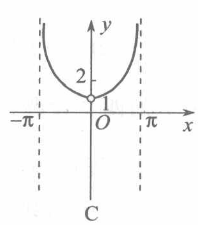
11. (07·北京海淀模拟)函数 $y=\dfrac{x}{\sin x}$,$x\in(-\pi,0)\cup(0,\pi)$ 的图像可能是 ( )



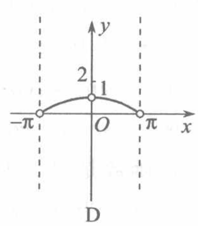
A



B



C



D

12. (07·北京东城模拟)若把一个函数 $y=f(x)$ 的图像按 $\boldsymbol{a}=\left(-\frac{\pi}{3},-1\right)$ 平移后得到函数 $y=\cos x$

的图像，则函数 $y=f(x)$ 的解析式为　　（　　）

A. $y=\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-1$

B. $y=\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)-1$

C. $y=\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+1$

D. $y=\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+1$

13. (07·成都模拟)已知直线 $y=kx(k>0)$ 与函数 $y=2\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$ 的图像(如图 1-7 所示)有且仅有两个公共点，若这两个公共点的横坐标分别为 α、β，$\beta<\alpha$，则下列结论中正确的是　　（　　）

A. $\tan\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=\beta$

B. $\tan\left(\beta-\frac{\pi}{6}\right)=\alpha$

C. $\tan\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=\alpha$

D. $\tan\left(\beta-\frac{\pi}{6}\right)=\beta$

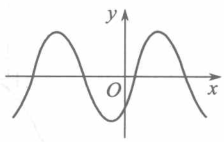


图 1-7

14. (07·武汉模拟)函数 $y=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$ 的单调增区间为　　（　　）

A. $\left[k\pi+\frac{\pi}{3},k\pi+\frac{5\pi}{6}\right]$

B. $\left[k\pi+\frac{\pi}{6},k\pi+\frac{2\pi}{3}\right]$

C. $\left[k\pi-\frac{\pi}{3},k\pi+\frac{\pi}{6}\right]$

D. $\left[k\pi+\frac{5\pi}{6},k\pi+\pi\right]$

15. (07·天津)将函数 $y=\sin 2x$ 的图像按 $\boldsymbol{a}=\left(\frac{\pi}{2},1\right)$ 平移后得到的图像对应的函数解析式是　（　　）

A. $y=\cos 2x+1$

B. $y=-\cos 2x+1$

C. $y=\sin 2x+1$

D. $y=-\sin 2x+1$

16. (07·潍坊 4 月统考)对于函数 $f(x)=\begin{cases}\sin x & \sin x\leqslant\cos x\\ \cos x & \sin x>\cos x\end{cases}$，给出下列四个命题：

①该函数是以 π 为最小正周期的周期函数；

②当且仅当 $x=\pi+k\pi(k\in\mathbf{Z})$ 时，该函数取得最小值是 -1；

③该函数的图像关于 $x=\frac{5\pi}{4}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$ 对称；

④当且仅当 $2k\pi<x<\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$ 时，$0<f(x)\leqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$.

其中正确命题的序号是________.(请将所有正确命题的序号都填上)

17. (07·四川)下面有五个命题：

①函数 $y=\sin^4x-\cos^4x$ 的最小正周期是 π.

②终边在 y 轴上的角的集合是 $\{\alpha|\alpha=\frac{k\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\}$；

③在同一坐标系中，函数 $y=\sin x$ 的图像和函数 $y=x$ 的图像有三个公共点；

④把函数 $y=3\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 得到 $y=3\sin 2x$ 的图像；

⑤函数 $y=\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$ 在 $[0,\pi]$ 上是减函数.

其中，真命题的编号是________.(写出所有真命题的编号)

18. (07·南昌模拟)定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$：当 $\sin x\leqslant\cos x$ 时，$f(x)=\cos x$，当 $\sin x>\cos x$ 时，$f(x)=\sin x$，给出以下结论：

①$f(x)$ 是周期函数；

②$f(x)$ 的最小值为 -1；

③当且仅当 $x=2k\pi(k\in\mathbf{Z})$ 时，$f(x)$ 取最小值；

④当且仅当 $2k\pi-\frac{\pi}{2}<x<(2k+1)\pi(k\in\mathbf{Z})$ 时，$f(x)>0$；

⑤$f(x)$ 的图像上相邻最低点的距离是 2π.

其中正确的结论序号是________.

19. (07·辽宁联考)已知 $\boldsymbol{a}=(\sin^2x,\cos x)$，$\boldsymbol{b}=(1,2\sin x+3\cos x)$，$f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$，其中 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$.

(Ⅰ)求 $f(x)$ 的值域；

(Ⅱ)求 $f(x)$ 的单调递增区间.

20. (07·福州模拟)已知向量 $\boldsymbol{a}=(\sin x,\cos x)$，$\boldsymbol{b}=(\sin x,\sin x)$，$\boldsymbol{c}=(\sqrt{3}\cos x,\cos x)$，$\boldsymbol{d}=(0,\sin x)$.

(Ⅰ)当 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$时，求 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 的最大值；

(Ⅱ)设函数 $f(x)=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{c}-\boldsymbol{d})$，求函数 $f(x)$的图像按向量 $\boldsymbol{m}=\left(\frac{\pi}{12},1\right)$平移后得到函数 $g(x)$的解析式.

21. (07·临汾模拟)已知函数 $g(x)=\frac{1}{2}\sin\left(2x+\frac{2\pi}{3}\right)$，$f(x)=a\cos^2\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+b$，且函数 $y=f(x)$的图像是函数 $y=g(x)$的图像按向量 $\boldsymbol{a}=\left(-\frac{\pi}{4},\frac{1}{2}\right)$平移得到的.

(Ⅰ)求实数 a、b 的值；

(Ⅱ)设 $h(x)=g(x)-\sqrt{3}f(x)$，求 $h(x)$的最小值及相应的 x.

C组 竞赛对接题

1. (05·浙江高中数学联赛)设 $f_1(x)=\sqrt{2}$，$f_2(x)=\sin x+\cos\sqrt{2}x$，$f_3(x)=\sin\frac{x}{\sqrt{2}}+\cos\sqrt{2}x$，$f_4(x)=\sin x^2$，上述函数中，周期函数的个数是　(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

2. (05·湖南数学竞赛)如果圆 $x^2+y^2=n^2$ 至少覆盖函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\frac{\pi x}{n}$的一个最大点和一个最小点，则正整数 n 的最小值为　(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

3. (05·江苏高中数学联赛)函数 $y=f(x)$的图像按向量 $\boldsymbol{a}=\left(\frac{\pi}{4},2\right)$平移后，得到的图像的解析式为 $y=\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+2$. 那么 $y=f(x)$的解析式为　(　　)

A. $y=\sin x$　　B. $y=\cos x$

C. $y=\sin x+2$　　D. $y=\cos x+4$

4. (07·荆门数学竞赛)当 $x\in(0,\frac{\pi}{4})$时，下面四个函数中最大的是　(　　)

A. $\sin(\cos x)$　　B. $\sin(\sin x)$

C. $\cos(\sin x)$　　D. $\cos(\cos x)$

5. (05·江苏高中数学联赛)函数 $y=|\cos x|+|\cos 2x|$ $(x\in\mathbf{R})$的最小值是________.

6. (07·荆门数学竞赛)已知函数 $f(x)=a+b\sin 2x+c\cos 2x$的图像经过点 $A(0,1)$、$B(\frac{\pi}{4},1)$，且当 $x\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$时，$f(x)$的最大值为 $2\sqrt{2}-1$，则 $f(x)$的解析式为 $f(x)=$__________.

7. (06·全国高中数学联赛)设 $f(x)=\sin^4 x-\sin x\cos x+\cos^4 x$，则 $f(x)$的值域是__________.

8. 已知函数 $f(x)=-a\cos 2x-2\sqrt{3}a\sin x\cos x+2a+b$ 的定义域为$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，值域为$[-5,1]$，求常数 a、b 的值.

第二章　平面向量

第一节　向量及其运算

A组 基础对接题

1. 设 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 是不共线向量，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}+k\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AC}=m\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ (k、$m\in\mathbf{R}$)，则 A、B、C 三点共线的充要条件是 (　　)

A. $k+m=0$　　B. $k=m$

C. $km+1=0$　　D. $km=1$

2. 已知 $\overrightarrow{OP}=(2,1)$，$\overrightarrow{OA}=(1,7)$，$\overrightarrow{OB}=(5,1)$，设 M 为直线 OP 上一点，则当 $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$ 有最小值时，$\cos\angle AMB$ 的值为 (　　)

A. $-\frac{4\sqrt{17}}{17}$　　B. $-\frac{\sqrt{17}}{17}$

C. $\frac{\sqrt{17}}{17}$　　D. $\frac{4\sqrt{17}}{17}$

3. 已知 $\boldsymbol{a}=(4,3)$，函数 $f(x)=x^2+mx+n$ 的图像按向量 $\boldsymbol{a}$ 平移得到的图像，恰与直线 $4x+y-8=0$ 相切于点 $T(1,4)$，则原函数的解析式为 (　　)

A. $f(x)=x^2+2x+1$　　B. $f(x)=x^2+2x+2$

C. $f(x)=x^2+2x-2$　　D. $f(x)=x^2+2x$

4. 若向量 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，则 $\angle AOB$ 平分线上的向量 $\overrightarrow{OM}$ 为 (　　)

A. $\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}+\frac{\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}$　　B. $\lambda\left(\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}+\frac{\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}\right)$，$\lambda\in\mathbf{R}$

C. $\frac{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|}$　　D. $\frac{|\boldsymbol{b}|\boldsymbol{a}+|\boldsymbol{a}|\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|}$

5. 设 $|\boldsymbol{a}|=4$，$|\boldsymbol{b}|=3$，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 夹角为 60°，则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$ 等于 (　　)

A. 37　　B. 13　　C. $\sqrt{37}$　　D. $\sqrt{13}$

6. 已知 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，$|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=3$，且 $(3\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\cdot(\lambda\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=0$，则 $\lambda=$ (　　)

A. $\frac{3}{2}$　　B. $-\frac{3}{2}$

C. $\pm\frac{3}{2}$　　D. 1

7. 给出下列命题：

①若 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$，则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$；

②向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 是共线向量，则 A、B、C、D 必在同一条直线上；

③若 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{c}$；

④$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$ 的充要条件是 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$ 且 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$；

⑤若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{b}/\!/\boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{c}$.

其中，正确命题的序号是________.

8. 解答下列问题：

(1)已知 $\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(-3,2)$，当实数 k 为何值时，

①$k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}$ 垂直？

②$k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}$ 平行？

(2)已知 $\boldsymbol{a}=(2x-y+1,x+y-2)$，$\boldsymbol{b}=(2,-2)$，

①当 x、y 为何值时，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线？

②是否存在实数 x、y，使得 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，且 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$？若存在，求出 xy 的值；若不存在，说明理由.

(3)设 $\boldsymbol{n}$ 和 $\boldsymbol{m}$ 是两个单位向量，其夹角是 60°，试求向量 $\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ 和 $\boldsymbol{b}=-3\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{n}$ 的夹角.

9. 已知平面上三向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$ 的模均为 1，它们相互之间的夹角均为 120°.

(1)求证：$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{c}$；

(2)若 $|k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}|>1$ ($k\in\mathbf{R}$)，求 k 的取值范围.

10. 设向量 $\boldsymbol{a}=(\cos\alpha,\cos\beta)$，$\boldsymbol{b}=(\cos\theta,\cos\varphi)$，$\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+t\boldsymbol{b}(t\in\mathbf{R})$，其中 α、β、θ、φ 为锐角，且 $\alpha+\beta=\theta+\varphi=2(\alpha+\varphi)=\frac{\pi}{2}$.

(1)求 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$；

(2)当 t 为何值时，$\boldsymbol{c}$ 的模最小？最小值是多少？

11. PQ 过$\triangle OAB$ 的重心 G，$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OP}=m\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OQ}=n\boldsymbol{b}$，求证：$\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=3$.

B组 高考对接题

1. (06・重庆模拟)与向量 $\boldsymbol{a}=\left(\frac{7}{2},\frac{1}{2}\right)$，$\boldsymbol{b}=\left(\frac{1}{2},-\frac{7}{2}\right)$的夹角相等，且模为 1 的向量是　(　　)

A. $\left(\frac{4}{5},-\frac{3}{5}\right)$

B. $\left(\frac{4}{5},-\frac{3}{5}\right)$或$\left(-\frac{4}{5},\frac{3}{5}\right)$

C. $\left(\frac{2\sqrt{2}}{3},-\frac{1}{3}\right)$

D. $\left(\frac{2\sqrt{2}}{3},-\frac{1}{3}\right)$或$\left(-\frac{2\sqrt{2}}{3},\frac{1}{3}\right)$

2. (07・广东调研)若向量$\overrightarrow{AB}=(3,-1)$，$\boldsymbol{n}=(2,1)$，且 $\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AC}=7$，那么 $\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BC}$的值为　(　　)

A. 0　　B. 2

C. -2　　D. -2 或 2

3. (07・湖南)设 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 是非零向量，若函数 $f(x)=(x\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-x\boldsymbol{b})$的图像是一条直线，则必有　(　　)

A. $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$　　B. $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$

C. $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$　　D. $|\boldsymbol{a}|\neq|\boldsymbol{b}|$

4. (06・济南统考)已知：向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(-2,-4)$，$|\boldsymbol{c}|=\sqrt{5}$. 若$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=\frac{5}{2}$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 的夹角为(　　)

A. 30°　　B. 60°　　C. 120°　　D. 150°

5. (07・湖北)设 $\boldsymbol{a}=(4,3)$，$\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 上的投影为$\frac{5\sqrt{2}}{2}$，$\boldsymbol{b}$ 在 x 轴上的投影为 2. 且$|\boldsymbol{b}|\leqslant 14$，则 $\boldsymbol{b}$ 为　(　　)

A. $(2,14)$　　B. $\left(2,-\frac{2}{7}\right)$

C. $\left(-2,\frac{2}{7}\right)$　　D. $(2,8)$

6. (07・济南统考)若平面向量 $\boldsymbol{a}=(1,-2)$与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角是 180°，且$|\boldsymbol{b}|=3\sqrt{5}$，则 $\boldsymbol{b}$ 等于　(　　)

A. $(-3,6)$　　B. $(3,-6)$

C. $(6,-3)$　　D. $(-6,3)$

7. (07・辽宁)若向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 不共线，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}\neq 0$，且 $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}-\left(\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}\right)\boldsymbol{b}$，则向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 的夹角为　(　　)

A. 0　　B. $\frac{\pi}{6}$

C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

8. (07・重庆)如图 2-1，在四边形 $ABCD$ 中，$|\overrightarrow{AB}|+|\overrightarrow{BD}|+|\overrightarrow{DC}|=4$，$|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{BD}|+|\overrightarrow{BD}|\cdot|\overrightarrow{DC}|=4$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{DC}=0$，则$(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC})\cdot\overrightarrow{AC}$的值为　(　　)

A. 2　　B. $2\sqrt{2}$

C. 4　　D. $4\sqrt{2}$

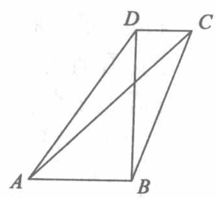


图 2-1

9. (07·天津)设两个向量 $\boldsymbol{a}=(\lambda+2,\lambda^2-\cos^2\alpha)$ 和 $\boldsymbol{b}=(m,\frac{m}{2}+\sin\alpha)$，其中 $\lambda、m、\alpha$ 为实数. 若 $\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{b}$，则 $\frac{\lambda}{m}$ 的取值范围是 (　　)

A. $[-6,1]$　　B. $[4,8]$

C. $(-\infty,1]$　　D. $[-1,6]$

10. (07·烟台测试二)已知 $\boldsymbol{a}、\boldsymbol{b}$ 是两个相互垂直的单位向量，$|\boldsymbol{c}|=13$，$\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{a}=3$，$\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{b}=4$. 则对于任意实数 t_1,t_2，$|\boldsymbol{c}-t_1\boldsymbol{a}-t_2\boldsymbol{b}|$ 的最小值是 (　　)

A. 5　　B. 12

C. 7　　D. 13

11. (07·广州测试一)已知 $m\in\mathbf{R}$，向量 $\boldsymbol{a}=(m,1)$，若 $|\boldsymbol{a}|=2$，则 m 等于 (　　)

A. 1　　B. $\sqrt{3}$

C. ±1　　D. $\pm\sqrt{3}$

12. (06·广州测试二)已知 $|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=\sqrt{2}$，且 $\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，则向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{b}$ 的夹角是 (　　)

A. 30°　　B. 45°　　C. 90°　　D. 135°

13. (07·肇庆二模)若 $|\boldsymbol{a}|=2\sin15°$，$|\boldsymbol{b}|=4\cos15°$，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 30°，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 的值为 (　　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\sqrt{3}$　　D. $2\sqrt{3}$

14. (07·北京海淀模拟)已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(\cos\alpha,\sin\alpha)$，$\boldsymbol{b}=(\cos\beta,\sin\beta)$，$(\alpha、\beta\in\mathbf{R})$. 当 $\alpha=\frac{\pi}{2}$，$\beta=\frac{\pi}{6}$ 时，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 的值为________；若 $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$，则实数 λ 的值为________.

15. (07·汕头模拟)已知向量 $\boldsymbol{a}=(8,\frac{1}{2}x)$，$\boldsymbol{b}=(x,1)$，$(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\parallel\boldsymbol{b}$，且 $x<0$，则 x 的值为________.

16. (06·烟台三诊)已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,1)$，$\boldsymbol{b}=(1,-1)$，$\boldsymbol{c}=(\sqrt{2}\cos\alpha,\sqrt{2}\sin\alpha)(\alpha\in\mathbf{R})$，实数 $m、n$ 满足 $m\boldsymbol{a}+n\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$，则 $(m-3)^2+n^2$ 的最大值为____.

17. (07·陕西)如图 2-2，平面内有三个向量 $\overrightarrow{OA}、\overrightarrow{OB}、\overrightarrow{OC}$，其中 $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OB}$ 的夹角为 120°，$\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OC}$ 的夹角为 30°，且 $|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=1$，$|\overrightarrow{OC}|=2\sqrt{3}$. 若 $\overrightarrow{OC}=\lambda\overrightarrow{OA}+\mu\overrightarrow{OB}(\lambda,\mu\in\mathbf{R})$，则 $\lambda+\mu$ 的值为________.

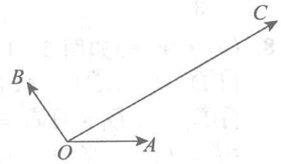


图 2-2

18. (07·陕西)设函数 $f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$，其中向量 $\boldsymbol{a}=(m,\cos2x)$，$\boldsymbol{b}=(1+\sin2x,1)$，$x\in\mathbf{R}$，且函数 $y=f(x)$ 的图像经过点 $\left(\frac{\pi}{4},2\right)$.

(Ⅰ)求实数 m 的值；

(Ⅱ)求函数 $f(x)$ 的最小值及此时 x 值的集合.

19. (07·宁夏训练)设向量 $\boldsymbol{a}=(\sin x,\sqrt{3}\cos x)$，$\boldsymbol{b}=(\cos x,\cos x)$，$\left(0<x<\frac{\pi}{2}\right)$.

(Ⅰ)若 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$，求 $\tan x$ 的值；

(Ⅱ)求函数 $f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 的最大值及相应 x 的值.

20. (07·德州检测)已知：向量 $\boldsymbol{m}=(\cos\alpha-\frac{\sqrt{2}}{3},-1)$，$\boldsymbol{n}=(\sin\alpha,1)$，$\boldsymbol{m}\parallel\boldsymbol{n}$ 且 $\alpha\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$.

(Ⅰ)求 $\sin\alpha-\cos\alpha$ 的值；

(Ⅱ)求 $\frac{1+\sin2\alpha+\cos2\alpha}{1+\tan\alpha}$ 的值.

C组 竞赛对接题

1. (06·湖南高中数学竞赛)已知在矩形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$BC=3$，则$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC}$的模等于 ( )

A. 0　　B. 5

C. $\sqrt{13}$　　D. $2\sqrt{13}$

2. (06·湖南高中数学竞赛)已知$\overrightarrow{AB}=(k,1)$，$\overrightarrow{AC}=(2,3)$，则下列 k 值中能使$\triangle ABC$是直角三角形的一个值是 ( )

A. $\frac{3}{2}$　　B. $1-\sqrt{2}$

C. $1-\sqrt{3}$　　D. $-\sqrt{5}$

3. (06·江苏六合中学竞赛)设平面上有四个互异的点 A、B、C、D，已知$(\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}-2\overrightarrow{DA})\cdot(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})=0$，则$\triangle ABC$的形状是 ( )

A. 等腰三角形　　B. 直角三角形

C. 等腰直角三角形　　D. 等边三角形

4. (06·湖南高中数学竞赛)若$\triangle ABC$的三条中线 AD、BE、CF 相交于点 M，则$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=$________.

5. (05·江苏高中数学联赛)设向量$\overrightarrow{OA}$绕点 O 逆时针旋转$\frac{\pi}{2}$得向量$\overrightarrow{OB}$，且 $2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=(7,9)$，则向量$\overrightarrow{OB}=$________.

6. (05·全国高中数学竞赛)已知向量 $\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$ 与 $7\boldsymbol{a}-5\boldsymbol{b}$ 垂直，$\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b}$ 与 $7\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$ 垂直，则向量 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角是____________.

7. (06·江苏六合中学竞赛)向量$\overrightarrow{OP_1}$、$\overrightarrow{OP_2}$、$\overrightarrow{OP_3}$满足条件$\overrightarrow{OP_1}+\overrightarrow{OP_2}+\overrightarrow{OP_3}=\boldsymbol{0}$，$|\overrightarrow{OP_1}|=|\overrightarrow{OP_2}|=|\overrightarrow{OP_3}|=1$，试判断$\triangle P_1P_2P_3$的形状，并加以证明.

8. (06·烟台竞赛)已知 $\boldsymbol{a}=(1,x)$，$\boldsymbol{b}=(x^2+x,-x)$，$m$ 为实数，求使 $m(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})^2-(m+1)\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+1<0$ 成立的 x 的范围.

第二节 向量的应用

A组 基础对接题

1. 在菱形 $ABCD$ 中，下列关系式不正确的是 ( )

A. $\overrightarrow{AB}/\!/\overrightarrow{CD}$

B. $(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})\perp(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD})$

C. $(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD})\cdot(\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC})=0$

D. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CD}$

2. 已知平面内三点 $A(2,2)$，$B(1,3)$，$C(7,x)$满足$\overrightarrow{BA}\perp\overrightarrow{CA}$，则 x 的值为 ( )

A. 3　　B. 6　　C. 7　　D. 9

3. 在$\triangle ABC$中，若$(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB})\cdot(\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB})=0$，则$\triangle ABC$的形状为 ( )

A. 正三角形　　B. 直角三角形

C. 等腰三角形　　D. 无法确定

4. 已知点 $B(\sqrt{2},0)$，点 O 为坐标原点且点 A 在圆 $(x-\sqrt{2})^2+(y-\sqrt{2})^2=1$ 上，则$\overrightarrow{OA}$与$\overrightarrow{OB}$的夹角 θ 的最大值与最小值分别是 ( )

A. $\frac{\pi}{4},0$　　B. $\frac{5\pi}{12},\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{5\pi}{12},\frac{\pi}{12}$　　D. $\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{12}$

5. 已知一物体在共点力 $\boldsymbol{F}_1=(\lg2,\lg2)$，$\boldsymbol{F}_2=(\lg5,\lg2)$的作用下产生位移 $\boldsymbol{s}=(2\lg5,1)$，则共点力对物体做的功 W 为 ( )

A. lg2　　B. lg5

C. 1　　D. 2

6. 已知向量集合 $M=\{\boldsymbol{a}\mid\boldsymbol{a}=(1,2)+\lambda(1,2),\lambda\in\mathbf{R}\}$，$N=\{\boldsymbol{a}\mid\boldsymbol{a}=(-1,-1)+\mu(3,5),\mu\in\mathbf{R}\}$，则 $M\cap N=$ （　　）

A. $\{(1,1)\}$　　B. $\{(1,1),(2,4)\}$

C. $\{(2,4)\}$　　D. $\varnothing$

7. 设平面向量 $\boldsymbol{a}=(x,y)$，$\boldsymbol{b}=(x^2,y^2)$，$\boldsymbol{c}=(1,-1)$，$\boldsymbol{d}=\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{4}\right)$，若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{d}=1$，则这样的向量 $\boldsymbol{a}$ 的个数有 （　　）

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 4 个

8. 在水流速度为 $4\sqrt{3}$ km/h 的河水中，一艘船以 12 km/h的速度垂直对岸行驶，则这艘船实际航行速度的大小为________，方向________.

9. 如图 2－3，平面上三个力 $\boldsymbol{F}_1$、$\boldsymbol{F}_2$、$\boldsymbol{F}_3$ 同作用于一点而处于平衡状态，$|\boldsymbol{F}_1|=1\text{N}$，$|\boldsymbol{F}_2|=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}\text{N}$，$\boldsymbol{F}_1$ 与 $\boldsymbol{F}_2$ 的夹角为 45°，试求 $\boldsymbol{F}_3$ 的大小及 $\boldsymbol{F}_3$ 与 $\boldsymbol{F}_1$ 的夹角 α 的大小.

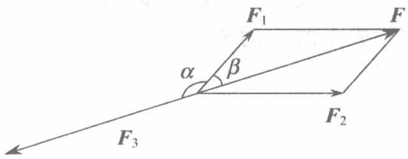


图 2－3

10. 平面内有向量 $\overrightarrow{OA}=(1,7)$、$\overrightarrow{OB}=(5,1)$、$\overrightarrow{OP}=(2,1)$，点 Q 为直线 OP 上的一个动点.

(1) 当 $\overrightarrow{QA}\cdot\overrightarrow{QB}$ 取最小值时，求 $\overrightarrow{OQ}$ 的坐标；

(2) 当点 Q 满足(1)的条件和结论时，求 $\cos\angle AQB$ 的值.

11. 如图 2－4 所示，在 Rt△ABC 中，已知 $BC=a$，若长为 $2a$ 的线段 PQ 以点 A 为中点，问 $\overrightarrow{PQ}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 的夹角 θ 取何值时 $\overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{CQ}$ 的值最大？并求出这个最大值.

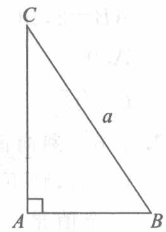


图 2－4

12. 已知向量 $\boldsymbol{m}=(1,1)$，向量 $\boldsymbol{n}$ 与向量 $\boldsymbol{m}$ 夹角为 $\frac{3}{4}\pi$，且 $\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}=-1$.

(1) 求向量 $\boldsymbol{n}$；

(2) 若向量 $\boldsymbol{n}$ 与向量 $\boldsymbol{q}=(1,0)$ 的夹角为 $\frac{\pi}{2}$，向量 $\boldsymbol{p}=\left(\cos A,2\cos^2\frac{C}{2}\right)$，其中 A、C 为△ABC 的内角，且 $A+C=\frac{2\pi}{3}$，求 $|\boldsymbol{n}+\boldsymbol{p}|$ 的最小值.

B组 高考对接题

1. (03·全国)O 是平面上一定点，A、B、C 是平面上不共线的三个点，动点 P 满足 $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+\lambda\left(\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}+\frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}\right)$，$\lambda\in[0,+\infty)$，则 P 的轨迹一定通过$\triangle ABC$ 的 ( )

A. 外心 B. 内心 C. 重心 D. 垂心

2. (07·上海)直角坐标系 xOy 中，$\boldsymbol{i},\boldsymbol{j}$ 分别是与 x、y 轴正方向同向的单位向量. 在直角三角形 ABC 中，若 $\overrightarrow{AB}=2\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}$，$\overrightarrow{AC}=3\boldsymbol{i}+k\boldsymbol{j}$，则 k 的可能值个数是 ( )

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

3. (06·广东)如图 2－5 所示，D 是$\triangle ABC$ 的边 AB 上的中点，则向量$\overrightarrow{CD}=$ ( )

A. $-\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$

B. $-\overrightarrow{BC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$

C. $\overrightarrow{BC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$

D. $\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$

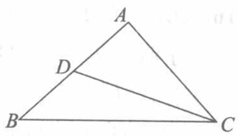


图 2－5

4. (07·北京)已知 O 是$\triangle ABC$ 所在平面内一点，D 为 BC 边中点，且 $2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{0}$，那么 ( )

A. $\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{OD}$ B. $\overrightarrow{AO}=2\overrightarrow{OD}$

C. $\overrightarrow{AO}=3\overrightarrow{OD}$ D. $2\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{OD}$

5. (07·聊城模拟)若$\triangle ABC$ 的三边长分别为 $AB=7$，$BC=5$，$CA=6$，则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$的值为 ( )

A. 19 B. 14

C. -18 D. -19

6. (07·临沂质量检查)已知 $\boldsymbol{a}=\left(\frac{x}{5},\frac{y}{2\sqrt{6}}\right)$，$\boldsymbol{b}=\left(\frac{x}{5},-\frac{y}{2\sqrt{6}}\right)$，曲线 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1$ 上一点 M 到 $F(7,0)$ 的距离为 11，N 是 MF 的中点，O 为坐标原点，则 $|ON|$ 的值为 ( )

A. $\frac{11}{2}$ B. $\frac{21}{2}$

C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{21}{2}$或$\frac{1}{2}$

7. (07·烟台测试)在$\triangle ABC$ 中，若对任意 $t\in\mathbf{R}$，$|\overrightarrow{BA}-t\overrightarrow{BC}|\geqslant|\overrightarrow{AC}|$，则 ( )

A. $\angle A=90^\circ$

B. $\angle B=90^\circ$

C. $\angle C=90^\circ$

D. $\angle A=\angle B=\angle C=60^\circ$

8. (07·全国Ⅱ)设 F 为抛物线 $y^2=4x$ 的焦点，A、B、C 为该抛物线上三点. 若$\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{FC}=\boldsymbol{0}$，则 $|\overrightarrow{FA}|+|\overrightarrow{FB}|+|\overrightarrow{FC}|=$ ( )

A. 9 B. 6

C. 4 D. 3

9. (07·北京)在$\triangle ABC$ 中，若 $\tan A=\frac{1}{3}$，$\angle C=150^\circ$，$BC=1$，则 $AB=$________.

10. (07·青岛质量检测)设$\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{AB}=(1,2)$，$\overrightarrow{AC}=(-x,2x)(x>0)$，若$\triangle ABC$ 的周长为$6\sqrt{5}$，则 x 的值为________.

11. (07·湖北)已知$\triangle ABC$ 的面积为 3，且满足 $0\leqslant\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}\leqslant6$. 设$\overrightarrow{AB}$和$\overrightarrow{AC}$的夹角为 θ.

(Ⅰ)求 θ 的取值范围；

(Ⅱ)求函数 $f(\theta)=2\sin^2\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)-\sqrt{3}\cos 2\theta$ 的最大值与最小值.

12. (07·全国Ⅱ)在直角坐标系 xOy 中，以 O 为圆心的圆与直线 $x-\sqrt{3}y=4$ 相切.

(Ⅰ)求圆 O 的方程；

(Ⅱ)圆 O 与 x 轴相交于 A、B 两点，圆内的动点 P 使 $|PA|$、$|PO|$、$|PB|$ 成等比数列，求$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$的取值范围.

13. (07·宁夏训练)如图 2－6，已知，点 C 为圆 $(x-1)^2+y^2=8$ 的圆心，点 $A(1,0)$，P 是圆上的动点，点 Q 在圆的半径 CP 上，且 $\overrightarrow{MQ}\cdot\overrightarrow{AP}=0$，

$\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{AM}$.

（Ⅰ）当点 P 在圆上运动时，求点 Q 的轨迹方程；

（Ⅱ）若直线 $y=kx+\sqrt{k^2+1}$ 与（Ⅰ）中所求点 Q 的轨迹交于不同两点 F、H，O 是坐标原点，且 $\frac{2}{3}\leqslant\overrightarrow{OF}\cdot\overrightarrow{OH}\leqslant\frac{3}{4}$ 时，求△FOH 面积的取值范围.

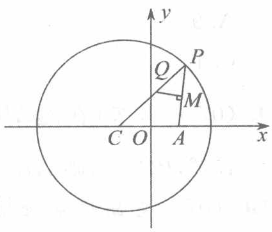


图 2－6

14. （07·辽宁）已知正三角形 OAB 的三个顶点都在抛物线 $y^2=2x$ 上，其中 O 为坐标原点，设圆 C 是△OAB 的外接圆（点 C 为圆心）.

（Ⅰ）求圆 C 的方程；

（Ⅱ）设圆 M 的方程为 $(x-4-7\cos\theta)^2+(y-7\sin\theta)^2=1$，过圆 M 上任意一点 P 分别作圆 C 的两条切线 PE、PF，切点为 E、F，求 $\overrightarrow{CE}\cdot\overrightarrow{CF}$ 的最大值和最小值.

15. （07·福建）如图 2－7，已知点 $F(1,0)$，直线 l：$x=-1$，P 为平面上的动点，过 P 作直线 l 的垂线，垂足为点 Q，且 $\overrightarrow{QP}\cdot\overrightarrow{QF}=\overrightarrow{FP}\cdot\overrightarrow{FQ}$.

（Ⅰ）求动点 P 的轨迹 C 的方程；

（Ⅱ）过点 F 的直线交轨迹 C 于 A、B 两点，交直线 l 于点 M，已知 $\overrightarrow{MA}=\lambda_1\overrightarrow{AF}$，$\overrightarrow{MB}=\lambda_2\overrightarrow{BF}$，求 $\lambda_1+\lambda_2$ 的值.

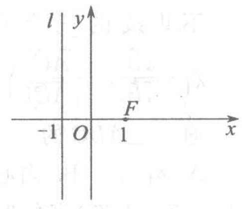


图 2－7

16. （07·湖南）已知双曲线 $x^2-y^2=2$ 的左、右焦点分别为 F_1、F_2，过点 F_2 的动直线与双曲线相交于 A、B 两点.

（Ⅰ）若动点 M 满足 $\overrightarrow{F_1M}=\overrightarrow{F_1A}+\overrightarrow{F_1B}+\overrightarrow{F_1O}$（其中 O 为坐标原点），求点 M 的轨迹方程；

（Ⅱ）在 x 轴上是否存在定点 C，使 $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$ 为常数？若存在，求出点 C 的坐标；若不存在，请说明理由.

17. （07·深圳调研一）如图 2－8，已知定点 $H(-3,0)$，动点 P 在 y 轴上，动点 Q 在 x 轴的正半轴上，动点 M 满足：$\overrightarrow{HP}\cdot\overrightarrow{PM}=0$，$\overrightarrow{PM}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{MQ}$.

设动点 M 的轨迹为曲线 C，过定点 $D(m,0)$（常数 $m>0$）的直线 l 与曲线 C 相交于 A、B 两点.

（Ⅰ）求曲线 C 的方程；

（Ⅱ）若点 E 的坐标为 $(-m,0)$，求证：$\angle AED=\angle BED$；

（Ⅲ）是否存在实数 a，使得以 AD 为直径的圆截