

小三角坐标平差

(附实例)

北京市城市规划局勘测处测量科 著

測繪出版社

4-81104

小三角坐标平差

(附实例)

北京人民教育出版社出版

1954年10月第1版

本書是北京市城市規劃局勘測處測量科同志們根據平日實際作業經驗而寫成的。書中主要介紹了小三角坐標平差前的準備工作、平差計算過程和整理工作。

本書敘述淺顯易懂，比較實用。可作為廣大內業計算人員，特別是初學計算的同志參考。

小三角坐標平差

(附實例)

著者 北京市城市規劃局勘測處測量科
出版者 測繪出版社
北京宣武門外永光寺西街3號
北京市書刊出版業營業許可證出字第081號
發行者 新華書店科技發行所
經售者 各地新華書店
印刷者 地質出版社印刷廠

印數(京)1—3,700冊 1959年9月北京第1版
開本787×1092¹/₃₂ 1959年9月第1次印刷
字數21,000 印張^{1.5}/₁₆
定價(9)0.12元 統一書號: 15039-356

前 言

小三角坐标平差一書，是在党的领导下，在敢想敢說敢干的共产主义精神启发下写出的。本書很少涉及理論，仅談到实际演算过程，知道理論的同志，可以理論联系实际来体会为什么要这样做；不知道理論的同志，亦可依所述程序，按步演算，完成当前任务。然后从实践中再提高到理論，目的在于能快速掌握小三角坐标平差初步技术，以适应大跃进形势的需要。循此进而鑽研深究，当可触类旁通，灵活运用，并有所創造发明，自不必以此为限制。書中錯誤之处尚希指正。

1959. 1.23

目 录

前言

一、平差前的准备工作.....	3
1. 外业手簿的验收.....	3
2. 水平角计算(一).....	3
3. 概略坐标计算.....	3
4. 概略方位及边长计算.....	8
5. 归心计算.....	8
6. 水平角计算(二).....	3
7. 两组平差.....	11
8. 方向改化.....	11
二、平差计算.....	12
1. 平差示意图.....	12
2. 方位角计算.....	13
3. 平差元素计算.....	15
4. 误差方程式系数的排列及法方程式系数计算.....	15
5. 法方程式的求解.....	20
6. 平差值计算及精度估计.....	25
7. 方位角计算及检核.....	26
三、整理工作.....	29

一、平差前的准备工作

1. 外业手簿的验收 包括下列各项:

- (1) 点之记
- (2) 略图
- (3) 观测手簿
- (4) 归心, 投影纸
- (5) 外业计算 (包括归心计算, 水平角记簿, 三角形闭塞差等)

(6) 其他外业应告知内业事项, 如外业人员未作交代, 内业人员应预先询问其在计算时应特别注意的地方。

2. 水平角计算 (一) 观测手簿, 外业人员应先自己检查无误, 内业人员仍应抽查十分之一二, 一方面查看手簿有无缺记丢拉现象, 一方面借此了解全面情况。抽查完毕, 即开始将观测值抄入计算簿并加以平均, 随时注意各测回有无超限情事, 水平角记簿如下表 1, 簿中“1 Ⅲ 平均值”及“(2)-(1)”两栏系供不同等级三角同时观测, 而测回又不相同时所用, 我们以往尚无这种现象, 故可缺而不填; 这次计算, 可算到总平均值。以后各栏, 需待以后计算 (二) 再进行。

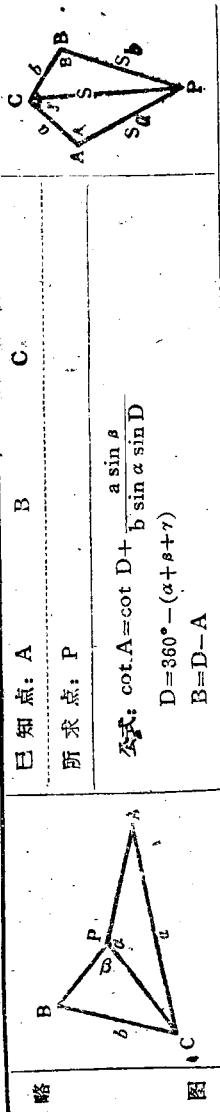
3. 概略坐标计算。 凡有前方方向者均可用解三角形法解算, 用表 2 手簿纸 (三角形边长及球超之计算簿) 计算边长, 用表 3 手簿纸 (纵横线概算簿) 计算坐标, 计算时须注意取用三角形各角不小于 30° 及归心改正比较小者, 举例如下:

如无前方方向, 则用三点法计算概略坐标, 详见下列表 4。

縱橫綫概算簿

表 3

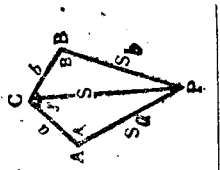
所求点 P		起算点 A	
(AP) = 82° 36' 18.16"			
s	1617.265	s	1617.265
cos (AP)	0.1287.0829	sin (AP)	0.99168250
$\Delta x =$	+ 208.155	$\Delta y =$	+ 1623.813
$X_g =$	20331.333	$Y_g =$	30734.587
$X_p =$	20539.488	$Y_p =$	32338.400
(AP) = 185° 03' 48.92"			
所求点 P'		起算点 A	
s	1602.404	s	1602.464
cos (AP)	0.99609735	sin (AP)	0.08826130
$\Delta x =$	-1596.150	$\Delta y =$	- 141.430
$X_g =$	22135.639	$Y_g =$	32499.831
$X_p =$	20539.489	$Y_p =$	32338.401



已知点: A B C

所求点: P

公式: $\cot A = \cot D + \frac{a \sin \beta}{b \sin \alpha \sin D}$
 $D = 360^\circ - (\alpha + \beta + \gamma)$
 $B = D - A$



A	α	122	28	"	(1)	b	4760.270	
	β	106	37	"	(2)	$\sin \alpha$	0.84368617	$n = (1) \times (2) \times (3) =$
	γ	52	57	55.68	(3)	$\sin D$	0.97792624	
B	$-(\alpha + \beta + \gamma)$	282	03	39.06	(4)	a	7815.479	$n = (4) \times (5) =$
		360			(5)	$\sin \beta$	0.95818872	
計						F	1.90672490	$F = \frac{n}{m}$
算	$-D$	77	56	20.94	+	$\cot D$	0.21366683	
	$-A$	25	14	56.69		$\cot A$	2.12039173	
	B	52	41	24.25		A	25.14.5669	

边长	三角形	角别	度	数	正弦	边长	边号	备注
I	$a/\sin \alpha$					9263.4507		公式 $S = \frac{a \sin A}{\sin \alpha}$
	α	122 28 6.81			0.84368617	7815.479	a	
	$\alpha + A$	147 43 3.50			0.53409210	4947.557	S_2	
	A	25 14 56.69			0.42655423	3951.381	S	
II	$S/\sin B$					4967.98835		
	B	52 41 24.25			0.79536844	3951.381	S	
	$B + \beta$	159 19 0.82			0.35319900	1754.683	S_b	
	β	106 37 36.57			0.95818872	4760.270	b	

坐标	点号	水平角	方位角	边长		A	Y	X	横	纵	备注
				正弦	余弦						
C			67 39 29.41								
	A	205 14 56.69	272 54 26.10	4947.557	0.99871295	0.05071932	-4941.183	+250.938	41845.740	50836.550	
P		49 05 43.38	322 00 9.48	1754.688	0.61562526	0.78803905	-1080.230	+1332.763	36904.551	71087.488	
	B	232 41 24.25	14 41 33.73						35824.321	72470.251	
C											

4. 概略方位及边长計算 有了概略坐标, 即可据以計算概略方位和边長; 边長除作計算誤差方程式系数 ab 之用外, 还可作归心之用, 并可檢算概略方位有无錯誤, 茲举例如下:

計算时, $\Delta x \Delta y$ 須經对算或檢算, 对算可用普通紙張, 只算 $\Delta x \Delta y$ 。边長由 $\Delta y / \sin a$ 及 $\Delta x / \cos a$ 求得, 两者应为一致, 如小有出入, 則以函数绝对值大者为准; 如出入較大, 差到2公厘时, 則应找出錯誤。

再是概略方位角, 不能利用算概略坐标的方位角, 仍須用概略坐标来反求, 如由A点算P点概略坐标时所用之方位角为 $82^{\circ}36'18''.16$, 而反算时則为 $82^{\circ}36'18''.21$ 。这是因为概略坐标末位数取舍凑整影响所生的誤差, 为了平差后驗核一致, 仍以概略坐标反算为宜。

5. 归心計算 有了正式概略边長, 再来算归心, 就比較方便, 茲將B点对A、F点照准归心例举如下:

此时应注意: 算得之改正数符号轉写到水平角計算簿上时, 須变符号, 如B点对A点算得之照准点归心改正数为 $-0''.46$, 則抄轉时应改为 $+0''.46$ (參看表1水平角計算簿), 这是因为以标石C为中心量取角度, 即按略图所示情况所作的規定 (若以P为中心量取角度則符号即可不变)。測站点归心符号与此相同。归心計算務必对算或檢算, 用四位对数即可。

6. 水平角計算 (二) 归心算完, 此时將所有归心值抄至水平角計算簿归心欄, 抄完后須由另一人加以核對, 为了起始方向仍为 $0^{\circ}0'0''$, 則起始方向有归心改正者, 須加归零改正, 零方向改正数与归心数異号。計算情况詳見表1所举例子。

表 6

方位角 (φ) 計算簿

点之名字	縱橫距之計算		方位之計算		距離之計算
P _i	X _i	y _i	$\frac{(\Delta x + \Delta y)}{(\Delta x - \Delta y)}$	$\frac{\Delta y}{\Delta x}$	$\sin(\varphi_i)$
P	X $\Delta X = X_i - X$ $\Delta x + \Delta y$	y $\Delta y = y_i - y$ $\Delta x - \Delta y$	$\tan(45^\circ + (\varphi_i))$ $45^\circ + (\varphi_i)$	$\tan(\varphi_i)$ (φ_i)	$\cos(\varphi_i)$ S

方位角之概算

甲 点	64395.634	40239.029			0.43481272
乙 点	71044.488	43449.400			0.90052090
	-6648.854	-3210.371			
				0.48234576	
				205 46 24.16	7383.342

表 6
歸 心 計 算 簿

測 站..... B	歸 心 原 素		略 圖	公 式
	φ =	e =		
照 准 点 归 心	138 6'			$W = W' + a - a$ $a = \rho' \frac{e}{Sp} \sin(A + W')$ $a = \rho' \frac{e}{sq} \sin A$
B = C = P	0.011m			
观 测 之 方 向	A	F		
方 向 角 观 测 值 =	0 0 0	27 20 20		
360° - φ =	222 0 0	222 0 0		
A =	222 0 0	249 20 20		
log ρ'	5.314425	5.314425	5.314425	5.314425
log e	8.0414	8.0414		
colog sq 或 colog sp	6.4778	6.6544		
log sin A 或 log sin(A + W')	9.8255 (n)	9.9711 (n)		
log β 或 log α	-9.6591 (n)	-9.9814 (n)		
β 或 α	-0.46	-0.96		

对外业已量测之 φ，如不差 30'，距离不差 1 公厘，不必予以圆整

7. 兩組平差 如一測站方向較多或其他原因，分兩組觀測，其共同方向，可以取其平均值，其非共同方向須加改正數，改正數求法，如下表 7 所列：

P 測站兩組平差例

表 7

點 名	第 一 組		第 二 組		平 差 值
	觀 測 值	差	觀 測 值	差	
A	0 0 0	0	0 0 0	0	0 0 0
B	41 0.5 36.17	+ 0.54	41 0.5 37.25	- 0.54	41 05 36.71
C			142 55 15.31	- 0.09	142 55 15.22
D	168 45 12.45	+ 0.09			168 45 12.54
E			190 02 16.87	- 0.09	190 02 16.78
F	228 39 17.73	+ 0.09			228 39 17.82
G	231 24 22.66	- 0.26	231 24 22.15	+ 0.25	231 24 22.40
H	296 53 46.74	+ 0.09			296 53 46.83

$$A_1 = \frac{+0.54 - 0.26}{3} = +0.09; \quad A_2 = -A_1 = -0.09.$$

A_1 為第一組非共同方向改正數， A_2 為第二組非共同方向改正數，數值相同，符號相反。故 A_2 可以不算，反其符號即得。凡有兩組平差值的測站，須在水平角記簿內加以註明，另有兩組平差值。

8. 方向改化 上面所求得之方向為球面方向，坐標平差系在平面進行，故須將球面方向化作平面方向，我們採用的為高斯投影，故按高斯投影表格進行改化，舉例如下：

高斯投影方向改化手簿 (计算机用)

表 8
計算者
檢算者

$$\text{公式 } t = T + \frac{f}{3} (x_1 - x_2)(2y_1 + y_2)$$

$$\text{本测区内 } \frac{f}{3} = 0.000846$$

P_1	x_1 (公里) y_1	P_2	x_2 (公里) y_2	$(x_1 - x_2)$ $(2y_1 + y_2)$ (公里)	方向 改正 $t - T$	球面方向 T 投影方向 t	附 注
甲	64.395	乙	71.044	- 6.649	-0.70	0 0 0	y 值有正有負， 此处之 y，原在 計算中少写 10 万，故此处正好 不减
	40.239		48.449	+123.927		0 0 0	
		丙	71.607	- 7.212	-0.72	235 24 44.55	
			37.077	+117.555		44.53	

計算时，坐标照抄，以公里为單位，但 $(2y_1 + y_2)$ 項算好后，須減去 300 公里，才符合对中央子午綫的正确位置（为避免投影后坐标有負值，y 已加 100 公里，此处 y 为 40239 原应为 140239，为計算方便，略去 100 公里，故改化时正好不减）。

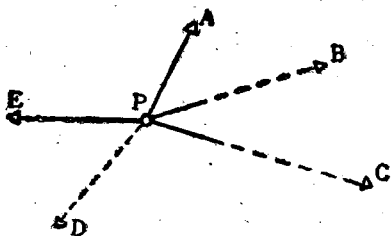
計算改正数用連乘计算机最为便利，即 $(x_1 - x_2)$ 乘 $(2y_1 + y_2)$ 后，將乘得之积轉至置数器上，再乘以 0.000846 即得所求改正数。定位时，可先有一个概念，即 $(x_1 - x_2)$

$(2y_1 + y_2)$ 超过 1200，改正数將为 1 秒多，超过 120 时將为 0.1 秒多，超过 12 时，將为 0.01 秒多，为了使零方向仍为零，方向改正欄仍可用归零方法加一归零值計算之。

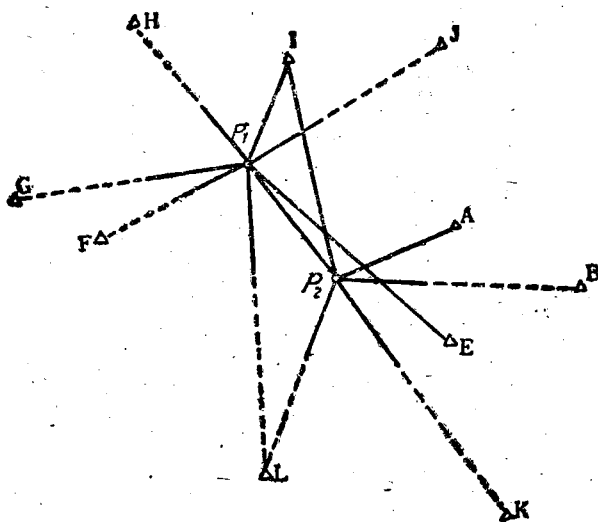
二、平 差 計 算

1. 平差示意图 准备工作做好后，即可正式繪制平差图，帮助我們在計算中了解情况，茲举單双点各一例如下：

为了计算方便，有关起始数据，可记于平差图旁。



1. P 点平差图



2. P_1, P_2 点平差图

2. 方位角 α 计算 用表 9 所示计算簿计算方位角 α ，有此方位角 α ，即可据以计算自由项。计算时，分前方与后方，参看下列：

上者为后方，下者为前方。其中方向角抄自高斯投影方

表9

方位角 α 计算题

编号	测站	照准点	方向角 τ	方位角 φ	ρ	r	所求边方位角 $\alpha = \tau + (z)$
P		D	0 0	205 46	205 46	24.16	205 46 24.47
		E	56 49	262 36	262 36	22.38	262 36 20.30
		A	159 17	5 03	5 03	22.24	5 03 51.24
		B	235 24	81 11	81 11	27.42	81 11 09.02
		C	270 03	115 50	115 50	26.14	115 50 01.96
					$(z) = 205 46 24.47$		
E		D	0 0	194 00	194 0	21.45	194 0 21.45
		B	247 36	81 37	81 37	24.55	81 37 24.55
		P	248 38	108 52	108 52	23.12	108 52 23.12
		C	274 51	194 00	194 00	23.04	194 00 23.04
					$(z) = 82^{\circ} 36' 19.97$		