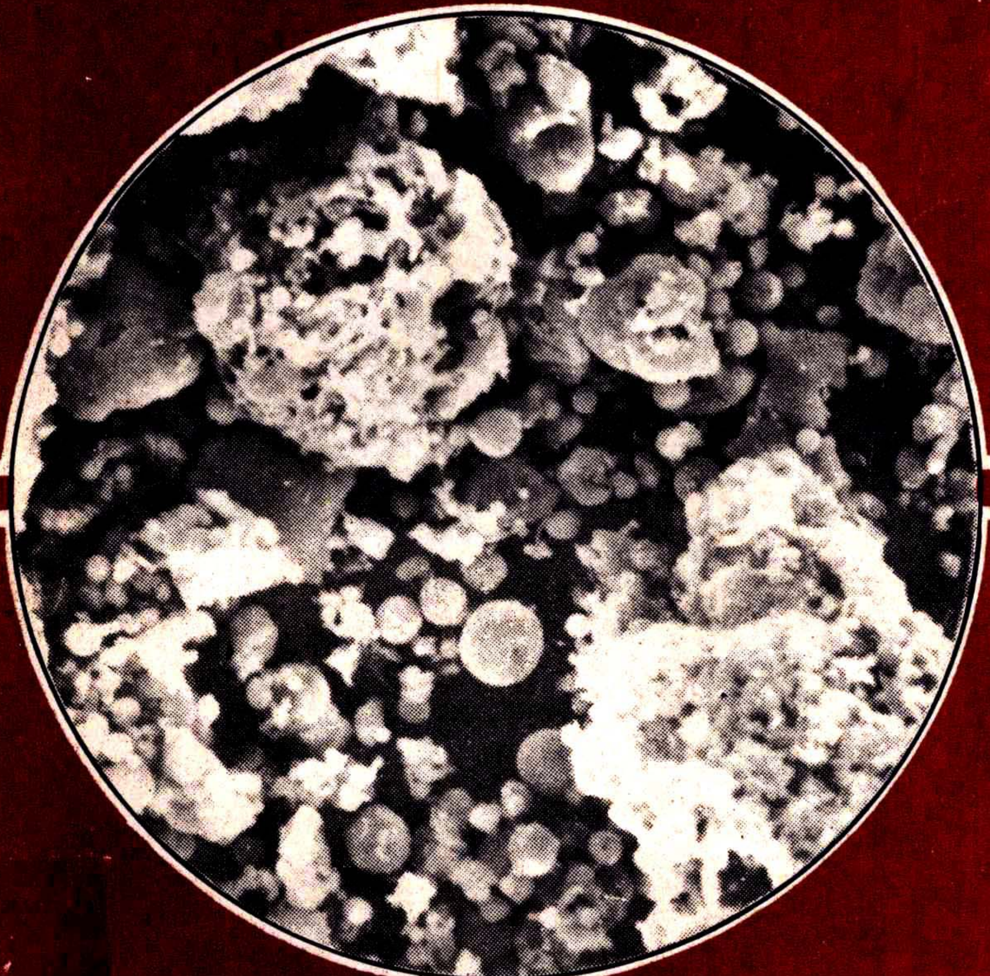
硅酸盐岩相学

GUISUANYANYANXIANGXUE

邵国有　主编



武汉工业大学出版社

硅 酸 盐 岩 相 学

邵国有　主编

武汉工业大学出版社

鄂新登字第13号

图书在版编目(CIP)数据

硅酸盐岩相学/邵国有主编. —武汉:武汉工业大学出版社,1996.6重印
ISBN 7-5629-0558-4

Ⅰ.硅…　Ⅱ.邵…　Ⅲ.硅酸盐-岩相　Ⅳ.TQ170.1

内 容 提 要

本书叙述了结晶学、矿物岩石学的基础内容，阐述了偏光显微镜、反光显微镜、热分析、X射线物相分析、电子显微分析研究矿物的基本原理和方法，以及在水泥、玻璃、陶瓷和耐火材料岩相分析中的应用。

本书作为高等学校无机非金属材料、硅酸盐工程、材料科学类专业教材，也可供水泥及其制品、玻璃、陶瓷等生产工厂、科研和设计部门的科技人员以及有关学校师生参考。

武汉工业大学出版社出版发行
(武昌珞狮路14号　邮编430070)
各地新华书店经销
核工业中南三〇九印刷厂印刷
*
开本:787×1092　1/16　印张:20　字数:471千字
1991年12月第1版　1996年6月第六次印刷
印数:21501—26500册　定价:15.00元

前　言

硅酸盐岩相学是研究硅酸盐工业原料及其产品的一门科学。硅酸盐工业的不断发展，伴随着产品的更新，不同的原料配比和工艺条件可以生产出不同性能和不同用途的产品。而不同的硅酸盐产品则有其独特的岩相特征，因此，通过鉴定研究硅酸盐工业原料和产品的岩相，可以达到改进生产工艺，提高产品质量和研制新产品的目的。将天然矿物岩石的基本理论与研究方法应用于硅酸盐产品岩相的研究，已在学校、科研、生产部门越来越广泛越来越深入。硅酸盐岩相学在大专院校有关专业被列为必修课程，而且日益引起人们的重视。

硅酸盐岩相学是无机非金属材料、硅酸盐工程和材料科学专业的一门技术基础课。本教材即可作为大专院校的教科书，又可用作生产、科研和设计部门工程技术人员的参考书。

根据教学大纲的要求，本教材共有十章，包括几何结晶学、矿物岩石学基础，晶体光学基础与方法，近代测试方法及硅酸盐工程材料的岩相分析。阐述了几何结晶学和晶体结构的几何规律，叙述了硅酸盐工业有关的矿物及岩石的性质、特点、用途，以及水泥、玻璃、陶瓷和耐火材料岩相学的研究方法，包括偏光、反光显微镜下研究，和差热分折、X射线物相分析、以及电子显微分析。书中最后四章分别叙述水泥、玻璃、陶瓷和耐火材料的岩相分析，则是以上的基础理论和一些基本研究方法的应用。

本教材由山东建材学院邵国有副教授主编，武汉工业大学岳文海教授主审。第二、八章由武汉工业大学高鸣涵副编审编写，第三、五、七章由武汉工业大学沈文华副教授编写，第四章由上海建材学院黄文妹副教授编写，第六章由上海建材学院支伯谦副教授编写，其余部分由主编完成。高鸣涵副编审、沈文华副教授做了部分组织工作。

在教材编写过程中，得到了编写人员所在单位的系、室领导的支持和关怀。本教材主审人岳文海教授对教材书稿进行了认真、系统地审阅，提出了许多宝贵意见。武汉工业大学彭长棋高级工程师、毕晓平副教授对部分初稿提出了宝贵意见。武汉工业大学方亭亭高级工程师、王菲老师参加了本教材初稿的校对工作，山东建材学院陈亚明老师协助拍摄部分照片。在此，我们向以上领导和各位老师致以衷心的感谢。

由于时间伧促，水平所限，书中错误在所难免，请读者批评指正。

编　者

1991年6月

目　　录

第一章　几何结晶学

第一节　晶体及其基本性质

一、晶体的概念

人类对晶体的认识，是从石英开始的。古代人们把外形上具有规则的几何多面体形态的石英(即水晶)称为晶体。后来，人们把凡是天然的具有几何多面体形态的固体，例如，石盐、方解石、磁铁矿等，都称为晶体(如图1－1)。

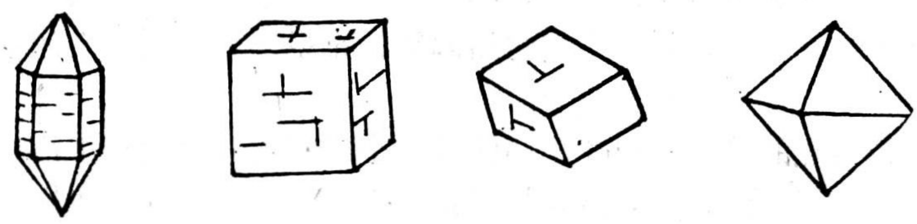


图1－1　石英(*a*)、石盐(*b*)、方解石(*c*)和磁铁矿(*d*)晶体

随着生产的发展和科学技术的进步，人们对晶体的认识不断深化。本世纪初(1912年)，应用X射线分析的方法，研究了晶体的内部结构以后，发现一切晶体不论其外形如何，它的内部质点(原子、离子或分子)都是有规律排列的，即晶体内部相同质点在三维空间均呈周期性重复，构成了格子构造。因此，可对晶体做出如下定义：晶体是内部质点在三维空间成周期性重复排列的固体；或者说，晶体是具有格子构造的固体。

二、空间格子

任何一种晶体，不管它有多少种类的质点，也不管它们在三维空间排布的具体形式如何复杂，其晶体内部结构的最基本的特征是质点在三维空间作有规律的周期重复。空间格子是表示晶体内部结构中质点重复规律的几何图形。

兹以石盐(NaCl)的晶体结构为例，说明导出的空间格子(图1－2)，白球与黑球分别表示Cl^-和Na^+离子。可以看出，无论Cl^-离子或Na^+离子在晶体结构的任一方向上都是每

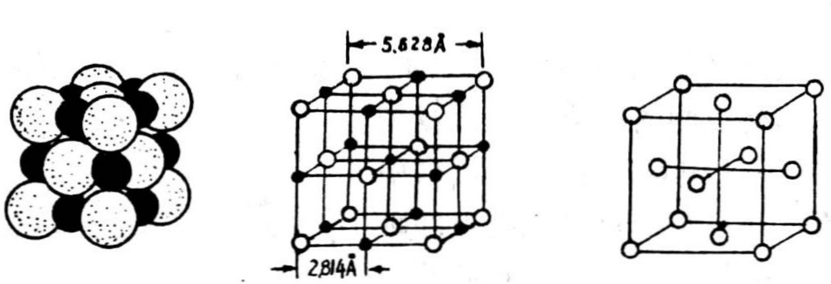


图1－2　石盐(NaCl)的晶体结构(*a*，*b*)及其相当点的分布(*c*)

隔一定的距离重复出现一次(图1－2a、b)。为了进一步揭示这种重复规律，先在NaCl的结构中选出任何一个几何点，这个点取在Cl^-离子中心或Na^+离子中心，或者它们之间的任意一点，以此点为准，在整个晶体结构中找出所有的与此点相当的几何点——相当点(或称等同点)。相当点必须具备两个条件：一是质点种类相同。即原来选取的几何点是取在某种质点的中心，则相当点都应是相同种类质点的中心。二是这些质点环境相同。即这些质点周围相同方向相同距离有相同的质点。在石盐的晶体结构中，如果把相当点选在Cl^-离子的中心上，这样的每一个相当点，在晶体结构中都应是占据相同位置的同种Cl^-离子中心，且周围环境相同(即该Cl^-离子的上下、左右、前后方向及其相同距离，均各有一个Na^+离子，其相当点的分布如图1－2c，相当点是分布在立方体的八个角顶和每个面的中心，呈格子状。在石盐晶体结构中，如果把相当点选在其它地方，则相当点的分布仍然如图1－2c所示。

显然，对于同一晶体结构来说，不论相当点选在哪里，所得出的一系列相当点在空间的相对分布都是一致的。但是，对于不同的晶体结构来说，所得出的空间格子具体型式又是有区别的。

由此可见，相当点的分布可以体现晶体结构中所有质点的重复规律，这种重复规律就是相当点在三维空间作格子状排列，这种格子称为空间格子，因此可以说空间格子是表示晶体格子构造规律的几何图形(图1－3)。

空间格子只是一个几何图形，它不等于晶体内部具体质点的格子构造，它是从实际晶体内部结构中抽象出来的无限的几何图形，用以表示晶体内部质点(相当点)在三维空间分布的规律性。对于实际晶体来说，不论晶体大小，它们的空间是有限的。在微观上，可以设想晶体中的相当点在三维空间是无限排列的。例如，$1\,mm^3$的NaCl晶体内，就有大约2.25×10^{19}个Cl^-离子和相同数量的Na^+离子，因而，晶体内部的格子构造与空间格子的无限图形相一致。

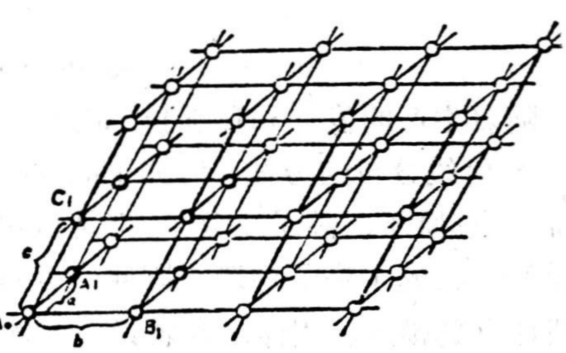


图1－3　空间格子

空间格子有下列几种要素：

(1)结点　空间格子中的点，它们代表晶体结构中的相当点。在实际晶体中，在结点的位置上可为同种质点所占据。但是，就结点本身而言，它们并不代表任何质点，它们只有几何意义，为几何点。

(2)行列　结点在直线上排列(图1－4)。空间格子中任意两结点联结起来就是一条行列方向。行列中相邻结点间的距离称为该行列的结点间距(如图1－4中a)。在同一行列中结点间距是相等的，在平行的行列上结点间距也是相等的。不同方向的行列，其结点间距一般是不等的，某些方向的行列结点分布较密，而另一些方向则较稀。

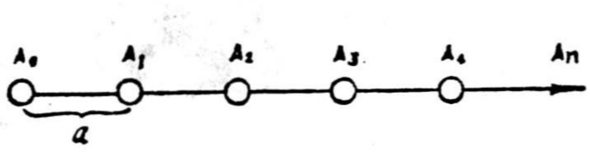


图1－4　行列

（3）面网　结点在平面上分布即构成面网(图1－5)。空间格子中不在同一行列上的任意三个结点就可联成一个面网，或者说，任意两个相交的行列就可决定一个面网。面网上单位面积内结点的数目称为面网密度。任意两个相邻面网的垂直距离称为面网间距。相互平行的面网，面网密度和面网间距离相等；互不平行的面网，它们的面网密度和面网间距一般不等。而且，面网密度大的面网其面网间距亦大，反之，面网间距亦小。

（4）平行六面体　空间格子中的一个最小单位(图1－6)。它由六个两两平行且相等的

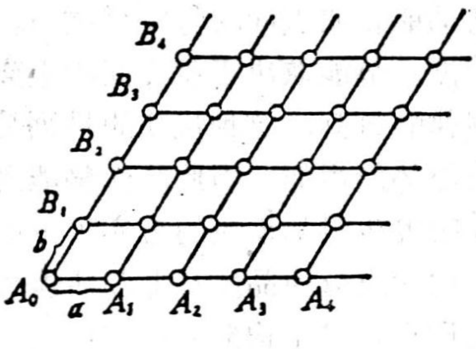


图1－5　面网

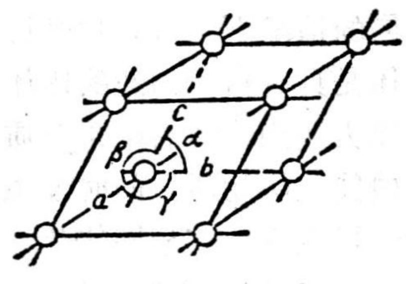


图1－6　平行六面体

面组成。空间格子可以看成是由无数个平行六面体在三维空间毫无间隙地重复堆叠而成。在实际晶体结构中划分出这样相应的单位，称为晶胞。其晶体结构可视为无数个晶胞在三维空间毫无间隙地重复堆叠。

三、非晶质体

物质的内部质点在三维空间不做规律排列，即不具格子构造，称为非晶质或非晶质体。例如，玻璃、塑料、沥青等。从内部结构来看，非晶质体中质点的分布无任何规律可循。它的内部结构只具有统计均一性，它的性质在不同方向上是同一的。在外形上非晶质体都不能自发地长成规则的几何多面体形态，而是一种无规则形状的无定形体。

晶体与非晶质体在一定条件下是可以转换的。例如，使用年久的玻璃，常会出现一些所谓“霉点”，实际上它是因玻璃向结晶态转变而形成的雏晶，这种由非晶质体向晶体转化的作用称之为晶化或脱玻化。相反的转化，晶体因内部质点的规律排列受到破坏而向非晶体转变的作用，则称之为非晶化或玻璃化。例如，某些含放射性元素的矿物晶体，由于放射性元素在蜕变过程中所放出的核能，破坏了晶体内部结构，而产生了非晶质化现象。

四、晶体的基本性质

晶体的基本性质是指一切晶体所共有的性质，它是由晶体的格子构造所决定的。现简述如下：

（1）自限性(自范性)　指晶体在适当的条件下可以自发的形成几何多面体的性质。晶体上的平面为晶面，晶面的交棱为晶棱，晶棱会聚而成角顶。

晶体的多面体形态，是其格子构造在外形上的反映。晶面、晶棱与角顶分别与格子构造中的面网、行列、结点相应。

（2）均一性(结晶均一性)　指同一晶体的各个不同部分具有相同的性质。因为晶体是具有格子构造的固体，在同一晶体的各个不同部分，质点的分布是一样的，所以决定了晶体的均一性。

（3）异向性(各向异性)　指晶体的性质因方向不同而有差异的特性。例如，兰晶石的硬

度随方向不同有显著差别。平行晶体延长方向小刀能刻动，在其垂直晶体延长方向小刀刻不动。因为同一晶体在不同方向上质点的排列一般是不一样的，因而晶体的性质也随方向不同而有差异。

（4）对称性　指晶体中相等的晶面、晶棱和角顶，以及晶体物理化学性质在不同方向上或位置上作有规律地重复出现。晶体的宏观对称性是由晶体内部格子构造的对称性所决定的。

（5）最小内能　是指在相同的热力学条件下，与同种化学成分的非晶质体、液体、气体相比较，其内能最小。物体的内能包括质点热运动的动能和质点间的势能(位能)。在热力学条件相同的情况下，可以用来比较内能大小的只有势能。势能取决于质点间的距离与排列。

晶体是具有格子构造的固体，其内部质点是有规律的排列，这种规律的排列是质点间的引力与斥力达到平衡的结果。质点间距的变化均会引起势能增加，因此晶体势能最小，故具有最小内能。从物质结晶时发生放热反应，结晶破坏时发生吸热反应的事实可证明这一点。

（6）稳定性　在相同的热力学条件下，具有相同化学成分的晶体和非晶质体相比，晶体是稳定的。由于晶体具有最小内能，致使晶体内部的质点在格子构造的一定位置上振动，而且其振动不脱离平衡位置，因此，晶体的格子构造不易被破坏，晶体是处于最稳定状态，具有最大的稳定性。

第二节　布拉维法则

晶体在生长过程中，晶面的生长速度(指单位时间内垂直晶面方向所增长的厚度)与其面网密度有很大关系，粗略地说二者成反比关系。晶面的面网密度大，其生长速度小，反之，面网密度小，生长速度大。图 1 － 7 为晶体格子构造中面网的一个横切面，在垂直纸面方向上有 AB、BC、CD 三个面网。面网密度大小的顺序是 $AB > CD > BC$，而它们对质点的引力则相反，面网密度小的 BC 面网引力最大，质点最容易粘附在 1 的位置上，因此，该层面网生长速度最快；而面网密度最大的 AB 面网对质点引力较小。质点难以粘附在 3 位置上，所以该层面网生长速度慢。

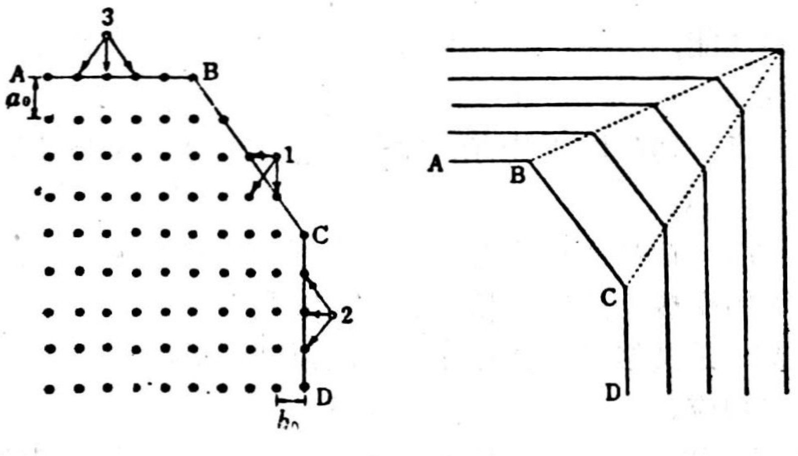


图1－7　晶面的面网密度与晶面生长速度的关系图解

由图 1 － 7 可见，晶体在生长过程中晶面是平行向外推移的，生长速度大的晶面，在生长过程中逐渐变小，甚至消失；而生长速度小的晶面，在生长过程中逐渐扩展，最后保留

下来。

法国学者布拉维作了总结：晶体通常被面网密度大的晶面所包围。这就是布拉维法则。

第三节　晶体的宏观对称

一、对称的概念

对称的现象在自然界和日常生活中都很普遍。如蝴蝶、花朵、动物的肢体以及某些建筑物或用具、器皿等，常呈对称的图形。

对称是指物体相等部分有规律的重复。

对称要符合两个条件：一是物体上有相等的部分；二是这些相等部分有规律的重复，即通过操作(如旋转、反映、反伸)使这些相等部分重复。例如，蝴蝶的对称(图 1 － 8 *a*)是设想一镜面垂直平分两个相等部分，彼此镜象重合。花朵的对称(图 1 － 8 *b*)是设想一根直线通过花朵中心，绕直线旋转一定角度使六片花瓣(相等部分)重复。如果只有相等部分，而不能使相等部分有规律的重复，则不是对称图形(图 1 － 9)。

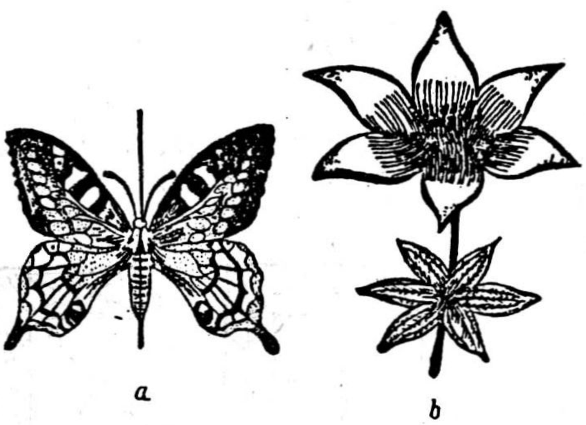


图1－8　蝴蝶的对称(*a*)、花朵的对称(*b*)

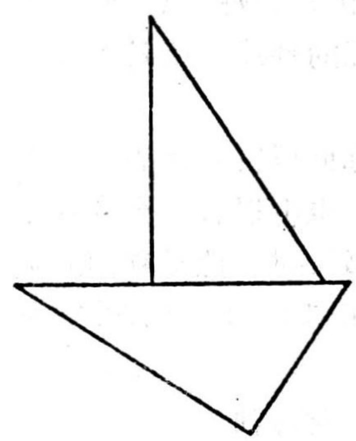


图1－9　不对称的图形

二、晶体对称的特点

晶体的对称与其它物体的对称有本质的区别。其它物体的对称仅仅是外形上的对称，晶体的对称是由于晶体内部的格子构造所决定的，因此，晶体的对称有以下特点：

① 由于晶体内部都具有格子构造，而格子构造本身就是对称的，因此可以说，所有的晶体都是对称的。

② 晶体的对称是受格子构造规律的控制，只有符合格子构造规律的对称才能在晶体上体现。因此，晶体的对称是有限的，它遵循“晶体对称定律”，在晶体外形上共有32种对称型。

③ 晶体的对称是取决于其内在的本质——格子构造，因此，晶体的对称不仅体现在外形上，而且在物理化学性质上也是对称的。

三、晶体的对称操作和对称要素

使物体的相等部分重复所进行的操作(反映、旋转、反伸)称之为对称操作。例如，蝴蝶的对称是通过镜面的“反映”，使蝴蝶的两个相等部分重复。花朵的对称，是围绕一直线“旋转”使花瓣重复。这种“反映”、“旋转”等就是对称操作。

在进行对称操作时，所借助的几何要素(点、线、面)称为对称要素。

晶体外形上可能存在的对称要素，有对称面、对称轴、对称中心、旋转反伸轴、旋转反映轴，现分别叙述如下：

1. 对称面(P)

对称面是通过晶体中心的一个假想平面，它将晶体平分为互为镜象的两个相等部分。对称面的对称操作是对此平面反映。

图 1－10 *a* 中 P_1 和 P_2 都是对称面(均垂直纸面)，因为它们都能把图形 $ABDE$ 平分为镜象(物体与象)的两个相等部分。但图 1－10 *b* 中的 AD 平面不是图形 $ABDE$ 的对称面，因为它虽然把图形 $ABDE$ 平分为$\triangle AED$与$\triangle ABD$两个相等部分，但不是互为镜象，而$\triangle AED$与$\triangle AE_1D$是互为镜象。

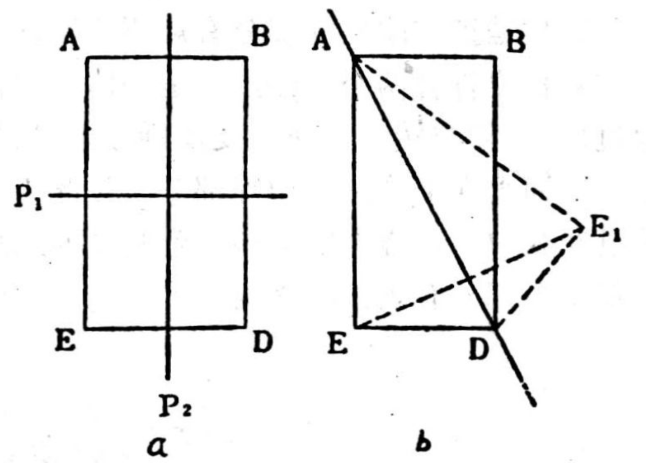


图1－10 P_1 与 P_2 为对称面(*a*)AD不是对称面(*b*)

判断图形中互为镜象相等的方法：如果图形中有对称面，在垂直该对称面直线的等距离两端，必有对应的点。或者看两个相等部分上的对应点的连线，应是垂直于对称面且两端相等。

对称面以符号 P 表示。在晶体上可以没有对称面，也可以有一个或几个，最多有 9 个对称面。书写时，把对称面的数目写在符号 P 的前面，如图 1－11 立方体有 9 个对称面，写作 $9P$。

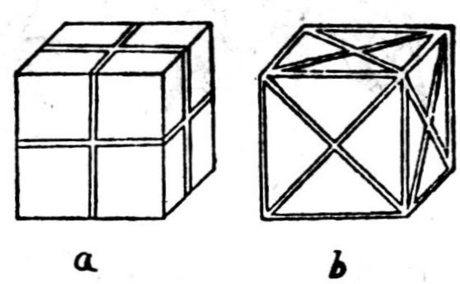


图1－11 立方体的九个对称面

a—均分别垂直和平分晶面、晶棱，而且彼此互相垂直的三个对称面(直立方向两个，水平方向一个)，*b*—均分别包含一对晶棱垂直一对晶面的六个对称面(直立方向两个，倾斜45°方向四个)。

2. 对称轴(L^n)

对称轴是通过晶体中心的一根假想的直线，晶体围绕此直线旋转一定角度后，可使相等部分重复或者说使晶体复原。对称轴的对称操作是围绕一根直线旋转。旋转一周重复的次数称为轴次(n)，重复时所旋转的最小角度称为基转角 a。轴次与基转角之间的关系为 $n=360°/a$。

晶体外形上可能出现的对称轴如表 1－1 所列。

晶体外形对称轴的种类 表 1－1

名　称	符　号	基转角(a)	轴次(n)	作图符号
一次对称轴	L^1	360°	1	
二次对称轴	L^2	180°	2	⬮
三次对称轴	L^3	120°	3	▲
四次对称轴	L^4	90°	4	◆
六次对称轴	L^6	60°	6	⬢

一次对称轴 L^1 无实际意义，因为任何晶体围绕任意一直线旋转 360° 都可以恢复原状。轴次高于 2 的对称轴，即 L^3、L^4、L^6 称高次轴。

图 1－12 表示出晶体中的对称轴 L^2、L^3、L^4 和 L^6。

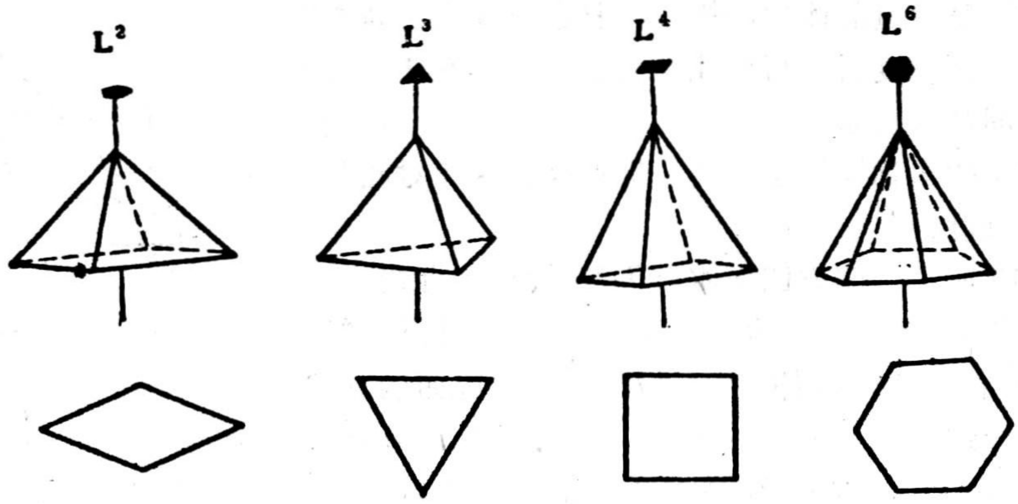


图1－12　晶体中的对称轴 L^2、L^3、L^4 和 L^6 及其垂直该轴的切面

在晶体中不可能出现五次对称轴及高于六次的对称轴。这是由于它们不符合空间格子的规律。在空间格子中，垂直对称轴一定有符合该对称轴要求的面网的网孔存在。如图 1－13 只有围绕 L^2、L^3、L^4、L^6 所形成的面网网孔，才能无间隙地布满整个平面(图 1－13 中 a、b、c、e、)，而围绕 L^5 或 L^7、L^8……所形成的面网网孔，不能无间隙地布满整个平面(图 1－13中 d、f、g)不符合空间格子构造规律，所以在晶体中不可能存在五次及高于六次的对称轴。

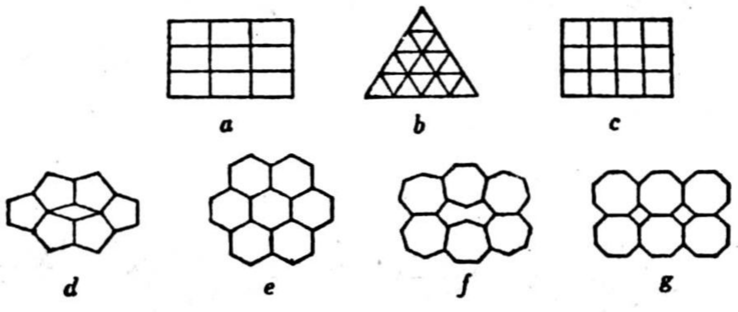


图1－13　垂直对称轴的面网网孔

a、b、c、e 分别表示 L^2、L^3、L^4、L^6 的面网网孔，符合格子构造，g、f、g 分别表示 L^5、L^7、L^8 的面网网孔，不符合格子构造。

在一个晶体中，可以无对称轴，也可以有一种对称轴，或者几种对称轴同时存在。在书写时，对称轴的数目写在对称轴符号的前面，如 3 L^4、 4 L^2 等。

3.　对称中心(C)

对称中心是晶体中心的一个假想的点，通过此点，任意直线的等距离两端，必定找到对应的点。对称中心的对称操作是对此点反伸(倒反)。

如图 1－14 所示，C 点为对称中心，在图形上任取一点 A 与 C 联线，再由 C 点反向延伸等距离，必然能找到对应点 A'。同样，B 和 B' 也是通过 C 点反伸等距离的对应点。对称中心的符号用字母 C 表示。晶体中可以没有对称中心，或者有一个对称中心。晶体中如果有

对称中心，晶体上的晶面必然都是两两平行（或两两反向平行）且相等。

4. 旋转反伸轴或称倒转轴（L_i^n）

旋转反伸轴是通过晶体中心的一根假想的直线，晶体围绕此直线旋转一定角度后，再对此直线上的一点反伸，可使相等部分重复即晶体复原。

旋转反伸轴的对称操作是围绕一根直线旋转和对此直线上的一点反伸（倒反）。

如图 1－15 所示，四方四面体 $ABDE$ 围绕一直线 L_i^4 旋转90°到达 $A'B'D'E'$ 位置。即△ABD 围绕 L_i^4 转到△$A'B'D'$ 之后经过 L_i^4 上的一点 O 反伸，△$A'B'D'$ 与旋转前的△EDA 重合；同样，经过 O 点反伸△$A'D'E'$ 与△ABE、△$A'B'E'$ 与△BDE、△$B'E'D'$ 与△DBA 重合，整个晶体重复了原来的四方四面体形态即晶体复原。旋转360°共有四次重复，故此 L_i^4 为四次旋转反伸轴。

旋转反伸轴的符号 L_i^n，i 代表反伸，n 为轴次。n 可为 1、2、3、4、6。相应的基转角为360°、180°、120°、90°、60°。旋转反伸轴有 L_i^1、L_i^2、L_i^3、L_i^4 和 L_i^6，旋转反伸轴的作用如图 1－16 所示。

应当指出的是，除 L_i^4 外，其余各种旋转反伸轴都可以用其它简单的对称要素或它们的组合来代替，其间的关系如下（参看图 1－16）：

$L_i^1=C$；　$L_i^2=P$；　$L_i^3=L^3+C$；　L_i^4；

$L_i^6=L^3+P\,(P\perp L^3)$。

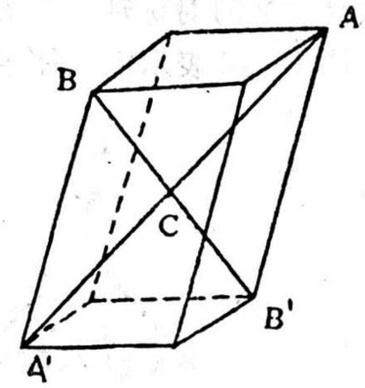


图1－14　具有对称中心C的图形

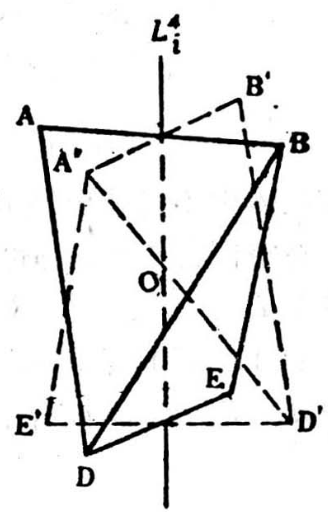


图 1－15　四方四面体的四次旋转反伸轴

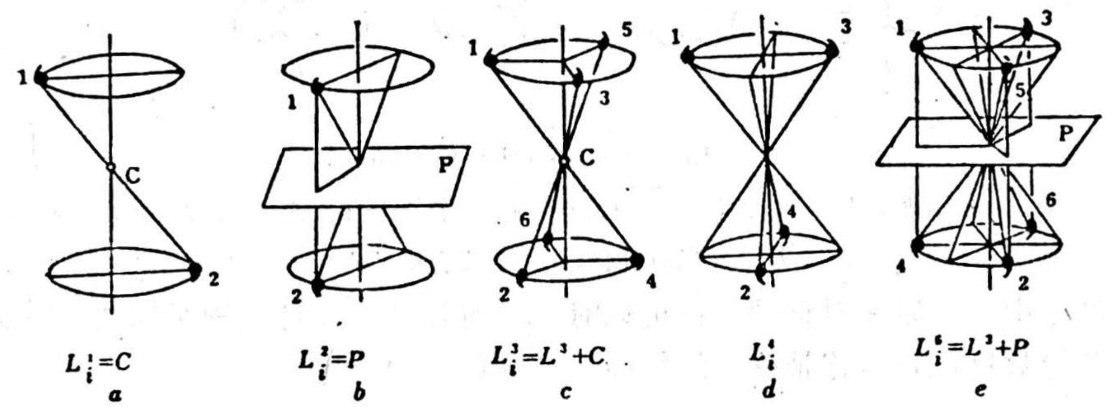


图 1－16　旋转反伸轴的图解

现分别加以说明。

L_i^1 的对称操作为旋转 360° 后反伸。由于旋转 360° 后图形复原，其效果等于不旋转而单纯的反伸，如图 1－16 a 点 1 反伸与点 2 重合，所以，一次旋转反伸轴与对称中心等效，则 $L_i^1=C$。

L_i^2的对称操作旋转180°后反伸。如图1－16 b，点1围绕L_i^2旋转180°后，再经过L_i^2上的一点反伸与点2重合。由图中可以看出，点1和点2可以通过垂直L_i^2的对称面反映而重合，所以二次旋转反伸轴相当于垂直它的对称面，即$L_i^2=P$。

L_i^3的对称操作为旋转120°后反伸。如图1－16 c，点1经过L_i^3的作用可以依次得到1、2、3、4、5、6共六个点。如果用L^3+C代替L_i^3进行对称操作，点1通过L^3作用可得到点1、3、5，再经过C作用又得到点2、4、6，总共得到六个点，与由L_i^3的作用完全相同，所以三次旋转反伸轴相当于一个三次对称轴与对称中心的组合，即$L_i^3=L^3+C$。

L_i^4的对称操作为旋转90°后反伸。如图1－16 d，点1旋转90°后，再反伸得点2；点2旋转90°后反伸得点3；点3旋转90°后反伸得点4；点4旋转90°后反伸回到点1复原。L^4不能用其它简单的对称要素或它们的组合来代替。

L_i^6的对称操作为旋转60°后反伸。如图1－16 e，从点1开始，旋转60°后再反伸得点2，依次类推，可得到点3、4、5、6共六个点。若用L^3+P代替L_i^6进行对称操作，由点1开始，经L^3作用可得到点1、3、5，再经过垂直L^3的P的作用又可得到点2、4、6，共计六个点与由L_i^6作用的结果完全相同，所以，一个六次旋转反伸轴相当于一个三次对称轴与垂直它的对称面的组合，即$L_i^6=L^3+P$（$P\perp L^3$）。

一般常用的旋转反伸轴为L_i^4和L_i^6，在作图中分别以◇和⬡表示。

5．．旋转反映轴或称映转轴（L_s^n）

旋转反映轴为通过晶体中心的一根假想的直线，晶体围绕此直线旋转一定角度后，并对垂直此直线的平面反映，可使晶体相等部分重复或者说使晶体复原。

旋转反映轴的对称操作为旋转加反映的复合操作。

旋转反映轴以L_s^n表示，其中s代表反映，n为轴次（或用L_{2n}^n表示旋转反映轴，n代表简单对称轴的轴次，$2n$为本身的轴次）。

旋转反映轴有L_s^1、L_s^2、L_s^3、L_s^4和L_s^6，相应的基转角为360°、180°、120°、90°、60°。

旋转反映轴与旋转反伸轴有下列关系：

$L_s^1=P=L_i^2$，$L_s^2=C=L_i^1$，$L_s^3=L^3+P=L_i^6$，$L_s^4=L_i^4$，$L_s^6=L^3+C=L_i^3$。

四、对称要素的组合

在结晶多面体中，可以有一个对称要素单独存在，也可以有若干个对称要素组合在一起共同存在，对称要素的组合不是任意的，是服从对称要素组合定理（简称组合定理），现简述如下：

定理一　如果有一个对称面P包含L^n，则必有n个对称面包含L^n，且任意二相邻P之间的交角δ等于360/2n（图1－17）。

简式　　$L^n\times P_{/\!/}\rightarrow L^nnP$

（式中×号表示组合，右下角"$/\!/$"或"$\perp$"或"$\not\!/\!/$"表示该对称要素与前者平行（包含）或垂直或斜交，"⟶"表示导出，下同）。

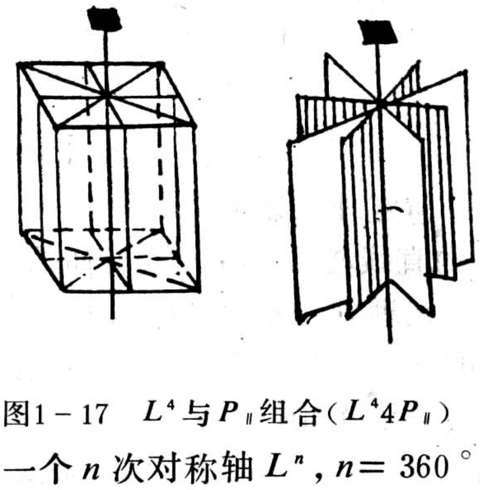


图1－17　L^4与$P_{/\!/}$组合（$L^44P_{/\!/}$）

逆定理　如果有两个对称面P以δ角相交，其交线必为一个n次对称轴L^n，$n=360°/2\delta$

（图 1－17）。

定理二　如果有一个二次对称轴 L^2 垂直 L^n，则必有 n 个 L^2 垂直 L^n，且任意二相邻 L^2 之间的交角 $\delta = 360^\circ/2n$（图 1－18）。

简式　$L^n \times L^2_\perp \longrightarrow L^n nL^2$

逆定理　如果有两个相邻的 L^2 以 δ 角相交，则过两个 L^2 交点的公共垂线必为一个 n 次对称轴 L^n，$n=360^\circ/2\delta$（图 1－18）。

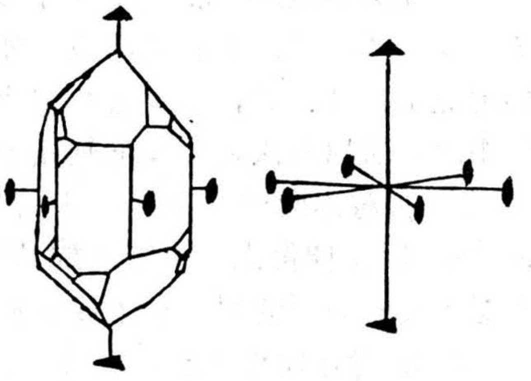


图1－18　L^3 与 $L^2_\perp$ 组合（$L^3 3L^2$）

定理三　如果有一个偶次对称轴 L^n 垂直对称面 P，其交点必为对称中心 C（图 1－19）

简式　$L^n \times P_\perp \longrightarrow L^n PC$（$n$ 为偶数）

逆定理一　如果有一个对称面和对称中心组合，必有一个垂直于对称面的偶次对称轴(图1－19)。

简式　$P \times C \longrightarrow L^n P_\perp C$　　（n 为偶数）

逆定理二　如果有一个偶次对称轴 L^n 与对称中心组合，必产生垂直该 L^n 的对称面 P(图 1－19)。

简式　$L^n \times C \longrightarrow L^n P_\perp C$　　（n 为偶数）

定理四　如果有一个二次对称轴 L^2 垂直 L_i^n（或者有一个对称面 P 包含 L_i^n），当 n 为偶数时，则必有 $n/2$ 个 L^2 垂直 L_i^n 和 $n/2$ 个 P 包含 L_i^n；当 n 为奇数时，则必有 n 个 L^2 垂直 L_i^n 和 n 个 P 包含 L_i^n，而且对称面 P 的法线与相邻 L^2 之间的交角 δ 均为 $360^\circ/2n$（图1－20）。

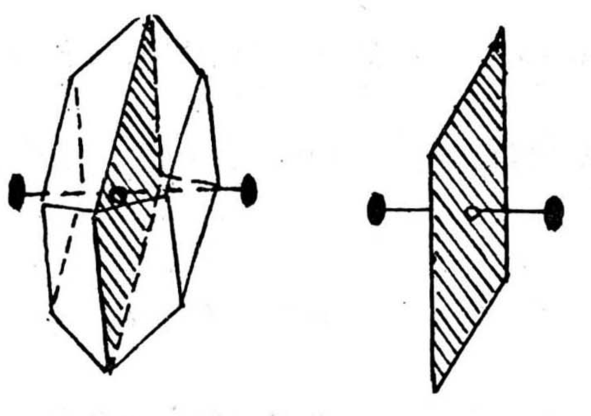


图1－19　L^2 与 $P_\perp$ 组合（$L^2 P_\perp C$）

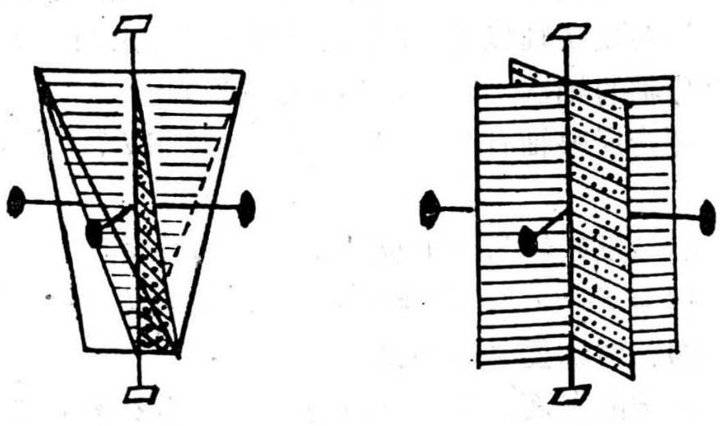


图1－20　具有 $L_i^n 2L^2 2P$ 的图形

简式　$L_i^n \times L^2_\perp = L_i^n \times P_\parallel \longrightarrow L_i^n \frac{n}{2} L^2_\perp \frac{n}{2} P_\parallel$　　（n 为偶数）

$L_i^n \times L^2_\perp = L_i^n \times P_\parallel \longrightarrow L_i^n nL^2_\perp nP_\parallel$　　（n 为奇数）

逆定理　如果有一个 L^2 与一个 P 斜交，P 的法线与 L^2 的交角为 δ，则包含 P 且垂直于 L^2 的直线必为一个 n 次反伸轴 L_i^n，$n = 360^\circ/2\delta$（图 1－20）。

定理五　n 次对称轴 L^n 与 m 次对称轴 L^m 以 δ 角斜交时，则围绕 L^n 必有共点且对称分布的 n 个 L^m，围绕 L^m 必有共点且对称分布的 m 个 L^n，而且任意二相邻的 L^n 与 L^m 之间交角均等于 δ（图 1－21）。

简式　$L^n \times L^m_{\not\perp} \longrightarrow nL^m mL^n$

五、晶体的三十二种对称型及推导

1. 对称型的概念

晶体中全部对称要素的组合，称为晶体的对称型。即将晶体中的全部对称要素按照书写规定组合在一起，就是对称型。写对称型时，先写对称轴(或旋转反伸轴)由高次到低次的顺序排列，再写对称面、对称中心。例如，$3L^4 4L^3 6L^2 9PC$、$L_i^4\ 2L^2\ 2P$ 等。由于晶体的全部对称要素都通过晶体的中心点，在进行对称操作时，至少有一个点是不动的(点操作)。因此，对称型也称点群。

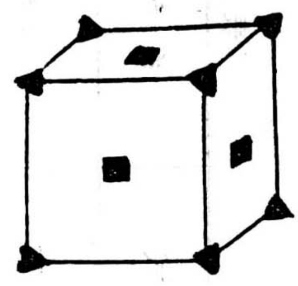


图1－21 L^4 与 L^3 的组合($3L^4 4L^3$)图形

晶体共有三十二种对称型，可运用对称要素组合定理推导出来。

2. 三十二种对称型推导

根据晶体中可能存在的对称要素和对称要素组合定理，可推导出晶体的三十二种对称型(表 1－2)。

前面已经讲过晶体中可能存在的对称要素有：

对称轴 L^1、L^2、L^3、L^4、L^6；

对称面 P；

对称中心 C；

旋转反伸轴 $L_i^1=C$，$L_i^2=P$，$L_i^3=L^3+C$，L_i^4，$L_i^6=L^3+P_\perp$

旋转反映轴 L_s^n，可由旋转反伸轴 L_i^n 代替，所以，本书不采用。

为了便于推导，把这些对称要素的组合分成两类：高次轴(轴次高于 2)不多于一个的对称要素的组合称为 A 类(共27种)；高次轴多于一个的对称要素的组合称为 B 类(共 5 种)。

首先作 A 类的推导。

高次轴不多于一个的组合有七种组合方式，从而导出相应的共同式(表 1 － 2)。

① 对称轴 L^n 单独存在，这是最原始的组合方式，为原始式。其共同式为 L^n。

② 旋转反伸轴(倒转轴) L_i^n 单独存在，为倒转原始式。其共同式为 L_i^n。

在 L^n 或 L_i^n 的基础上与增加适当的对称要素进行组合，以导出相应的共同式。在增加对称要素时，应保证不致产生多于一个高次轴。根据前面叙述的组合定理，对称要素 L^n 或 L_i^n 只能增加 C、P 和 L^2，而且它们与 L^n 或 L_i^n 必须成平行或垂直的关系与之组合。

③ 对称轴 L^n 与对称中心 C 组合，为中心式。其对称要素组合方式是 $L^n\times C$，由此导出相应的共同式为 L^n(奇)C 和 L^n(偶)PC (即 L^n(奇)$\times C\rightarrow L^n$(奇)C 和 L^n(偶)$\times C\rightarrow L^n$(偶)PC)。

④ 对称轴 L^n 与垂直它的 L^2 组合，为轴式。其对称要素组合方式是 $L^n\times L^2_\perp$，由此导出的共同式为 $L^n nL^2$ (即 $L^n\times L^2\rightarrow L^n nL^2$)。

⑤ 对称轴 L^n 与包含它的对称面 P 组合，为面式。其对称要素组合方式是 $L^n\times P_\parallel$，由此导出的共同式为 $L^n nP$ (即 $L^n\times P_\parallel\rightarrow L^n nP$)。

⑥ 旋转反伸轴 L_i^n 与包含它的对称面 P 组合，为倒转面式。其对称要素组合方式是 $L_i^n\times P_\parallel$，当 n 为偶数时，导出的共同式为 $L_i^n\frac{n}{2}L^2\frac{n}{2}P$ (即 $L_i^n\times P_\parallel\rightarrow L_i^n\frac{n}{2}L^2\frac{n}{2}P$)。

⑦ 对称轴 L^n 与包含它的对称面 P 和垂直它的 L^2 组合，为面轴式。其对称要素组合方