



全国高等农林院校“十一五”规划教材

经济数学方法与模型

任永泰 主编

 中国农业出版社

全国高等农林院校“十一五”规划教材

经济数学方法与模型

任永泰 主编

中国农业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

经济数学方法与模型 / 任永泰主编. —北京: 中国农业出版社, 2008. 12

全国高等农林院校“十一五”规划教材

ISBN 978-7-109-12213-0

I. 经… II. 任… III. ①经济数学-数学方法-高等学校-教材②经济模型-高等学校-教材 IV. F224

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 179626 号

中国农业出版社出版

(北京市朝阳区农展馆北路 2 号)

(邮政编码 100125)

责任编辑 朱 雷 刘新团

中国农业出版社印刷厂印刷 新华书店北京发行所发行

2008 年 12 月第 1 版 2008 年 12 月北京第 1 次印刷

开本: 820mm×1080mm 1/16 印张: 19.75

字数: 460 千字

定价: 29.80 元

(凡本版图书出现印刷、装订错误, 请向出版社发行部调换)

编写人员

主 编 任永泰

副主编 高春雨 汤 岩

参 编 焦 扬 李放歌 刘 慧 孟翔燕

吴秋峰 姚 艳

前言

本书是“十一五”国家课题“我国高校应用型人才培养模式研究”重点子课题(FIB070335-B2-05)、2007年黑龙江省新世纪高等教育教学改革工程项目(3858)和黑龙江省高教学会2007年滚动立项课题(115C-772)的研究成果。

经济数学方法与模型课程是各类高等院校经济、管理类专业本科生的基础课,可能不同的高校课程名称不尽相同。而目前服务于该课程的教材多数偏重数学理论而经济应用性较差,大多数知识点仍在18世纪之前的数学方法中徘徊,所以我们在已有教材基础上编写了此书。该课程以前名称为经济数学,但在内容上并非等同于在我国高等院校经济、管理类专业开设的《经济数学基础》,也并非是在1987年,国家教委会同财政部等有关部门确定的经济类专业12门核心课程中的《经济应用数学》,更不是目前财经类院校所普遍开设的微积分、线性代数、概率论与数理统计合订本《经济数学》,而是以高等数学、线性代数、概率论与数理统计为前序课程,且与经济管理类专业密切相关的一些数学方法和模型的有机结合体,作为经济学与数学交叉的学科,我们选择本书的名称为《经济数学方法与模型》。

我们不再用“那些繁冗的理论推导”去“无端地耗损年轻人的生命和热情”。因为本人熟知“虽然学习数学语言和方法的投资回报将会逐渐得到体现,但学习过程却是十分痛苦的”。本书是一本侧重于实际应用的教材,内容包括:最优化方法与模型,预测方法与模型,评价、决策方法与模型,每一部分都本着“实际够用为度”的原则深入浅出地介绍数学方法和理论,重点讲解经济应用,淡化各种经济数学模型中的数学理论及其枯燥和繁冗的推导,从而减轻学生学习数学语言的痛苦,集中精力学习数学方法的应用过程。本书每章末附有习题,书末附有习题解答与提示。本书还专辟一篇,精选四个综合案例,对问题的提出、数据的处理、模型的选择、模型的计算、结果的实证分析依次详细地讲解。

本教材由东北农业大学的任永泰负责统稿,并负责第一章、第二章、第三章的编写;第四章由吴秋峰编写;第五章、第七章由高春雨编写;第六章由刘慧编写;

第八章由焦扬编写；第九章、第十章由孟翔燕编写；第十一章、第十二章由汤岩编写。第四篇应用案例由李放歌、姚艳编写。

本书在编排上采用分块式——共四篇。前三篇每篇四章，第四篇共四个应用案例。除第四篇以外各篇相对独立，教师可根据实际情况做一定的删减以满足不同学时的需要。

本书可作为高等院校经济管理相关专业的教材，也可供高等学校师生、科研人员和经济管理等人员参考。

在编写本书之前，我们曾经为东北农业大学经济数学方法与模型课程编写校内立项教材，并且在校内使用了3年，本书是在此基础上通过多次修改而成的。在编写过程中，得到了东北农业大学经济管理学院范亚冬教授、王积田副教授、张启文副教授的很大帮助，理学院孟军教授在使用过程中曾提出许多宝贵意见，在此向他们表示感谢。

由于编者的水平有限，书中的缺点甚至错误在所难免，敬请广大师生和同行专家批评指正。

编 者

2008年10月于哈尔滨

目 录

前言

第一篇 最优化方法与模型

第一章 线性规划	3
第一节 线性规划问题的提出及其数学模型	3
一、线性规划问题的提出	3
二、线性规划问题的数学模型	7
三、线性规划模型的标准形式	7
四、线性规划标准形式的缩写形式	8
五、线性规划模型的标准化	9
第二节 线性规划问题的解及其性质	9
一、线性规划问题解的概念	9
二、凸性的几个基本概念	11
第三节 单纯形法	12
第四节 大 M 法与两阶段法	15
一、大 M 法	16
二、两阶段法	18
第五节 线性规划的对偶问题	20
一、对偶问题举例	20
二、对称型对偶关系的一般形式	22
三、非对称型对偶关系	23
第六节 对偶单纯形法	26
一、对偶关系的基本性质	26
二、对偶单纯形法的解法	27
第七节 对偶问题的经济意义	30
第八节 灵敏度分析	33
一、单纯形法计算的矩阵表示	33
二、灵敏度分析	34
习题一	38
第二章 最佳指派问题	45

第一节 最佳指派问题的线性规划模型	45
第二节 标准指派问题的匈牙利法	46
一、匈牙利法的基本原理	46
二、匈牙利法的求解步骤	47
第三节 非标准指派问题	50
一、目标函数为求极大值的问题	50
二、价值系数矩阵中存在负元素	50
三、价值系数矩阵不是方阵	52
第四节 竞争型指派问题	54
一、引言	54
二、竞争型指派问题	54
三、竞争型指派问题的算法	55
习题二	57
第三章 优选法	60
第一节 单因素问题的优选方法	61
一、0.618 法 (黄金分割法)	61
二、分数法 (斐波那契法)	65
三、二分法	68
第二节 双因素问题的优选法	70
一、坐标 (因素) 轮换法	70
二、平行线法	72
第三节 正交试验法	72
一、全面试验	73
二、单因素试验轮换法	73
三、正交设计	74
习题三	78
第四章 遗传算法	79
第一节 引言	79
一、遗传算法的生物学意义	79
二、遗传算法相关术语	80
三、遗传算法特点	81
四、遗传算法发展历史及现状	82
五、遗传算法研究方向	82
六、遗传算法应用领域	83
七、遗传算法在经济学中的应用	84
第二节 遗传算法的基本原理与方法	85
一、编码	86
二、种群初始化产生	87
三、适应度函数	88

四、选择算子	90
五、交叉算子	91
六、变异算子	92
七、终止条件	93
八、参数设置	94
第三节 基本遗传算法	94
一、基本遗传算法步骤与流程图	94
二、简单函数优化算例分析	95
第四节 改进型遗传算法	97
一、改进的遗传算法一	98
二、改进的遗传算法二	99
第五节 案例分析	100

第二篇 预测方法与模型

第五章 时间序列分析	107
第一节 时间序列简介	107
一、时间序列预测法	107
二、时间序列数据的特点	107
三、时间序列的分类	108
四、常用的时间序列分析法	108
五、针对时间序列数据的建模步骤	109
六、时间序列的优、缺点	110
第二节 移动平均模型	111
一、简单一次移动平均预测法	111
二、加权一次移动平均预测法	112
第三节 指数平滑模型	113
一、一次指数平滑法	113
二、二次指数平滑法	114
第四节 随机时间序列模型	115
一、自回归模型	116
二、滑动(移动)平均模型	116
三、自回归滑动平均模型	117
四、随机时间序列分析模型(AR, MA, ARMA)的识别	117
五、随机时间序列分析模型(AR, MA, ARMA)的参数估计	119
第五节 随机时间序列模型应用	120
一、时间序列模型的计算公式	120
二、时间序列模型的应用	121
习题五	124

第六章 微分方程模型	127
第一节 微分方程建模的思想和方法	127
一、建立微分方程模型的方法	127
二、用微分方程构造模型的步骤	127
第二节 人口增长模型	130
一、指数增长模型 (Malthus 模型)	130
二、阻滞增长模型 (Logistic 模型)	132
第三节 战争模型	133
一、一般战争模型	133
二、正规战争模型	134
三、游击战争模型	135
四、混合战争模型	136
五、战争模型应用实例——硫磺岛战役	137
第四节 微分方程稳定性理论	138
一、一阶方程的平衡点及稳定性	138
二、二阶方程的平衡点及稳定性	139
习题六	144
第七章 灰色预测模型	146
第一节 灰色建模及灰色序列生成	146
一、灰色预测法及灰色建模	146
二、灰色序列生成	147
第二节 经典 GM(1, 1) 模型	148
一、GM(1, 1) 模型的建模机理	149
二、GM(1, 1) 模型可行性判断	151
三、GM(1, 1) 模型的适用范围	151
四、GM(1, 1) 模型的检验	151
第三节 改进的 GM(1, 1) 模型	154
一、传统的 GM(1, 1) 模型存在的问题	154
二、改进的 GM(1, 1) 模型	155
第四节 GM(1, 1) 模型的应用	157
习题七	160
第八章 人工神经网络	162
第一节 人工神经网络概述	162
第二节 人工神经网络的基本结构与模型	164
一、人工神经元的模型	164
二、激活转移函数	164
三、单层与多层神经网络模型结构	165
第三节 线性神经网络	166
一、线性神经网络模型及学习规则	166

二、线性神经网络的 Matlab 仿真程序设计	168
第四节 BP 神经网络	171
一、BP 神经网络模型	171
二、BP 神经网络的 Matlab 仿真程序设计	172
习题八	177

第三篇 评价、决策方法与模型

第九章 模糊聚类分析	181
第一节 关系及分类	181
第二节 模糊关系及矩阵	183
第三节 模糊聚类分析的一般步骤	186
一、数据标准化	186
二、建立模糊相似矩阵	187
三、聚类	189
第四节 应用案例：模糊聚类分析法在经济管理中的应用	194
习题九	200
第十章 模糊综合评价	202
第一节 模糊变换	202
第二节 模糊综合评价的运算模型	202
一、单层模糊综合评判	202
二、多层模糊综合评价	203
第三节 权重的确定方法	204
一、统计法	204
二、试探法	205
第四节 应用案例：模糊综合评价方法在经济管理中的应用	205
习题十	212
第十一章 层次分析法	213
第一节 层次分析法的基本步骤	213
一、递阶层次结构的建立与特点	213
二、构造判断矩阵	214
三、层次单排序及一致性检验	216
四、层次总排序及组合一致性检验	220
第二节 应用案例：层次分析法在经济管理中的应用	221
习题十一	228
第十二章 决策分析法	230
第一节 决策分析的基本概念及分类	230
第二节 决策分析的基本原则和一般步骤	231

一、决策分析的基本原则	231
二、决策的一般步骤	231
第三节 确定型决策	232
一、通过市场调查进行决策	232
二、运用数学模型进行决策	233
第四节 不确定型决策	234
一、等概率准则	235
二、乐观主义准则	235
三、悲观主义准则 (Wald 决策准则)	236
四、乐观系数准则 (Hurwicz 准则)	236
五、最大最小后悔值准则	237
第五节 风险型决策	237
一、最大可能准则决策方法	237
二、期望值准则决策方法	238
三、决策树法	238
四、马尔科夫决策法	239
习题十二	244

第四篇 应用案例

案例 1 北京市旅游需求的预测	249
案例 2 酒店客房的最优分配	266
案例 3 跨国公司内部流动资金管理的冲销配置模型	278
案例 4 乳品企业核心竞争力评价	283
习题参考答案	290
参考文献	299

第一篇

最优化方法与模型

最优化方法是近几十年形成的，它主要运用数学方法研究各种系统的优化途径及方案，为决策者提供科学决策的依据。最优化方法的主要研究对象是各种有组织系统的管理问题及其生产经营活动。最优化方法的目的在于针对所研究的系统，求得一个合理运用人力、物力和财力的最佳方案，发挥和提高系统的效能及效益，最终达到系统的最优目标。实践表明，随着科学技术的日益进步和生产经营的日益发展，最优化方法已成为现代管理科学的重要理论基础和不可缺少的方法，被人们广泛地应用到公共管理、经济管理、国防等各个领域，发挥着越来越重要的作用。最优化方法包含的内容很多，主要有：线性规划、整数规划、非线性规划、动态规划、搜索方法等。

本篇选择了几类有代表性的内容，最主要的是线性规划问题，其次是最佳指派问题、优选问题，另外将目前比较流行的解决复杂非线性优化问题的遗传算法也囊括进来加以介绍，目的是使读者不但对古典的最优化方法有所了解和掌握，同时也能掌握和应用新兴的方法解决实际问题。

第一章 线性规划

线性规划 (Linear Programming, 简称 LP) 是运筹学的一个重要分支, 其研究始于 20 世纪 30 年代末. 许多人把线性规划的发展列为 20 世纪中期最重要的科学进步之一. 1939 年, 苏联数学家康脱洛维奇 (L. V. Kantorovich) 研究并发表了《生产组织与计划的数学方法》一书, 首次提出了线性规划问题, 以后美国学者希奇柯克 (F. L. Hitchcock, 1941) 和柯普曼斯 (T. C. Koopmans, 1947) 又独立地提出了运输问题这样一类特殊的线性规划问题, 1947 年美国数学家丹捷格 (G. B. Dantzig) 提出求解线性规划的一般方法——单纯形法, 从而使线性规划在理论上趋于成熟. 后来随着计算机技术的迅速发展, 使得大型线性规划问题的迅速求解成为可能, 从而使线性规划的应用范围日益广泛. 目前, 线性规划已广泛应用于工业、农业、商业、交通运输、经济管理和国防等部门的计划管理与决策分析, 成为现代管理的有力工具之一.

本部分首先介绍线性规划的数学模型、基本概念、基本理论、求解方法, 然后介绍线性规划对偶理论, 最后介绍对偶问题的经济意义以及线性规划问题的灵敏度分析.

第一节 线性规划问题的提出及其数学模型

现实生活中, 我们经常面临这种情况, 有许多活动要完成, 同时存在为完成这些活动可供选择的多种方法. 但是, 由于有时某些资源有限, 这就出现一个稀少资源的最优分配问题. 线性规划就是研究这样一类问题的理论和方法. 可以归纳成两种类型的问题: 一类是给定了一定数量的人力、物力、财力资源, 研究如何运用这些资源使完成的任务最多; 另一类是给定了一项任务, 研究如何统筹安排, 才能以最少的人力、物力、财力等资源来完成该项任务.

一、线性规划问题的提出

1. 生产计划问题

例 1 某工厂生产甲、乙两种产品, 这两种产品都需要在 A、B、C 三种不同设备上加工. 每吨甲、乙产品在不同的设备上加工所需的台时数, 它们销售后所能获得的利润值以及这三种加工设备在计划期内能提供的有限台时数列于表 1-1. 试问: 如何安排生产计划, 即甲、乙两种产品各生产多少吨, 方可使该厂所得利润最大?

此问题是一个简单的生产计划问题, 可用数学语言描述. 设在计划期内甲、乙两种产品的产量分别为 x_1 、 x_2 吨, 按给定的条件, 设备 A 在计划期间的有限台时数为 36, 这是一个限制条

件. 因此, 在安排生产时, 要保证甲、乙两种产品对于设备 A 的使用不超过其总有限台时, 可用不等式表示为

$$3x_1 + 4x_2 \leq 36.$$

类似地, 对于设备 B 和设备 C 也有下述不等式

$$\begin{cases} 5x_1 + 4x_2 \leq 40, \\ 9x_1 + 8x_2 \leq 76. \end{cases}$$

表 1-1 生产设备资源消耗与产品利润表

设 备	每吨产品的加工台时		总有限台时
	甲	乙	
A	3	4	36
B	5	4	40
C	9	8	76
利润 (元/t)	32	30	

该厂的目标是使总收益最大, 如以 z 表示总收益, 则有 $z = 32x_1 + 30x_2$, 我们称之为目标函数.

另外, 产品产量不可能为负值, 因此有 $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$.

综上所述, 此问题的数学模型为: 求一组变量 x_1 , x_2 (称之为决策变量) 满足下列限制条件 (称之为约束条件):

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \leq 36, \\ 5x_1 + 4x_2 \leq 40, \\ 9x_1 + 8x_2 \leq 76, \\ x_1, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

使目标函数 $z = 32x_1 + 30x_2$ 达到最大值.

2. 营养配餐问题

例 2 有 A、B 两种食品, 含有每天必需的营养成分 C 和 D, 每天至少需要营养成分 C 和 D 分别为 2 和 3 个单位. 食品 A 和 B 的成分和单价如表 1-2 所示. 试问如何定制食谱才能使费用最省?

表 1-2 食品营养成分与单价表

营养成分	食 品	
	A	B
C	1	2
D	3	1
单价	0.9	0.8

设每天购买食品 A、B 分别为 x_1, x_2 个单位, 费用为 z , 则此问题的数学模型为: 求一组变量 x_1, x_2 满足下列约束条件:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ 3x_1 + x_2 \geq 3, \\ x_1, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

并使目标函数 $z = 0.9x_1 + 0.8x_2$ 达到最小值.

3. 运输问题

例 3 现要从两个仓库 (发点) 运送库存原棉来满足纺织厂 (收点) 的需要. 三个纺织厂所需原棉数量和两个仓库现有库存量, 以及每吨原棉从各个仓库送到各个纺织厂所需的运费如表 1-3 所示. 试问在保证各个纺织厂的需求都得到满足的条件下, 应采用哪一种运送方案, 才能使总运输费用达到最小.

表 1-3 原棉库存需求及运输单价表

运输单价 (元/t) 仓库 i^*	工厂 (j^*)			库存量 (t)
	1*	2*	3*	
1*	2	1	3	50
2*	2	2	4	30
需求量 (t)	40	15	25	

(注: 表中仓库 i^* 是指第 i 个仓库, 工厂 j^* 是指第 j 个工厂)

设 x_{ij} 表示 i^* 仓库运送到 j^* 厂的原棉数量. 于是, 总运费为:

$$z = 2x_{11} + x_{12} + 3x_{13} + 2x_{21} + 2x_{22} + 4x_{23}.$$

依题意, 约束条件如下:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 50, \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 30, \\ x_{11} + x_{21} = 40, \\ x_{12} + x_{22} = 15, \\ x_{13} + x_{23} = 25, \\ x_{ij} \geq 0 (i = 1, 2; j = 1, 2, 3). \end{cases}$$

即此问题归结为: 求一组变量 $x_{ij} (i=1, 2; j=1, 2, 3)$ 满足上述约束条件且使目标函数达到最小.

4. 合理下料问题

例 4 有一批某种型号的圆钢长 8 m, 需要截取长 2.5 m 的毛坯 100 根, 长 1.3 m 的毛坯 200 根, 问怎样选择下料方式, 才能既满足需要, 又使总的用料最少 (各种可能的搭配方案如表 1-4 所示)?