

主编 钟小平

高中物理竞赛培优教程 习题全解



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大學出版社

高中物理竞赛培优教程

高中物理竞赛题典

高中物理竞赛培优教程习题全解

高中物理竞赛题典习题全解

高中物理竞赛解题方法



ISBN 978-7-308-05490-4



9 787308 054904 >

定价：33.00元

高中物理竞赛培优教程 习题全解

钟小平 主编



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大學出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中物理竞赛培优教程习题全解 / 钟小平主编. —杭州:
浙江大学出版社, 2007. 8
ISBN 978-7-308-05490-4

I. 高... II. 钟... III. 物理课—高中—解题 IV. G634.75

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 131942 号

钟小平 主编

高中物理竞赛培优教程习题全解

钟小平 主编

责任编辑 杨晓鸣 姜 锐(特邀)

出版发行 浙江大学出版社

(杭州天目山路 148 号 邮政编码 310028)

(E-mail: zupress@mail. hz. zj. cn)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版 浙江大学出版社电脑排版中心

印 刷 浙江省良渚印刷厂

开 本 787mm×960mm 1/16

印 张 27

印 数 0001—8000

字 数 570 千

版 印 次 2007 年 8 月第 1 版 2007 年 8 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-308-05490-4

定 价 33.00 元

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部邮购电话 (0571)88072522

前 言

中学物理教育是基础教育的重要组成部分。每年一度的全国中学生物理竞赛在激发学生对物理学科的热爱和学习兴趣、培养科学思维能力等方面起到了重要作用,并产生了积极的影响。因此,高中物理竞赛越来越受到中学师生的重视。

为了配合高中学生参加全国中学生物理竞赛,向他们提供可读性强,有实用参考价值的阅读材料,我们依据新施行的高中物理竞赛大纲,以及新课标教材编写了一系列高中物理竞赛图书。这些图书出版后,深受广大读者喜爱,销售逐年攀升,尤其是《高中物竞赛培优教程》至今销售了近 50000 册。读者纷纷来电来函,提出许多宝贵的建议,希望能对该的全部习题作出详解。为此,我们组织了原班人员,对本书全部习题作了详尽解答。希望读者能喜欢。

目 录

第一章 运动学	(1)
第一节 质点运动的基本概念	(1)
第二节 运动的合成	(5)
第三节 抛体运动	(10)
第四节 圆周运动	(16)
第五节 刚体绕定轴的转动	(23)
第六节 综合训练	(28)
问题与讨论 图线的应用(1)	(41)
第二章 静力学	(44)
第一节 常见的几种力	(44)
第二节 共点力作用下物体的平衡	(48)
第三节 一般物体的平衡	(54)
第四节 平衡种类	(62)
第五节 流体静力学	(65)
第六节 综合训练	(69)
问题与讨论 矢量三角解题	(85)
第三章 牛顿运动定律	(90)
第一节 牛顿运动定律	(90)
第二节 非惯性参照系	(98)
第三节 万有引力定律与天体运动	(104)
第四节 综合训练	(106)
问题与讨论 分情况讨论解题	(115)

第四章 能量与动量	(124)
第一节 功和功率.....	(124)
第二节 动能定理.....	(126)
第三节 势能.....	(130)
第四节 机械能守恒定律.....	(133)
第五节 冲量、动量、动量定理.....	(137)
第六节 动量守恒定律.....	(139)
第七节 碰撞和质心运动.....	(142)
第八节 综合训练.....	(148)
问题与讨论 极值问题.....	(163)
第五章 角动量	(167)
第一节 力矩和角动量.....	(167)
第二节 质点和质点组的角动量.....	(169)
第三节 角动量守恒定律.....	(171)
第四节 综合训练.....	(175)
问题与讨论 宇宙中的角动量.....	(180)
第六章 振动和波	(183)
第一节 简谐运动.....	(183)
第二节 振动能量.....	(185)
第三节 机械波.....	(188)
第四节 驻波和多普勒效应.....	(189)
第五节 综合训练.....	(191)
第七章 分子运动论和热力学第一定律	(197)
第一节 分子运动论.....	(197)
第二节 理想气体的状态方程.....	(200)
第三节 热力学第一定律和热力学第二定律.....	(205)
第四节 热传递方式.....	(209)
第五节 综合训练.....	(212)
问题与讨论 临界情况解题.....	(225)

第八章 固体、液体和物态变化	(227)
第一节 固体性质	(227)
第二节 液体性质	(229)
第三节 物态变化	(231)
第四节 综合训练	(234)
第九章 静电场	(247)
第一节 库仑定律和电荷守恒定律	(247)
第二节 电场和电场强度	(250)
第三节 电 势	(252)
第四节 电容和静电场的能量	(258)
第五节 电场中的导体和电介质极化	(263)
第六节 综合训练	(265)
问题与讨论 微元法	(274)
第十章 稳恒电流	(282)
第一节 欧姆定律	(282)
第二节 含源电路的欧姆定律	(285)
第三节 电动势	(288)
第四节 电表改装	(294)
第五节 惠斯通电桥与补偿电路	(297)
第六节 物质的导电性	(302)
第七节 综合训练	(305)
问题与讨论 根据自相似性求其它阻	(322)
第十一章 磁场与电磁感应	(333)
第一节 磁场和电流的关系	(333)
第二节 电荷在磁场中的运动	(336)
第三节 法拉第电磁感应定律	(341)
第四节 自感和互感	(347)
第五节 综合训练	(348)
第十二章 交电流和电磁波	(361)
第一节 交流电	(361)

第二节	整流、滤波和稳压	(364)
第三节	电磁振荡和电磁波	(366)
第四节	综合训练	(370)
问题与讨论	交流电的叠加	(373)
第十三章	光 学	(381)
第一节	光的反射	(381)
第二节	平面镜、球面镜成像	(384)
第三节	光的折射	(386)
第四节	薄透镜成像	(391)
第五节	简单光学仪器	(396)
第六节	光的本性	(399)
第七节	综合训练	(403)
第十四章	原子物理	(406)
第一节	原子结构	(406)
第二节	原子核	(408)
第三节	综合训练	(410)
第十五章	狭义相对论	(413)
第一节	洛仑兹变换	(413)
第二节	时间和长度的相对论效应	(414)
第三节	综合训练	(419)

第一章 运动学

第一节 质点运动的基本概念

1. 摄制电影时,为了拍摄下落物体的特写镜头,做了一个线度为实物的 $\frac{1}{49}$ 的模型. 放电时,走片速度为每秒 24 张,为了使画面逼真,拍摄时走片速度应为多大? 模型的运动速度应为实物运动速度的多少倍?

2. 一固定的直线轨道上 A、B 两点间距 s , 将 s 作 n 等分, 令质点从 A 出发由静止开始以加速度 a (常量) 向 B 运动, 当质点到达每一等分段末端时它的加速度增加 $\frac{a}{n}$, 试求质点到达 B 点时的速度 v_B .

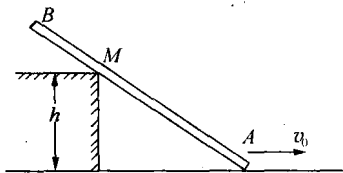


图 1-1-4

3. 如图 1-1-4 所示, 当杆的 A 端以恒定速度 v_0 沿水平方向运动时, 接触点 M 向 B 端移动. 那么, 当 $AM=2h$ 时, 接触点 M 向 B 端移动的 v 为多少?

4. 磁带录音机的空带轴以恒定角速度转动. 重新绕上磁带, 绕好后带卷的末半径 r_k 为初半径 r_0 的 3 倍, 如图 1-1-5 所示, 绕带的时间为 t_1 . 要在相同的带轴上重新绕上厚度为原磁带一半的薄磁带, 问需要多少时间 (t_2)?

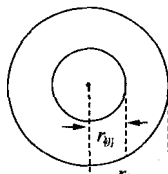


图 1-1-5

5. 在听磁带录音机的录音时发觉, 经过时间 $t_1=20$ 分, 带轴上带卷的半径减小一半. 问此后半径又减小一半需要多少时间 (t_2)?

6. 小球从高 $h_0=120\text{m}$ 处自由落下, 着地后跳起, 又落下, 每与地面相碰一次, 速度减少 $\frac{1}{n}$ ($n=2$). (1) 作出小球的 $v-t$ 图象 (向上为正); (2) 求小球从下落到停止的总时间和总路程 (g 取 $10\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$).

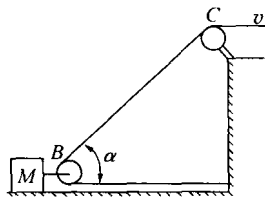


图 1-1-6

7. 如图 1-1-6 所示装置,在绳的 C 端以速率 v 匀速收绳,从而拉动低处的物体 M 水平前进,当绳 BC 段与水平恰成 α 角时,求物体 M 的速度.

8. 在以速度 v_0 行驶的小汽车正前方 L 处有一辆载重卡车.由于大雾,使得公路上能见度很低,当小车司机发现这一情况时,卡车正以加速度 a 由静止开始作匀加速运动,其方向与小车运动方向一致,于是小车司机立即以加速度 $2a$ 作减速运动.问小车速度 v_0 必须满足什么条件,小车才不至于和卡车相撞?

9. 如图 1-1-7 所示, A 和 B 两物体位于同一竖直直线上,距地面高度分别为 $h_A=20\text{m}$, $h_B=40\text{m}$,当 A 物体以 $v_0=10\text{m/s}$ 的初速度竖直上抛时, B 物体恰好同时开始作自由落体运动,问: A 和 B 将在距地面多高的地方相遇($g=10\text{m/s}^2$)?

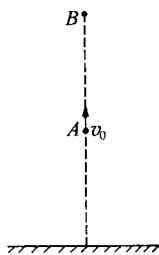


图 1-1-7

10. 一质点在平面上作匀变速运动,在时刻 $t=1\text{s}$ 、 3s 、 5s 时,质点分别位于平面上的 A、B、C 三点,已知 $\overline{AB}=8\text{m}$, $\overline{BC}=6\text{m}$,且 $AB \perp BC$. 试求此质点运动的加速度.

参考答案

1. 分析与解 设实物在时间 t 秒内下落的高度为 h ,而模型用时间 t_0 下落了对应的高度 h_0 ,则由自由落体公式应有 $h=\frac{1}{2}gt^2$, $h_0=\frac{1}{2}gt_0^2$;由于 $\frac{h_0}{h}=\frac{1}{49}$,故得 $t_0=\frac{1}{7}t$.

可见放电影时应将模型运动的时间“放大”7 倍,才能使人们看电影时观赏到逼真的画面.为此,在拍摄电影时,拍摄的走片速度应为放映时走片速度的 7 倍,这样才可使对应于模型运动时间 t_0 而放映时间为 $7t_0$.故拍摄时走片速度应为 $24\text{张/秒} \times 7=168\text{张/秒}$.

又设实物在某段时间 Δt 内以速度 v 通过位移 Δs ,而模型与之对应的量则分别是时间 Δt_0 、速度 v_0 、位移 Δs_0 ,由于有 $\Delta t_0=\frac{1}{7}\Delta t$, $\Delta s_0=\frac{1}{49}\Delta s$,故得模型运动速度 v_0 与实物运动速

度 v 之比为 $\frac{v_0}{v}=\frac{\frac{\Delta s_0}{\Delta t_0}}{\frac{\Delta s}{\Delta t}}=\frac{1}{7}$,即模型运动速度应为实物运动速度的 $\frac{1}{7}$.

2. 分析与解 按题意画出示意图,如下图所示.



质点通过 C 点时的速度 $v_C=\sqrt{\frac{2as}{n}}$.

同理,质点通过 D 点、E 点时的速度分别为

$$v_D = \sqrt{2a \frac{s}{n} + 2(a + \frac{a}{n}) \frac{s}{n}} = \sqrt{2a \frac{s}{n} + 2a \frac{s}{n} (1 + \frac{1}{n})}.$$

$$\begin{aligned} v_E &= \sqrt{2a \frac{s}{n} + 2a \frac{s}{n} (1 + \frac{1}{n}) + 2(a + \frac{2a}{n}) \frac{s}{n}} \\ &= \sqrt{2a \frac{s}{n} + 2a \frac{s}{n} (1 + \frac{1}{n}) + 2a \frac{s}{n} (1 + \frac{2}{n})}. \end{aligned}$$

以此类推,质点通过 B 点时的速度

$$\begin{aligned} v_B &= \sqrt{2a \frac{s}{n} + 2a \frac{s}{n} (1 + \frac{1}{n}) + \dots + 2a \frac{s}{n} (1 + \frac{n-1}{n})} \\ &= \sqrt{2a \frac{s}{n} [1 + (1 + \frac{1}{n}) + (1 + \frac{2}{n}) + \dots + (1 + \frac{n-1}{n})]} \\ &= \sqrt{a \frac{s}{n} (3n-1)}. \end{aligned}$$

3. 分析与解 将速度 v_0 沿杆子方向和垂直于杆子方向分解,接触点 M 向 B 端移动的速度即等于 v_0 沿杆子方向的分速,故 $v = \frac{\sqrt{(2h)^2 - h^2}}{2h} v_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0$.

4. 分析与解 绕好厚磁带后,磁带占据带轴部分的截面积

$$S_1 = \pi(r_{末}^2 - r_{初}^2) = 8\pi r_{初}^2 \quad (1)$$

于是这部带的长度

$$l = \frac{S_1}{d} = 8\pi \frac{r_{初}^2}{d} \quad (2)$$

式中 d 是磁带的厚度.

当绕好薄磁带后,磁带占据带轴部分的截面积

$$S_2 = \pi(r_{末}'^2 - r_{初}^2) \quad (3)$$

式中 $r_{末}'$ 是第二种情况下带卷的末半径.

因为带长相同,而第二种情况中磁带的厚度为第一种情况的一半,由此可以列出

$$l = 2\pi \cdot \frac{r_{末}'^2 - r_{初}^2}{d} \quad (4)$$

由(2)(4)得

$$r_{末}'^2 - r_{初}^2 = 4r_{初}^2.$$

因而,在第二种情况中带卷的末半径 $r_{末}'$ 为 $r_{末}' = \sqrt{5}r_{初}$.

在第一和第二种情况中所绕带卷的匝数 N_1 和 N_2 可以列出 $N_1 = \frac{2r_{初}}{d}$, $N_2 = \frac{(\sqrt{5}-1)r_{初}}{d/2}$

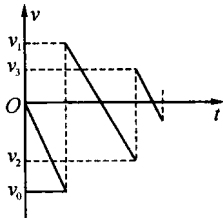
由此得到 $t_2 = (\sqrt{5}-1)t_1$.

5. 分析与解 设带卷的初半径为 $4r$,经 t_1 时间半径减为 $2r$,则相应的面积减少为 $S = \pi(16r^2 - 4r^2) = 12\pi r^2$,这等于所绕带的长度 l_1 与带的厚度 d 之乘积.因带速恒定,故 $12\pi r^2 = vt_1 d$,同理有 $\pi(4r^2 - r^2) = vt_2 d$.得 $t_2 = t_1/4 = 5\text{min}$.

6. 分析与解 (1) 小球运动的 $v-t$ 图象如右图所示.

(2) 小球从 h_0 高处落地时, 速率 $v_0 = \sqrt{2gh_0} = 60\text{m/s}$, 第一次跳起时和又落地时速率 $v_1 = v_0/2$, 第二次跳起时和又落地时速率 $v_2 = v_0/2^2, \dots$, 第 m 次跳起时和又落地时速率 $v_m = v_0/2^m$, 每次跳起的高度依次为 $h_1 = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{h_0}{n^2}, h_2 = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{h_0}{n^4}, \dots$

$$\begin{aligned} \text{总路程为 } \Sigma s &= h_0 + 2h_1 + 2h_2 + \dots + 2h_m + \dots \\ &= h_0 + \frac{2h_0}{n^2} \left(1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^4} + \dots + \frac{1}{n^{2m-2}} \right) + \dots \\ &= h_0 + \frac{2h_0}{n^2 - 1} = h_0 \cdot \frac{n^2 + 1}{n^2 - 1} = \frac{5}{3}h_0 \\ &= 300\text{m}. \end{aligned}$$



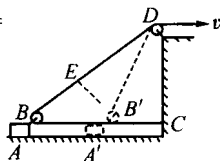
$$\begin{aligned} \text{总时间为 } \Sigma t &= t_0 + t_1 + t_2 + \dots + t_m + \dots \\ &= \frac{v_0}{g} + \frac{2v_1}{g} + \dots + \frac{2v_m}{g} + \dots \\ &= \frac{v_0}{g} \left[1 + 2 \cdot \frac{1}{n} + \dots + 2 \left(\frac{1}{n} \right)^m + \dots \right] \\ &= \frac{v_0}{g} \left(\frac{n+1}{n-1} \right) = \frac{3v_0}{g} \\ &= 18\text{s}. \end{aligned}$$

7. 分析与解 设经 Δt 时间物体 A 运动到 A' , 如右图所示, 使 $DE = DB'$, 则绳子的自由端运动的距离为 $s = \overline{BE} + \overline{BB'}$.

取 $\Delta t \rightarrow 0$, 则可以认为 $B'E \perp BD$, 这样

$$s = \overline{BB'} \cos\alpha + \overline{BB'} = \overline{BB'}(1 + \cos\alpha).$$

而 $v_A = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overline{BB'}}{\Delta t}$, $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{s}{\Delta t}$, 故可得 $v = v_A(1 + \cos\alpha)$.



所以, 物体 A 的运动速度为 $v_A = \frac{v}{1 + \cos\alpha}$.

8. 分析与解 以卡车为参照物, 小车作初速为 v_0 、加速度为 $3a$ 的匀减速运动, 要使小车不至于和卡车相碰, 须满足 $0 - v_0^2 \geq -2(3a)L$, 即 $v_0 \leq \sqrt{6aL}$.

9. 分析与解 以 B 物体为参照物, A 物体作速度为 $v_0 = 10\text{m/s}$ 的匀速直线运动, 则 A 物体与 B 物体相遇经历时间 $t = \frac{h_B - h_A}{v_0} = 2\text{s}$. 这段时间内, B 物体下落 $\Delta h = \frac{1}{2}gt^2 = 20\text{m}$. 则 A 和 B 将在距地面 $h_x = h_B - \Delta h = 20\text{m}$ 的地方相遇.

10. 分析与解 设想一质点作匀变速曲线运动,其轨迹如图 I 曲线所示,轨迹上有 O 、 P 、 Q 三点,它由 O 到 P 所用的时间为 Δt_1 ,由 P 到 Q 所用时间为 Δt_2 ,质点运动的加速度方向为 y 轴的负方向,则质点沿 x 方向的运动为匀速运动,又作出图中的 PM 、 QN 均与 y 轴平行,则应有 $\frac{OR}{RQ}$

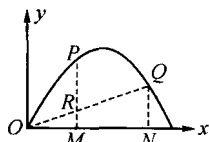


图 I

$$= \frac{OM}{MN} = \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}.$$

可见,在加速度方向未知的情况下,只要根据 $\frac{OR}{RQ} = \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}$,在 OQ 上找出 R 点,然后连接 PR ,则 PR 所指示的方向就是此质点运动的加速度方向.据此,可以确定此类问题中质点运动的加速度的方向.

如图 II 所示,作直角三角形 ABC ,使 $\overline{AB} = 8\text{m}$, $\overline{BC} = 6\text{m}$. 由于质点由 A 至 B 和由 B 至 C 所用时间相等(均为 2s),故取 AC 中点 D ,连接 BD ,射线 BD 所指方向即为质点运动的加速度方向.取射线 BD 为 y 轴,则质点在 y 轴方向的分运动为加速度为 a 的匀变速直线运动,设此运动初速度为 v_0 (此即质点在 A 处时的速度在 y 轴方向分量).取 $T = 2\text{s}$,则质点由 A 运动到 B ,其在 y 轴方向分运动位移为:

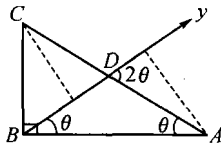


图 II

$$v_0 T + \frac{1}{2} a T^2 = -\overline{AB} \cos \theta.$$

质点由 A 运动到 C ,其 y 轴方向的分运动位移为:

$$2v_0 T + \frac{1}{2} a (2T)^2 = -\overline{AC} \cos 2\theta.$$

由题设条件有 $\overline{AB} = 10\text{m}$, $\cos \theta = 0.8$,

即

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 0.28.$$

将其代入以上两式联立,可解得 $a = 2.5\text{m/s}^2$.

质点运动加速度方向与 BA 方向夹角为 $\theta = 37^\circ$.

第二节 运动的合成

1. 下雨时,雨点竖直下落到地面,其速度为 10m/s . 若在地面上放一横截面积为 80cm^2 、高为 10cm 的圆柱形量筒,则经 30min ,筒内接得雨水水面的高度为 1cm . 现因风的影响,雨水下落时偏斜 30° . 问:若用同样的量筒接得与无风时相同的雨水量,所需时间为多少?

2. 如图 1-2-7 所示,岸高为 h ,人用绳经滑轮拉船靠岸,若当绳与水平方向夹角为 θ 时,

收绳速率为 v , 则该位置船的速率为多大?

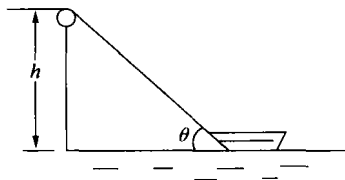


图 1-2-7

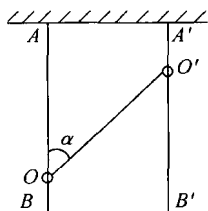


图 1-2-8

3. 两只小环 O 和 O' 分别套在静止不动的竖直杆 AB 和 $A'B'$ 上. 一根不可伸长的绳子, 一端系在 A' 点上, 绳子穿过环 O' , 另一端系在环 O 上, 如图 1-2-8 所示. 若环 O' 以恒定速度 v' 沿杆向下运动, $\angle AOO' = \alpha$. 求环 O 的运动速度.

4. 当自行车向正东方向以 5km/h 的速度行驶时, 人感觉风从正北方向吹来; 当自行车的速度增加两倍时, 人感觉风从正东北方向吹来, 求风对地的速度和风向.

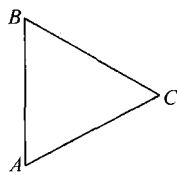


图 1-2-9

5. 模型飞机以相对空气 $v = 39\text{km/h}$ 的速度绕一个边长为 2km 的等边三角形飞行. 设风速 $u = 21\text{km/h}$, 方向与三角形的一边平行并和飞机起飞方向相同, 问: 飞机绕如图 1-2-9 所示的三角形一周需要多少时间?

6. 如图 1-2-10 所示装置, 设杆 OA 以角速度 ω 绕 O 转动, 其 A 端则系以绕过滑轮 B 的绳, 绳子的末端挂一重物 M . 已知 $\overline{OB} = h$, 当 $\angle OBA = \alpha$ 时, 求物体 M 的速度.

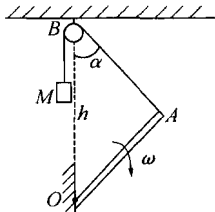


图 1-2-10

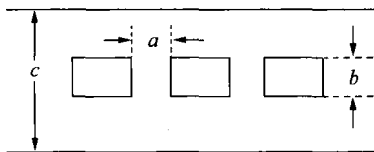


图 1-2-11

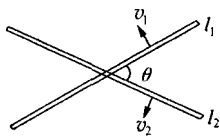


图 1-2-12

7. 如图 1-2-11 所示, 一列相同汽车以等速度 v 沿宽度为 c 的直公路行驶, 每车宽为 b , 车头间距为 a , 则人能以最小速率沿一直线穿过马路所用的时间为多少?

8. 如图 1-2-12 所示, 一平面内有两根细杆 l_1 和 l_2 , 各自以垂直于自己的速度 v_1 和 v_2 在该平面内运动, 试求交点相对于纸平面的速率及交点相对于每根杆的速率.

9. 图 1-2-13 表示在一水平面上有 A, B, C 三点, $AB = l$, $\angle CBA = \alpha$. 今有甲质点由 A 向 B 以速度 v_1 作匀速运动, 同时另一质点乙由 B 向 C 以速度 v_2 作匀速运动. 试问运动过程中两质点间的最小距离为多少?

10. 合页构件由三个菱形组成, 其边长之比为 $3:2:1$, 如图 1-2-14 所示. 顶点 A_3 以速度 v 往水平方面移动, 求当构件的所有角都为直角时, 顶点 A_1, A_2, B_2 的速度.

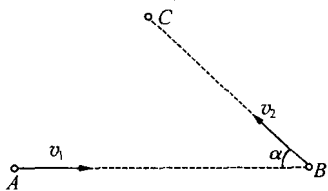


图 1-2-13

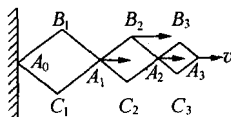
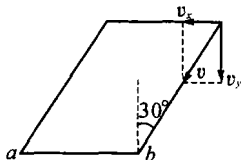


图 1-2-14

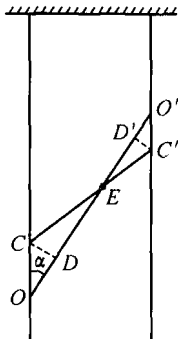
参考答案

1. 分析与解 设无风时,雨点对地匀速下落速度为 v_y ,受风影响时,雨点速度的水平分量为 v_x ,图中 ab 直线代表圆柱形量筒的直径,则能落入量筒的雨点是底面积为量筒截面积,倾角为 $\alpha=30^\circ$ 的斜柱体内的所有雨点,而斜柱体高度就是雨点在一段时间内落下的高度 $h=v_y t$. 因此能落入量筒内的雨点数与风的影响无关,本题所需时间仍为 30min.



2. 分析与解 将船的速度 v_x 沿绳子方向和沿垂直于绳子方向进行分解,其在绳子方向的分速度是 v ,则有 $v=v_x \cos\theta$. 由此得 $v_x = \frac{v}{\cos\theta}$.

3. 分析与解 解 1 由微元法求解,如右图所示,设由题图所示的状态再经历一段极短的时间 Δt ,环 O' 下滑距离 $v'\Delta t$ 而到达 C' 点,环 O 则对应地上升至 C 点. 由于时间极短,位移很小,故可将这段时间内环 O 的移动速度也视为是匀速的,以 v 表示之,则有 $OC=v\Delta t$ 和 $O'C'=v'\Delta t$,由于绳不可伸长,故应有 $O'C'+C'C=O'O$.



令 $O'O$ 与 $C'C$ 的交点为 E ,在 $O'O$ 上分别取 $ED'=EC'$ 和 $ED=EC$,则由上式有

$$O'C' = O'O - C'C = O'O - D'D,$$

于是有

$$O'C' = O'D' + OD.$$

由于 Δt 很小,则 $O'C'$ 很小, $O'O$ 与 $C'C$ 的夹角很小,由此,两等腰 $\triangle ECD$ 和 $\triangle EC'D'$ 的底角均很接近于 $\frac{\pi}{2}$,故 $\triangle OCD$ 和 $\triangle O'C'D'$ 均可近似视为直角三角形,则在此两直角三角形中,有 $O'D' = O'C' \cos\alpha$, $OD = OC \cos\alpha$.

综合前述的几式便有 $O'C' = O'C' \cos\alpha + OC \cos\alpha$,

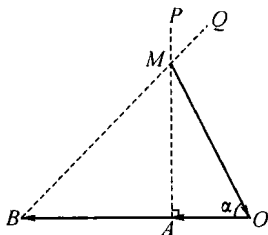
即

$$v'\Delta t = v'\Delta t \cos\alpha + v\Delta t \cos\alpha.$$

故得此时环 O 沿杆上升的速度大小为 $v = \frac{1 - \cos\alpha}{\cos\alpha} v' = \frac{2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\cos\alpha} v'$.

解2 由相对运动求解,以地面为参照物时,环 O' 以速度 v' 顺杆 $A'B'$ 向下滑,环 O 则在此刻以速度 v 顺杆 AB 向上滑,以环 O' 为参照物时,环 O 相对于环 O' 的速度方向是向上的,以 $v_{\text{相}}$ 表示这一相对速度,则其大小为 $v_{\text{相}}=v'+v$.

显然, $v_{\text{相}} \cos\alpha$ 为 O 向 O' 靠拢的速度分量,这一分量的作用是使 OO' 间的距离缩小,不难看出,它应等于绳相对于 O' 自 O' 中抽出的速度,这一速度的大小就是 v' ,故有 $v_{\text{相}} \cos\alpha = v'$,所以 $(v+v') \cos\alpha = v'$, $v = \frac{1-\cos\alpha}{\cos\alpha} v' = \frac{2\sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\cos\alpha} v'$.



4. 分析与解 从风相对人运动的角度考虑,以人为参照物,风相对人运动的速度 $\vec{v}_{\text{风}r} = \vec{v}_{\text{风}} - \vec{v}_{\text{人}}$,其中, $\vec{v}_{\text{风}}$ 为风相对于地的速度.即为所求速度,如右图所示, \vec{OA} 为第一种情况下的 $(-\vec{v}_{\text{人}1})$,设 $\vec{v}_{\text{风}} = \vec{MO}$,其中, M 为图面上某一点,由题意, M 在直线 AP 上.又 \vec{OB} 为第二种情况下的 $(-\vec{v}_{\text{人}2})$,则 M 在直线 BQ 上.故 M 为直线 BQ 与 AP 的交点,可见 $|\vec{v}_{\text{风}r}| = \sqrt{5} v = 11.2 \text{ km/h}$,风向为东偏南 $\alpha = 63.4^\circ$.

5. 分析与解 飞机相对于地的速度在 BA 、 AC 、 CB 过程分别为

$$v_{BA} = v_1 = u + v = 60 \text{ (km/h)} \quad (1)$$

而 $v_{AC} = v_2$ 与 $v_{CB} = v_3$ 均满足余弦定理

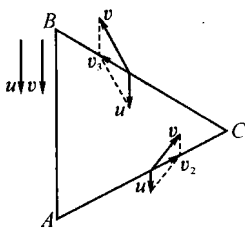
$$v_r^2 + u^2 - 2v_r \cdot u \cdot \cos 120^\circ = v^2 \quad (2)$$

由(2)得 $v_2 = v_3 = 24 \text{ km/h}$.

故 $t_{\text{总}} = \frac{a}{v_1} + \frac{a}{v_2} + \frac{a}{v_3} = \frac{1}{5} h = 12 \text{ min}$.

6. 分析与解 如右图所示,设 $\angle BAO = 90^\circ + \beta$, A 点绕 O 轴转动的速度 v_A 可表示为 $v_A = \omega \cdot \overline{OA}$.

将 v_A 分解为沿 BA 方向的速度 v_M (因 A 点与绳系在一起,故 v_A 有一分速度 v_M)和与 v_M 垂直的速度 v' ,则 $v_M = v_A \cos\beta$.



在 $\triangle ABO$ 中,由正弦定理得 $\frac{h}{\sin(90^\circ + \beta)} = \frac{\overline{OA}}{\sin\alpha} = \frac{h}{\cos\beta}$

由此得 $v_M = \omega h \sin\alpha$,此即物体 M 的速度(绳上各点沿绳方向的速度大小均与物体 M 的速度大小相同).

7. 分析与解 如右图所示, $v_{\text{人min}}$ 即为人安全穿过马路的最小速度,则 $v_{\text{人min}} = v \sin\alpha = v \cdot \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$,

故所需时间为 $t = \frac{c}{v_{\text{人min}} \cos\alpha} = \frac{c(a^2 + b^2)}{abv}$.

