

边缘科学书系

理论力学

郑文虎 编



电子科技大学出版社

边缘科学书系

理论力学

郑文虎 编

电子科技大学出版社

理论力学

郑文虎 编

出版:电子科技大学出版社(成都建设北路二段四号)

责任编辑:曾 艺

发行:电子科技大学出版社

印刷:北京市朝教印刷厂

开本:850mm×1168mm 1/32 印张:10.625

版次:1994年8月第一版

印次:2005年10月第二次印刷

书号:ISBN 7-81016-841-X/O·34

定价:26.50元

■ 版权所有 侵权必究 ■

◆ 本书如有缺页、破损、装订错误,请寄回印刷厂调换。

内容提要

本书系作者根据多年授课讲义经修改编写而成。主要包括：质点力学、质点组力学、刚体力学、相对运动和分析力学基础。每章有小结、思考题和习题。全书讲授份量约 60 学时。书中标有*号的部分系指出超出现行大纲范围的内容，可根据教学的需要确定取舍。

本书经西南师大邓昭镜教授、殷传宗教授审阅，可作为师专，教育学院和高师函数物理专业《理论力学》的教材，也可供中学物理教师及其他有关人员参考。

序

《理论力学》是师专、教院物理专业一门重要的基础理论课。它是在普通物理力学的基础上,运用高等数学,全面系统地阐述宏观机械运动的基本概念和基本规律,使学生对力学的基本内容有较完整的认识,并能居高临下,深入浅出和透彻地分析中学力学教材;并能掌握处理力学问题的一般方法,初步分析一些生产、生活中的力学问题以提高作为中学物理教师的能力。一本能适合师专物理系需要,又能达到以上目的、公开出版的教材还不多见。编写教材,不仅需要一定的学识水平,还需要具有比较丰富的教学经验。郑文虎同志从事教学多年,在教学实践的基础上,写成了《理论力学》讲义,多次试用,多次修改,现在定稿成书,公开出版,填补了这个空白,无疑是对师专教学方面的具体贡献。

该书特点是针对师专物理专业的培养目标,力求体现教材的师范性和专科性,认真精选了教材内容,压缩了学时,同时又加强了基本理论、基本技能和基础知识的训练。全书以力学规律为纲,由简到繁、由直观到抽象、循序渐进地对质点学、体系力学、刚体力学、相对运动和分析力学进行了严谨而完整地阐述;突出内容的物理思想和方法;紧密联系中学教学和生产实际;为了培养和引导学生正确理解和运用基本概念以及基本规律,各章还配合论讲述,精选了许多典型的例题;在写法上,该书注意到理论力学和普通物理力学之间的衔接,既保持了理论内容的深化和延续,又尽量避免重复;既保持师专层次应有的理论深度,又适当地以最简捷手法处理问题,力求做到物理思想深刻、方法透彻、技巧简捷、数学不难;为了使学生在学习中能抓住各章的要领,每章之后都附有

内容小结,此外,还备有难易适度的思考题和习题。总之,由郑文虎同志积多年师专理论力学教学之经验所编写的这一部《理论力学》教材,是很适应我国当前正在进行教学改革的需要和师专物理专业理论力学教学要求的好教材。

当然书中不可能没有缺点或不妥之处,但经过试用,不断改进和锤炼,会成为受读者欢迎的优秀教材的。

愿此书能在师专《理论力学》课程教学中发挥应有的作用。

西南师范大学

邓昭镜 谨识
殷传宗

编者的话

本书是根据国家教委师范司拟定的《关于编写二年制师专教材的指导思想和基本原则》的精神编写的。全书共分五章。其内容及体系结构，基本上参照1988年7月长春召开的全国二年制师专教材会议所拟定的教学大纲编排的。内容包括质点力学，质点组力学，刚体力学，相对运动和分析力学基础。授课60学时。每章末附有小结，对该章内容作简要概括，以利于学生掌握重点。全书编选思考题66个，习题123个，大多数习题为基本训练题，难易适度，且与正文紧密配合，习题附有答案。

本书主要针对师专物理专业的培养目标，紧密联系中学物理教学实际，注重阐述基本概念的物理实质和基本规律的物理意义，突出物理学的思想方法。在叙述中力求简明易懂，深入浅出，注意了数学工具与物理内容的衔接与配合，避免繁难的数学推导。同时，也适当引入了反映新的科技成果的实例，加强与近代物理的一些概念和应用的联系，力求体现师范性和专科层次的特点。

本书可作为师专、教育学院和高师函授物理专业的理论力学教材，也可供中学物理教师进修参考。

书中标有*号的部分系指超出现行大纲范围的内容，可根据教学的实际需要确定取舍。

本书原稿曾经西南师大邓昭镜教授和殷传宗教授仔细审阅，提出了许多宝贵意见。在编写和修改过程中，他们始终给予编者热情的鼓励和精心的指导，还为本书写了《序》，对此谨致深切的谢意。电子科大出版社的同志们对本书的编写和出版给予了有力的支持，提出了许多建设性的意见，借此机会，编者对他们表示衷心的感谢。限于编者水平，书中一定存在不少缺点和错误，诚恳地希望读者批评指正。

编者

绪 论

一、理论力学的研究对象和方法

1. 研究对象

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学。所谓机械运动就是物体在空间的相对位置随时间的变化。它包括移动、转动、振动、流动和变形等等。

运动是物质存在的形式,是物质的固有属性。物质运动的形式是多种多样的,它包括宇宙中发生的一切变化和过程,从简单的位置变化直至高级的思维活动。机械运动是自然界中最简单、最基本的物质运动形态,它不仅广泛地出现在我们的周围,而且在各种复杂的、高级的运动形态中,都伴随着机械运动。所以,要研究各种复杂的、高级的运动形态,首先应研究最简单的机械运动。因此,理论力学是学习其它理论物理的基础学科和向导,也是近代工程技术的理论基础。

根据问题的性质,理论力学通常分为运动学、动力学和静力学三个部分。运动学研究物体的运动的几何性质随时间的变化,而不考虑引起运动变化的原因;动力学研究物体在力作用下的运动规律;静力学是研究物体在力作用下的平衡规律。本书是把静力学作为动力学的一部分;但在工程技术上,它是十分重要的,将自成一个体系。

根据研究对象的性质,力学还可分为质点力学、刚体力学、变质量力学,变形体力学和流体力学等等。

理论力学主要研究质点力学,质点组力学和刚体力学,它们之

间既有密切的联系,也有各自特殊的运动规律,它们共同构成矢量力学(或牛顿力学),为了解决多约束力学体系的力学问题,在矢量力学的基础上,又建立了以虚功原理,拉格朗日方程和哈密顿原理为主要内容的分析力学。理论力学就是由矢量力学和分析力学这两个并列的理论体系所组成。

2. 研究方法

人们认识力学规律,同认识其它规律一样,是从实践出发,抽象上升为理性的认识,而后又在实践过程中进行检验,是一个由表及里,去粗取精的过程,所以,“实践——理论——实践”的公式,概括人们的认识过程。理论力学的研究方法也不例外地遵循这条辩证唯物主义的认识论的规律,简要地说来,就是从观察、实验出发,经过抽象化和归纳,建立概念和定律,用数学演绎法推导出定理和结论,再回到实验中去验证理论。

二、经典力学的适用范围

大家知道,所有的物理理论都是在一定范围内和特定条件下的相对真理,都有它的局限性。由于理论力学所陈述的力学规律,通常只限于以牛顿运动定律为依据的经典力学,其出发点是牛顿的绝对时空观。所以,它只适用于运动速度远小于光速而线度远大于原子的宏观低速度物体的运动。因此,经典力学属于宏观力学的范畴。

当物体的运动速度可以与光速相比拟时,经典力学的计算结果与客观实际严重偏离,因此经典力学不再适用,应该用相对论力学来描述。但是,经典力学是相对论力学在速度远小于光速情况下的极好近似。

当考虑微观粒子在微观空间范围内的运动规律时,经典力学也不再适用。由于微观粒子的波动性,若用经典力学的坐标和动量来描述微观粒子运动,则必存在两者不能同时确定的关系,甚至连

微观粒子的运动“轨道”也失去了意义。由此可见,不能把适用宏观物体的某些概念准确地应用于微观粒子。关于微观粒子的运动规律,应该用量子力学来描述。

经典力学与相对论力学和量子力学,各具有其适应的范畴,在各自的领域内,都表达了相对的真理。经典力学规律的近似性,只能局限在它的适用范围内,却不能否定它的应用价值,更不应忽视它在科学发展中所起的重要作用。

理论力学的主要特点是理论性强,具有高度的抽象性和概括性,并广泛地使用严密的数学工具表达运动规律。根据理论力学的特点,采用相应的学习方法,将有助于学好本课程。因此,要求准确地理解基本概念的物理意义,熟练地掌握基本规律和公式,并能在正确条件下灵活应用;学会一些处理问题的基本方法。为了达到此目标,需要在钻研理论方面和解算例题与习题之间反复交替,使认识逐步深化。

目 录

绪 论

第一章 质点力学	(1)
§ 1.1 质点运动的描述	(1)
§ 1.2 速度、加速度的分量表示式	(6)
§ 1.3 质点运动定律	(14)
§ 1.4 质点运动微分方程	(24)
§ 1.5 质点的动量定理和动量矩定理	(45)
§ 1.6 质点的动能定理和机械能守恒定律	(50)
§ 1.7 质点在有心力场中的运动	(61)
小 结	(83)
思考题	(89)
习 题	(91)
第二章 质点组力学	(99)
§ 2.1 动量定理和动量守恒定律	(99)
§ 2.2 动量矩定理和动量矩守恒定律	(108)
§ 2.3 动能定理和机械能守恒定律	(113)
§ 2.4 两体问题	(120)
§ 2.5 碰撞	(125)
§ 2.6 变质量物体的运动	(133)
小 结	(139)
思考题	(144)
习 题	(145)
第三章 刚体力学	(151)
§ 3.1 力系的简化与刚体的平衡	(151)
§ 3.2 刚体运动的分析	(161)

§ 3.3 刚体绕固定轴的转动	(165)
§ 3.4 刚体的平面平行运动	(172)
§ 3.5 刚体绕固定点的转动	(189)
小 结	(216)
思考题	(220)
习 题	(221)
第四章 相对运动	(232)
§ 4.1 质点相对运动的运动学	(232)
§ 4.2 质点相对运动的动力学	(239)
§ 4.3 地球自转所产生的影响	(247)
§ 4.4 傅科摆	(253)
小 结	(257)
思考题	(260)
习 题	(261)
第五章 分析力学基础	(266)
§ 5.1 约束与广义坐标	(267)
§ 5.2 虚功原理	(272)
§ 5.3 拉格朗日方程	(283)
§ 5.4 哈密顿正则方程	(300)
§ 5.5 泊松括号	(309)
小 结	(313)
思考题	(317)
习 题	(318)

第一章 质点力学

本章主要是从运动学和动力学两个方面研究质点力学的基本概念和基本规律。运动学主要讨论速度、加速度等基本概念和运动学方程；动力学则以牛顿运动定律为出发点，讨论质点运动微分方程的建立和求解方法，以及三个基本定理和相应的守恒定律。最后作为重要应用之一，对质点在有心力场中的运动问题进行讨论。本章是学习整个经典力学的重要基础。

§ 1.1 质点运动的描述

一、质点

一个实际物体总是有一定的大小、形状和结构，研究这样的物体运动一般比较复杂。但在某些情况下，根据所研究问题的性质，如果物体本身的线度与问题中所涉及的数量变范围相比甚小，物体的大小和形状可以忽略不计，则可把这样的物体看作质点。所谓质点就是指具有一定质量而不考虑大小和形状的几何点。一切物体均可视为大量质点的集合。这样，问题就可以大为简化，质点的运动就容易研究清楚。质点是力学中最基本、最简单的理想模型，它是由真实物体中抽象出来的，在一定程度上是客观实际的反映。这种科学的抽象是物理学中常用的一种研究方法。

质点模型具有相对意义。一个物体可否看作质点，应根据所研究问题的性质而定。同一物体在不同的问题中，有时可以看作质

点,有时则不能。例如,在研究地球的公转时,虽然它的半径约为 $6.4 \times 10^3 \text{km}$,但比它至太阳的距离(约 $1.5 \times 10^8 \text{km}$)小得多,因此,可以忽略地球的大小和形状,把地球看作质点。但当研究地球的自转时,就必须考虑它的大小和形状,不能再把地球看作一个质点。即使小到象电子那样的微观粒子,当考虑它的自旋自由度时,也不能看作质点。所以,物体能否被看作质点,完全取决于该力学问题的性质,而不取决于它的实际大小。

二、参照系和坐标系

研究物体的机械运动,首先应确定该物体在空间的位置,而一物体在空间的位置只有相对于另一物体才能确定。因此,要描述一个物体的位置和运动,就必须选取另一物体作为参考的标准,这个被选作参考标准的物体叫做**参照系**或**参考系**。只有选定了参照系后,才能明确地说明被研究的物体相对于该参照系如何运动或者相对静止。充当参照系的物体可以是太阳,可以是地球,也可以是正在行驶着的车辆等等。从运动学的观点来看,所有参照系都是等价的,无优劣之分。但在动力学中则不然,参照系可分为惯性参照系和非惯性参照系两种,在表述力学的运动方程时,它们将有明显的区别。

参照系选定后,为了能定量地描述物体的位置和它的运动,还需在参照系上建立一个适当的坐标系,并把坐标系的原点和轴线固定在参照系上。坐标系也可以有不同的选择,要看问题的性质和研究的方便来决定。常用的坐标系有:直角坐标系、平面极坐标系、自然坐标系和球面坐标系。

参照系和坐标系是两个不同的概念。一个物体的运动情况如何是以参照系为标准的,而坐标系只是作为一种计算工具把各物理量的关系表达出来。

三、运动方程和轨道

在参照系上选定坐标系,质点在空间的位置可用位矢 r 完全确定。当质点运动时,其位置随时间而变化,因此,质点的位矢 r 是时间 t 的矢量函数,即

$$r = r(t) \quad (1.1.1)$$

此式称为质点的矢量运动方程,它与坐标系的选择无关。

在直角坐标系 $oxyz$ 中,如图 1.1 所示。如果 i 、 j 、 k 分别是沿 x 、 y 、 z 轴正方向的单位矢量,则质点 P 的位矢为

$$r = xi + yj + zk \quad (1.1.2)$$

式中 x 、 y 、 z 分别是 r 在各轴上的投影,它们都是时间 t 的标量函数,即

$$\left. \begin{aligned} x &= x(t) \\ y &= y(t) \\ z &= z(t) \end{aligned} \right\} \quad (1.1.3)$$

称为质点的直角坐标运动方程。式 (1.1.1) 和式 (1.1.3) 给出了质点任一时刻在空间的位置,且都反映了质点位置随时间变化的关系,它们是完全等价的。

假如质点恒在一平面上运动,设此平面为 xoy 平面,即 $z \equiv 0$, 则有

$$\left. \begin{aligned} x &= x(t) \\ y &= y(t) \end{aligned} \right\} \quad (1.1.4)$$

在平面极坐标系中,运动质点的位置将用两个独立变量 (r, θ) 来表示,它们也是时间 t 的函数,即

$$\left. \begin{aligned} r &= r(t) \\ \theta &= \theta(t) \end{aligned} \right\} \quad (1.1.5)$$

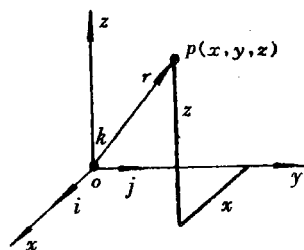


图 1.1

式中 r 是 P 点的矢径,即 P 点的位矢 $\mathbf{r}$ 的量值,而 θ 则是 P 点的极角,即极轴与 P 点位矢间的夹角,如图1.2所示。

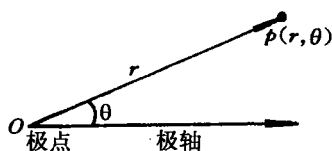


图1.2

在平面极坐标系中,若用 $\mathbf{r}^0$ 表示径向方向上的单位矢量,则质点 P 的矢量运动方程为

$$\mathbf{r} = r\mathbf{r}^0 \quad (1.6.6)$$

由于质点在运动过程中的任一时刻只能占据一个位置,随着时间的变化,质点在空间的位置也将连续地变化,不可能从空间某一位置突然跃变到另一位置。因此,质点的运动方程应是时间 t 的单值、连续、可微函数。

当时间 t 连续变化时,质点的位矢 $\mathbf{r}$ 也将连续变化,此时位矢 $\mathbf{r}$ 的端点在空间所画出的曲线,称为质点运动的轨道。因此,上述运动方程就是以 t 为参数的轨道参数方程。若以式(1.1.3)、(1.1.4)和(1.1.5)中消去参数 t ,则可得到只有坐标变量表示的轨道方程。如某一质点的运动方程是 $x = a \cos \omega t$ 和 $y = b \sin \omega t$,则其轨道方程是 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$,即质点的运动轨道是一椭圆。

四、位移、速度和加速度

1. 位移

设质点沿任意曲线 AB 运动,在时刻 t 质点位于 P_1 点,位矢为 $\mathbf{r}_1$ 经过 Δt 时间后,运动到 P_2 点,位矢为 $\mathbf{r}_2$,如图1.3所示。则质点在 Δt 时间内位矢的改变量

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 \quad (1.1.7)$$

称为质点在 Δt 时间内的位移。它是一个矢量。其方向由起点指向终点,其量值等于始末位置间的直线距离。而质点在 Δt 时间内通

过的路程则是弧长 Δs ，它是一个标量，且 $\Delta s > |\Delta \mathbf{r}|$ ，但当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时，有 $ds = |d\mathbf{r}|$ 。

2. 速度

为了描述质点在任一时刻运动的快慢程度和方向，把 $\Delta t \rightarrow 0$ 时的位移对时间的变化率定义为质点在时刻 t 的瞬时速度，简称速度。即

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \dot{\mathbf{r}} \quad (1.1.8)$$

也就是说，运动质点的速度等于它的位矢对时间的一阶微商。因为矢量是矢量，速度也是矢量，其方向同于 $\Delta \mathbf{r}$ 的极限方向，即沿轨道 t 时刻的切线方向，其量值称为速率，用 v 表示，则

$$v = |\mathbf{v}| = \frac{|d\mathbf{r}|}{dt} = \frac{ds}{dt} \quad (1.1.9)$$

3. 加速度

当质点运动时，速度的量值和方向也常常是随时间而变化的，即它也是时间 t 的矢量函数， $\mathbf{v} = \mathbf{v}(t)$ 。如果在 Δt 时间内速度的变化是 $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ ，则把 $\Delta t \rightarrow 0$ 时速度对时间的变化率定义为运动质点在时刻 t 的瞬时加速度，简称加速度，即

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \dot{\mathbf{v}} = \ddot{\mathbf{r}} \quad (1.1.10)$$

也就是运动质点的加速度等于其速度对时间的一阶微商，或等于其位矢对时间的二阶微商。加速度也是矢量，其方向同于 $\Delta \mathbf{v}$ 极限方向，而不一定是沿轨道的切线方向。一般说来，加速度总是指向运动轨道的凹侧。

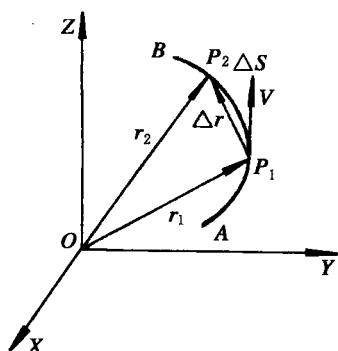


图 1.3