微積分

選擇精華

何明　編著

⊙全國第一本二技、插大、
預官、四醫 微積分選擇精彙⊙

大維文化出版公司

前　言

「解析微積分」的暢銷，讓編者有强烈的感受——讀者所希望的微積分自修書籍是有系統的編排、高水準的內容、精密的設計與範圍廣泛的涵蓋面。

從來函中我們發現幾乎所有讀者都患有「微積分選擇題飢渴症」——因為國內一直缺少一本夠水準選擇類型的微積分，故編者乃於一年前着手蒐集資料，半年前動手纂寫，幾經修稿，以期提供讀者最詳實的內容和最新的考情。

本書內分十一單元，每一單元含有：①主題內容；②精選例題；③歷屆考題；簡要無遺，讀者依序演練必有極大之收穫。

本書適於同學自習、插大、二年制技術學院、學士後醫學系、預官、及研究所之相關考試。

最後感謝參與此書編校之好友及大維出版社之鼎力協助。

何明　謹識

1983.9.12

何教授的功力是有目共睹的，本書更是預官考選、二技、插大有關考試在"微積分"領域的利器，盼有心人能好好的把握之！

徐天佑

72-9-15

我對何 明深具信心，尤其是此本以選擇為主的微積分，更是國內首創，幾乎囊括所有二技、插大、預官、四醫的考題精華，值得讀者信賴與鑽研。

沈金城

72-9-15

目 錄

單元一 函數

主題

(A) 函數：f ：A→B即$\forall x_1, x_2 \in A$，若$x_1 = x_2$，則$f(x_1) = f(x_2)$ 稱f為從A映至B之一函數。

(B) 1－1函數（嵌射）：

①f為一函數。

②$\forall x_1, x_2 \in A$，$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$稱$f$為從$A$映至$B$之1－1函數。

(C) 映成函數（蓋射）：$f(A) = B$

(D) 偶函數：$f(-x) = f(x)$ ⇒圖形對稱於y軸。

(E) 奇函數：$f(-x) = -f(x)$ ⇒圖形對稱於原點。

(F) 凸函數：$f\left(\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}\right) \geq \dfrac{f(x_1)+f(x_2)+\cdots+f(x_n)}{n}$

(G) 凹函數：$f\left(\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}\right) \leq \dfrac{f(x_1)+f(x_2)+\cdots+f(x_n)}{n}$

(H) 週期函數：$f(x+P) = f(x)$ 此時P稱為週期。

精選例題

1. $f(x) = \sqrt{3-2x-x^2}$ 為一函數且其定義域為$a \leq x \leq b$時，$a+b=$

(A) 0 (B) −1 (C) −2 (D) 1 (E) 2

解答

1. (C)

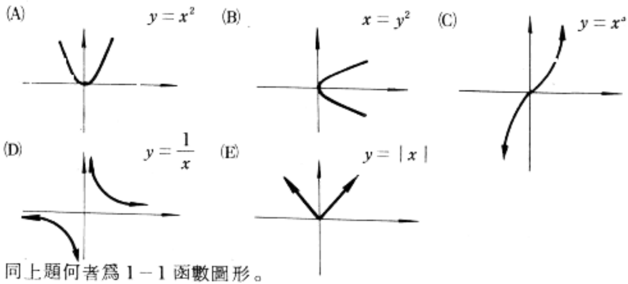
2. 上題中值域範圍若爲〔c , d〕則 $c+d=$ (A) 0 (B) -1 (C) -2 (D) 1 (E) 2

3. 函數 $f(x)=\sqrt{\dfrac{(x-1)(x-2)}{x-3}}$ 之定義域爲 (A) $x>3$ (B) $1\leq x\leq 2$ (C) $x>3$ 或 $1\leq x\leq 2$ (D) $x>3$ 或 $1<x<2$ (E)以上皆非

4. $f(x)=\dfrac{5x^2+8x+5}{x^2+1}$ $x\in R$ ，則 $f(x)$ 之值域範圍爲：

(A)〔3, 5〕 (B)〔-1, 10〕 (C)〔1, 9〕 (D)〔2, 7〕 (E)〔10, 25〕

5. 下列何者爲函數圖形： $y=f(x)$



6. 同上題何者爲 1－1 函數圖形。

7. 設 $x, y\in R$ ，若 $f(x)\cdot f(y)=f(x+y)+f(x-y)$ 且 $f(1)=1$ ， $f(2)=a$ ， $f(3)=b$ ， $f(4)=c$ ，則 $a+b+c=$

(A) -1 (B) -3 (C) -4 (D) -5 (E) -6

8. 同上題 f 之週期爲：(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

9. $f\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)=\dfrac{2+x}{2-x}$ ，則 $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=$ (A) $\dfrac{5}{7}$ (B) $\dfrac{7}{5}$ (C) $\dfrac{2}{3}$ (D) $\dfrac{3}{2}$ (E)以上皆非

10. 設 $f\left(\dfrac{2x-1}{x}\right)=3x$ ，則 $f^{-1}(x)=$

(A) $\dfrac{x+3}{x}$ (B) $\dfrac{2x-3}{x}$ (C) $\dfrac{x}{2x-3}$ (D) $\dfrac{x}{x+3}$ (E)以上皆非

11. 設 $f(x)=x^3-2x^2+3$ ， $g(x+1)=f(x)$ ， $h(x-1)=g(x+2)$

解答

2. (E) 3. (C) 4. (B) 5. (A)(C)(D)(E) 6. (C)(D) 7. (C)
8. (D) 9. (A) 10. (B) 11. (B)

則 $g(1)+h(1)=$　(A) 12　(B) 15　(C) 18　(D) 21　(E) 23

12. 若 $f(x)$ 爲奇函數，則 $f(0)=$　(A) 1　(B) 0　(C) 3　(D) -1　(E)以上皆非

13. 設 $x_1, x_2, x_3 \in [0, \pi]$，則 $A=\dfrac{\sin x_1+\sin x_2+\sin x_3}{3}$，$B=\sin\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3}$，

$C=\dfrac{e^{x_1}+e^{x_2}+e^{x_3}}{3}$，$D=e^{\frac{x_1+x_2+x_3}{3}}$，則

(A) $A\geq B$　(B) $A\leq B$　(C) $C\geq D$　(D) $C\leq D$

14. 設 f 與 g 皆爲由 R 映至 R 之函數且 $g(x)=2x+1$，$f(g(x))=8x^2+10x+6$，則 $f(x)=ax^2+bx+c$ 時 $a+b+c=$ (A) 5　(B) 6　(C) 7　(D) 8　(E) 9

15. 以 $\{1, 0\}$ 爲定義域之五個函數，分別定義如下：

$g(x)=1-x$，$f(x, y)=xy$，$D(x, y)=g(f(g(x), g(y)))$，

$H(x, y)=f(g(x), y)$，$E(x, y)=D(H(x, y), H(y, x))$，則

① $D(1, 0)=$ (A) -2　(B) -1　(C) 0　(D) 1　(E) 2

② $D(0, 0)=$ (A) -2　(B) -1　(C) 0　(D) 1　(E) 2

③ $H(0, 1)=$ (A) -2　(B) -1　(C) 0　(D) 1　(E) 2

④ $H(0, 0)=$ (A) -2　(B) -1　(C) 0　(D) 1　(E) 2

⑤ $E(0, 0)=$ (A) -2　(B) -1　(C) 0　(D) 1　(E) 2

16. 設 $f: R\rightarrow R$ 且 $f(x+5)=f(x)$，$f(-x)=-f(x)$，$f(\frac{1}{3})=1$，則

(A) $f(\frac{16}{3})=1$　(B) $f(\frac{29}{3})=-1$　(C) $f(12)+f(-7)=0$

(D) $f(\frac{31}{3})=-1$　(E) $f(\frac{14}{3})=-1$

解答

12. (B)　**13.** (B)(C)　**14.** (B)　**15.** ①(D)　②(C)　③(D)　④(C)　⑤(C)

16. (A)(B)(C)(E)

精選例題解答

1. (C)

$3-2x-x^2\geq 0$ $\quad\therefore x^2+2x-3\leq 0$

$\therefore (x+3)(x-1)\leq 0$ $\quad\therefore -3\leq x\leq 1$

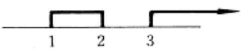
2. (E)

$f(x)=\sqrt{-(x+1)^2+4}$ $\quad x=-1$ 時 $f(x)$ 最大 $d=2$

$x=-3$ 或 1 時 $f(x)$ 最小，$c=0$

3. (C)

$\dfrac{(x-1)(x-2)}{x-3}\geq 0$ $\quad\therefore (x-1)(x-2)(x-3)\geq 0$



$1\leq x\leq 2$ 或 $x>3$

4. (B)

令 $y=f(x)=\dfrac{5x^2+8x+5}{x^2+1}$ $\quad\therefore yx^2+y=5x^2+8x+5$

$\therefore (y-5)x^2-8x+(y-5)=0$

$\because x\in R$ $\quad\therefore \Delta=64-4(y-5)^2\geq 0$

$\therefore (y-9)(y-1)\leq 0$ $\quad 1\leq y\leq 9$

5. (A)(C)(D)(E)

函數判別法則：由定義知，任劃一鉛直線與圖形之交點最多一點即爲函數。

6. (C)(D)

1－1 函數之判別法則：①必須爲函數；②由定義知對 y 軸作垂線（即水平線）若交點最多一點即爲 1－1 函數。

7. (C)

$\because f(1)\cdot f(0)=f(1)+f(1)$ $\quad\therefore f(0)=f(1)+f(1)=2$

又 $f(1)\cdot f(1)=f(2)+f(0)$ $\quad\therefore f(2)=-1$

$f(2)\cdot f(1)=f(3)+f(1)$ $\quad\therefore f(3)=-2$

$f(3)\cdot f(1)=f(4)+f(2)$ $\quad\therefore f(4)=-1$

$\therefore a=-1,\ b=-2,\ c=-1$

8. (D)

$\because f(x+1)\cdot f(1)=f(x+2)+f(x)$

$\therefore f(x+2)=f(x+1)-f(x)$ ……………………………①

同理：$f(x+3)=f(x+2)-f(x+1)$ …………………②

由①②得　$f(x+3)=-f(x)$

$\therefore f(x+6)=f((x+3)+3)=-f(x+3)=-(-f(x))=f(x)$

∴週期為6

9. (A)

令 $\dfrac{1+x}{1-x}=\dfrac{1}{2}$　　$\therefore x=-\dfrac{1}{3}$

$\therefore \dfrac{2+x}{2-x}=\dfrac{5}{7}$　　$\therefore f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{5}{7}$

10. (B)

令 $y=\dfrac{2x-1}{x}$　　$\therefore x=\dfrac{1}{2-y}$

$\therefore f(y)=\dfrac{3}{2-y}$　　即 $f(x)=\dfrac{3}{2-x}$

令 $u=\dfrac{3}{2-x}$　　$\therefore x=\dfrac{2u-3}{u}$

$\therefore f^{-1}(u)=\dfrac{2u-3}{u}$　即 $f^{-1}(x)=\dfrac{2x-3}{x}$

11. (B)

$g(1)=f(0)=3$

$h(1)=g(4)=f(3)=12$

12. (B) $f(-x)=-f(x)$　$\therefore f(0)=-f(0)$　$\therefore 2f(0)=0$　$\therefore f(0)=0$

13. (B)(C)

$\because f(x)=\sin x$　在 $[0,\pi]$ 為凸函數

$f(x)=e^x$　在 $[0,\pi]$ 為凹函數

14. (B)

$f(2x+1)=8x^2+10x+6=2(2x+1)^2+(2x+1)+3$

$\therefore f(x)=2x^2+x+3$

15. ①(D) ②(C) ③(D) ④(C) ⑤(C)

$D(1,0)=g(f(0,1))=g(0)=1$

$D(0,0)=g(f(1,1))=g(1)=0$

$H(0,1)=f(1,1)=1$

$H(0,0)=f(1,0)=0$

$E(0,0)=D(0,0)=0$

16. (A)(B)(C)(E)

$f(\frac{16}{3})=f(5+\frac{1}{3})=f(\frac{1}{3})=1$

$f(\frac{29}{3})=f(10-\frac{1}{3})=f(-\frac{1}{3})=-f(\frac{1}{3})=-1$

$f(12)+f(-7)=f(7)+f(-7)=f(7)-f(7)=0$

$f(\frac{31}{3})=f(10+\frac{1}{3})=f(\frac{1}{3})=1$

$f(\frac{14}{3})=f(5-\frac{1}{3})=f(-\frac{1}{3})=-f(\frac{1}{3})=-1$

歷屆試題

1. 若 $y=f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$ 則下列何者正確。

(A) $f(2x)=f(x)-1$ (B) $x=f(y)$ (C) $x=f(2x)-1$

(D) $f(\dfrac{1}{x})=x$ (E) $xf(y)=1$ 【64年預官】

2. 已知 $f(\dfrac{x^2+3}{x+1})=2x^2-3x+1$，$x\neq-1$，則 $f(2)=$

(A) 0 (B) 3 (C) 6 (D) 10 (E) 15 【64年預官】

3. $f(x)=\dfrac{|x|+x}{2}$，則 $f(f(-x))=$ 【64年預官】

(A) $f(x)$ (B) $f(-x)$ (C) $-f(x)$ (D) $f(-2x)$ (E) $f(2x)$

4. 函數 $g(x)$ 之定義域爲一切實數之集合，若對任二實數 x, y，$g(x+y)=g(x)\cdot g(y)$ 恆成立，則下列有那些性質成立(I) $g(0)=1$

(II) $g(x-y)=g(x)/g(y)$ (III) $g(5x)=(g(x))^5$ 【64年預官】

(A)僅有(I) (B)僅有(I)，(II) (C)僅有(I)，(III) (D)僅有(II)，(III) (E)僅有(III)

5. $f(x)=2x-1$，$f^{-1}(x)=$ (A) $\dfrac{x+1}{2}$ (B) $\dfrac{x}{2}+1$ (C) $\dfrac{x}{2}-1$ (D) $\dfrac{x-1}{2}$

(E) $\dfrac{x}{2}$ 【68年預官】

6. 若 $f(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$ 則 $f(x+y)=$ (A) $\dfrac{f(x)+f(y)}{1-f(x)f(y)}$

(B) $\dfrac{f(x)-f(y)}{1+f(x)f(y)}$ (C) $\dfrac{f(x)+f(y)}{1+f(x)f(y)}$ (D) $\dfrac{f(x)-f(y)}{1-f(x)f(y)}$ (E)以上皆非

【69年預官】

7. 設 $f(x)>0$，$\forall x\in R$，而 $f(2)=1$，若 $\forall x, y\in R$ 滿足 $2f(x+y)=f(x)\cdot f(y)$，則 $f(1)=$ (A) 1 (B) 2 (C) $\sqrt{2}$ (D) $\dfrac{1}{2}$ (E) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

【69年預官】

解答

1. (B) 2. (A) 3. (B) 4. (E) 5. (A) 6. (C) 7. (C)

歷屆試題解答

1. (B)

$y=\dfrac{1-x}{1+x}$ $\therefore x=\dfrac{1-y}{1+y}$

$\therefore f(y)=\dfrac{1-y}{1+y}=x$

2. (A)

$\dfrac{x^2+3}{x+1}=2$ $\therefore (x-1)^2=0$ $\therefore x=1$

$\therefore f(2)=2-3+1=0$

3. (B)

$x\geq 0$ 時 $f(x)=x$，$x<0$ 時，$f(x)=0$

$\therefore x\geq 0$ 時，$f(f(-x))=f(0)=0$

$x<0$ 時，$f(f(-x))=f(-x)=-x$

但 $f(-x)=\begin{cases}0 & x\geq 0\\ -x & x<0\end{cases}$

$\therefore f(f(-x))=f(-x)$

4. (E)

$g(0)=g(0)\cdot g(0)$ $\therefore g(0)=0,1$

$\therefore$ 必須 $g(0)=1$ 時 (II) 才成立。

5. (A)

6. (C)

見雙曲函數部份。

7. (C)

$\because 2f(1+1)=f(1)\cdot f(1)$ $\therefore f^2(1)=2f(2)=2$

$\therefore f(1)=\sqrt{2}$

單元二　極限、連續與導數

主題

(A) 極限定義：$\forall\varepsilon>0$，$\exists\delta>0$，使得 $0<|x-a|<\delta$ 時，恆有 $|f(x)-R|<\varepsilon$，稱函數 $f(x)$ 在 $x=a$ 之極限值為 R，記為 $\lim\limits_{x\to a}f(x)=R$。

(B) 連續定義：

①$\forall\varepsilon>0$，$\exists\delta>0$ 使得 $0<|x-a|<\delta$ 時恆有 $|f(x)-f(a)|<\varepsilon$，稱函數 $f(x)$ 在 $x=a$ 連續。

② $f(a)$ 有定義，且 $\lim\limits_{x\to a}f(x)=f(a)$ 亦為連續定義。

(C) 漸近線：

$x\to\pm\infty$ 時　$y=b\Rightarrow$ 水平漸近線

$y\to\pm\infty$ 時　$x=a\Rightarrow$ 垂直漸近線

$x\to\pm\infty$ 時　$y=ax+b\Rightarrow$ 斜漸近線

(D) 導函數：

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

幾何意義：表切線斜率。

精選例題

1. 若在 $0<|x-a|<\delta$ 時　$|f(x)-R|<\varepsilon$ 則

若 $f(x)=2x+5$，$a=1$，$R=7$，$\varepsilon=0.001$ 時，$\delta=$

解答

1. (A)

(A) 0.0005 (B) 0.0004 (C) 0.0003 (D) 0.0002 (E) 0.0001

2. $\lim\limits_{x\to 0^-} x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} =$ (A) 0 (B) ∞ (C) -1 (D) 1 (E) -2

3. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{2+x}-\sqrt{3x-2}}{\sqrt{4x+1}-\sqrt{5x-1}} =$ (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x-\sqrt{x}}\right) =$ (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) $\frac{1}{2}$ (E) ∞

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1-x^2}-\sqrt{1-x}} =$ (A) 0 (B) 1 (C) ∞ (D) 2 (E) $\frac{1}{2}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt[4]{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt[3]{1-x}} =$ (A) $\frac{9}{10}$ (B) $\frac{8}{9}$ (C) $\frac{7}{8}$ (D) $\frac{6}{17}$

7. 設 n 爲整數 $\lim\limits_{x\to n}\left([x]-x\right) =$ (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) 不存在

8. 設① $\lim\limits_{x\to 4^+}[x]=4$ ② $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x-[x]}{x-2}=1$ ③ $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x-[x]}{x-2}=1$

④ $\lim\limits_{x\to 0^-}[x+[x+[x]]]=-3$ 則下列何者正確：

(A)① (B)② (C)③ (D)④ (E)以上皆對

9. 設 $a>b>c>0$ 則 $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a^n+b^n+c^n}=$

(A) a (B) 0 (C) b (D) c (E) $a+b+.$

10. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\cdots\cdots\left(1-\frac{1}{n^2}\right)=$ (A) 0 (B) 1 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{4}$

11. 設 $\lim\limits_{x\to a}\{f(x)+g(x)\}$ 存在則 (A) $\lim\limits_{x\to a}f(x)$ 與 $\lim\limits_{x\to a}g(x)$ 一定都存在

(B)二者一定都不存在 (C)二者中至少一個存在 (D)以上皆非

12. 設(1) $\lim\limits_{x\to a}|f(x)|$ 存在；(2) $\lim\limits_{x\to a}f(x)$ 存在；則 (A)(1)成立(2)必成立

(B)(2)成立(1)必成立 (C)(1)成立(2)未必成立 (D)(2)成立(1)未必成立

13. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-6x+5}{x^2-3x+2} & x\neq 1\\ a & x=1\end{cases}$ 則若 $f(x)$ 在 $x=1$ 連續時，$a=$

解答

2. (C) **3.** (D) **4.** (B) **5.** (B) **6.** (A) **7.** (C) **8.** (A)(B)(D)

9. (A) **10.** (C) **11.** (D) **12.** (B)(C) **13.** (C)

(A) 2　(B) 3　(C) 4　(D) 5　(E)不存在

14. 設函數 $g(x)=\begin{cases}\dfrac{kx^2-x-k+1}{x-1} & x\neq 1\\ 5 & x=1\end{cases}$ 若 $g(x)$ 在 $x=1$ 處連續則

$k=$　(A) -1　(B) 5　(C) 1　(D) 2　(E) 3

15. 若(1) $f(x)$ 在 $x=a$ 存在極限　(2) $f(x)$ 在 $x=a$ 連續　(3) $f(x)$ 在 $x=a$ 可微

則下列何者正確：(A)(1)→(2)　(B)(2)→(3)　(C)(3)→(2)　(D)(2)→(1)　(E)(3)→(1)

16. 設 $f(x)=\begin{cases}x^2 & x\leq c\\ ax+b & x>c\end{cases}$ （a, b, c 為常數）現若已知 $f'(c)$ 存在，則

$a^2+4b=$　(A) 1　(B) c　(C) c^2　(D) 0

17. 下列何者成立：(A) $f'(a)=\lim\limits_{h\to a}\dfrac{f(h)-f(a)}{h-a}$

(B) $f'(a)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(a+2h)-f(a)}{h}$　(C) $f'(a)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(a)-f(a-h)}{h}$

(D) $f'(a)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(a+2h)-f(a+h)}{2h}$

18. $f(x)=\dfrac{x(1+x)(2+x)\cdots(n+x)}{(1-x)(2-x)\cdots(n-x)}$ 則 $f'(0)=$

(A) 0　(B) 1　(C) 2　(D) -1　(E) -2

19. $f\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)=x$　則 $f'(0)=$　(A) 1　(B) 2　(C) -1　(D) -2　(E) 0

20. 設函數 $f(x)$ 在 $|x|<r$（$r>0$）有定義且為偶函數，則 $f'(0)=$

(A) 0　(B) 1　(C) -1　(D)不存在

21. 設 $f(x)=|x|$, $g(x)=x|x|$, $h(x)=|x|^3$，則　(A) $f'(0)=0$

(B) $g'(0)=0$　(C) $h'(0)=0$　(D) $f'(0)$ 不存在　(E) $g'(0)$ 不存在

22. 設 $\lim\limits_{x\to 0}\sin\dfrac{1}{x}=A$，$\lim\limits_{x\to 0}\cos\dfrac{1}{x}=B$，$\lim\limits_{x\to 0}x\sin\dfrac{1}{x}=C$，$\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\dfrac{1}{x}=D$，$\lim\limits_{x\to 0}\sin x\cdot\sin\dfrac{1}{x}=E$，則　(A) $A=0$　(B) $B=0$　(C) $C=0$　(D) $D=1$　(E) $E=0$

解答

14. (E)　15. (C)(D)(E)　16. (D)　17. (A)(C)　18. (B)　19. (B)

20. (A)　21. (B)(C)(D)　22. (C)(D)(E)

23. 設 $f(x)=\begin{cases} x^2\sin\dfrac{1}{x} & x\neq 0 \\ 0 & x=0 \end{cases}$ 則 $f'(0)=$ (A) 1 (B) 0 (C) 2 (D)不存在

24. $y=\dfrac{2x^2}{x^2-4}$ 圖形中：(A)有一水平漸近線 (B)有二水平漸近線 (C)有一垂直漸近線 (D)有二垂直漸近線 (E)無漸近線

25. $x^3+y^3-6x^2=0$ 之漸近線若為 $x+y=a$ 時：$a=$

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

解答

23. (B) **24.** (A)(D) **25.** (B)

精選例題解答

1. (A)

$|f(x)-R|=2|x-1|<\varepsilon$

$\therefore |x-1|<\dfrac{\varepsilon}{2}$　　　　$\therefore \delta=\dfrac{\varepsilon}{2}=0.0005$

2. (C)

$$\lim_{x\to 0^-} x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}=\lim_{x\to 0^-}-\sqrt{x^2+1}=-1$$

3. (D)

$$\text{原式}=\lim_{x\to 2}\frac{(2+x)-(3x-2)}{(\sqrt{4x+1}-\sqrt{5x-1})(\sqrt{2+x}+\sqrt{3x-2})}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{-2(x-2)}{4(\sqrt{4x+1}-\sqrt{5x-1})}$$

$$=\lim_{x\to 2}\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{(x-2)\cdot(\sqrt{4x+1}+\sqrt{5x-1})}{(-x+2)}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{6}{2}=3$$

4. (B)

$$\text{原式}=\lim_{x\to\infty}\frac{(x+\sqrt{x})-(x-\sqrt{x})}{\sqrt{x+\sqrt{x}}+\sqrt{x-\sqrt{x}}}=\lim_{x\to\infty}\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x+\sqrt{x}}+\sqrt{x-\sqrt{x}}}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{2}{\sqrt{1+\frac{1}{\sqrt{x}}}+\sqrt{1-\frac{1}{\sqrt{x}}}}=\frac{2}{2}=1$$

5. (B)

《**解一**》原式$=\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{(x-x^2)(\sqrt{1-x^2}+\sqrt{1-x})}{(x-x^2)(\sqrt{1+x}+\sqrt{1+x^2})}=\frac{2}{2}=1$

《**解二**》可利用二項式定理：$(1+x)^n=1+nx+\dfrac{n(n-1)}{2!}x^2+\cdots\cdots$

$$\text{原式}=\lim_{x\to 0}\frac{(1+\frac{1}{2}x+\cdots)-(1+\frac{1}{2}x^2+\cdots)}{(1-\frac{1}{2}x^2+\cdots)-(1-\frac{1}{2}x+\cdots)}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{2}x+\cdots}{\frac{1}{2}x+\cdots}$$