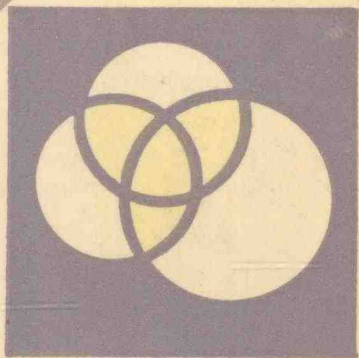




全国技工学校通用教材



上册

数 学

(第二版)

SHU XUE

中国劳动出版社

全国技工学校通用教材

数 学

(第二版)

上 册

劳动部培训司组织编写

中国劳动出版社

5128

数 学

(第二版)

上 册

劳动部培训司组织编写

责任编辑：金 龄

中国劳动出版社出版

(北京市和平里中街12号)

中国青年出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

787×1092毫米 32开本 9.25印张 204千字

1985年3月北京第1版 1990年3月北京第2版

1991年3月北京第12次印刷 印数：520000册

ISBN 7-5045-0446-7/O·018(课) 定价：2.45元

本书是根据劳动部培训司审定颁发的《数学教学大纲》编写和修订，供技工学校招收初中毕业生使用的统编教材。本教材也可作青工和职工自学用书。

本书分上、下两册。本册内容包括：集合与不等式的解法；函数；幂函数、指数函数与对数函数；三角形的解法及其应用；任意角的三角函数；三角函数的图象和性质，反三角函数；两角和与差的三角函数；复数。

本书这次修订，增加了初中数学的有关内容，对偏深、偏难的章节作了删除或修改，使第一版中存在的主要问题得到了解决。在修订过程中，得到北京第二光学仪器厂技校、首都钢铁公司技校、国营751厂技校、郑州电缆厂技校、洛阳拖拉机厂技校的大力支持，特此表示感谢。

本书第一版由沈炎金、崔复升、王志和、古文卿编写，沈炎金主编；陈泉亮、杜韵合审稿，陈泉亮主审。第二版由沈炎金、王志和、古文卿编写，沈炎金主编；王迺玉、严造林审稿，王迺玉主审。

第一版前言

为了适应技工学校逐步转向以招收初中毕业生为主的教学要求,我局于一九八三年七月委托部分省、市劳动人事厅(劳动局),分别组织编写了适合初中毕业生使用的技工学校机械类通用工种所需的教材。这次组织编写的有语文、数学、物理、化学、工程力学、机械基础、金属材料与热处理、电工学、机械制图(配套使用的有机械制图习题集)、车工工艺学(配套使用的有车工工艺学习题集)、车工生产实习、钳工工艺学、钳工生产实习、铸工工艺学、铸工生产实习、铆工工艺学、机械制造工艺基础等十七种。其中语文、数学、物理、化学非机械类工种可以选用。其他课程的教材,以后将陆续组织编写。

上述十七种教材,是按照党的教育方针,本着改革的精神组织编写的。在内容上,力求做到理论与实际相结合,符合循序渐进的要求,从打好基础入手,突出机械类技工学校生产实习教学的特点,密切联系我国机械工业的生产实际,并且尽量反映工业生产中采用新材料、新设备、新技术、新工艺的成就,以便使培养出来的学生,能够具有一定的文化知识,比较系统地掌握专业技术理论和一定操作技能,为今后的进一步提高打下基础。

这次组织编写教材的工作,由于时间比较紧促,经验不足,缺点和错误在所难免,希望使用教材的同志提出批评和

改进意见，以便再版时修订。

劳动人事部培训就业局

指南 一九八四年

第二版说明

全国技工学校机械类通用教材和配套使用的习题集，自1984年相继问世以来，对技工学校的教学 and 企业的工人培训发挥了重要作用，受到了广大读者的欢迎。但是通过教学实践，也反映出教材中有些内容偏多、偏深、偏难，联系生产实际不够；教材之间分工、配合与协调不够；还有某些差错。为了进一步提高教学质量，适应技工学校和职业培训的需要，我司会同劳动人事出版社组织原编审人员和有关人员教材进行了修订。

这次修订教材，强调要准确把握培养目标的基本业务技术要求；注意结合实际，精心选材；努力协调各门教材的关系，力争分工更为合理，衔接配合更为紧密；尽量减少差错。

组织修订教材的工作，和前段时间组织编审教材的工作一样，得到了北京、上海、天津、辽宁、黑龙江、吉林、陕西、四川、山东、江苏、湖南、湖北、广东、广西、新疆等省市劳动局（厅）的大力支持和协助，我们表示感谢。

修订后的教材还可能存在缺点和不足，欢迎使用教材的同志和读者提出意见。

劳动部培训司

1989年8月

目 录

第一章 集合与不等式的解法	1
§ 1.1 集合的概念	1
§ 1.2 子集、交集、并集	5
§ 1.3 一元一次不等式组及其解法	12
§ 1.4 $ x < a$ 、 $ x > a (a > 0)$ 型不等式的解法	19
§ 1.5 一元二次不等式及其解法	23
小 结	27
第二章 函数	30
§ 2.1 函数概念	30
§ 2.2 二次函数	37
§ 2.3 二次函数的应用	50
§ 2.4 函数的特性	59
§ 2.5 反函数	64
小 结	69
第三章 幂函数、指数函数与对数函数	74
§ 3.1 幂函数	74
§ 3.2 指数函数	81
§ 3.3 对数换底公式 自然对数	87
§ 3.4 对数函数	92
小 结	99

第四章 三角形的解法及其应用	101
§ 4.1 直角三角形的解法	101
§ 4.2 斜三角形的解法	105
§ 4.3 解三角形的应用	109
第五章 任意角的三角函数	120
§ 5.1 角的概念的推广	120
§ 5.2 弧度制 圆弧长公式	125
§ 5.3 任意角三角函数的概念	131
§ 5.4 同角三角函数的基本关系式	141
§ 5.5 三角函数的诱导公式	147
§ 5.6 三角函数的周期性	158
小 结	162
第六章 三角函数的图象和性质 反三角函数	167
§ 6.1 正弦函数的图象和性质	167
§ 6.2 余弦、正切、余切函数的图象和性质	173
§ 6.3 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	179
§ 6.4 反三角函数	192
小 结	207
第七章 两角和与差的三角函数	213
§ 7.1 两角和与差的正弦和余弦	213
§ 7.2 两角和与差的正切	223
§ 7.3 二倍角的正弦、余弦和正切	226
§ 7.4 半角的正弦、余弦和正切	231
* § 7.5 三角函数的积化和差与和差化积	235
小 结	246
*第八章 复 数	250
§ 8.1 复数的概念	250

§ 8.2	复数的四则运算	257
§ 8.3	复数的三角形式	262
§ 8.4	三角形式的复数的运算	267
§ 8.5	复数的指数形式	276
	小 结	280

第一章 集合与不等式的解法

§ 1.1 集合的概念

一、集合与元素

我们考察下列几组事物：

- (1) 本校的全体学生；
- (2) 本教室的所有课桌；
- (3) 1, 2, 3, 4, 5；
- (4) 直线 $y = 2x$ 上的所有点；
- (5) 所有的三角形。

它们分别是由一些学生、课桌、数、点和图形所组成的。这里的学生、课桌、数、点和图形都是所考察事物的对象，我们说，每一组对象的全体形成一个集合（有时简称为集），集合里的每个对象都叫做这个集合的元素。显然，集合是由具有某种共同性质的元素所组成的。例如，(3)是由1, 2, 3, 4, 5五个数组成的集合，其中的对象1, 2, 3, 4, 5都是这个集合的元素，它们的共同性质是：不大于5的自然数。

对于一个给定的集合，集合中的元素是确定的。这就是说，任何一个对象或者是这个集合的元素，或者不是它的元素，都能准确加以判断。例如，对于由直线 $y = 2x$ 上所有的点组成的集合，坐标为(1, 2)的点是这个集合的元素，

而坐标为 $(0, 2)$ 的点就不是它的元素。

对于一个给定的集合，集合中的元素是互异的。这就是说，同一个集合中的任何两个元素都是不同的对象，相同的对象归入任何一个集合时，只能算作这个集合的一个元素，因此，集合中的元素是不允许重复出现的。

在一个给定的集合中，各个元素之间是没有顺序关系的。

我们看到，集合的元素可以是各种各样具体的或抽象的事物，但以后主要是研究数的集合（简称为数集）和点的集合（简称为点集）。

二、集合的表示法

表示一个集合的方法常用的有两种：列举法和描述法。

把集合的元素一一列举出来，彼此之间用逗号分开，写在一个大括号内表示集合的方法，叫做列举法。

例如，由 $1, 2, 3, 4, 5$ 五个数组成的集合可以表示为

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}.$$

又如，方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 所有的解组成的集合（简称为解集）可以表示为

$$\{1, 2\}.$$

再如，由全体正偶数组成的集合可以表示为

$$\{2, 4, 6, 8, \dots, 2n, \dots\},$$

其中 n 表示自然数。

一个集合可能只有一个元素。例如，方程 $x + 2 = 0$ 的解集就只有一个元素： -2 。用列举法把这个集合记作 $\{-2\}$ 。注意 $\{-2\}$ 和 -2 有着根本的差别， $\{-2\}$ 表示一个集合——只有一个元素的集合； -2 表示这个集合的一个元素。

一个集合也可能没有元素。例如，平方等于2的有理数的集合；在实数范围内方程 $x^2 + 1 = 0$ 的解集就是如此。这种不含任何元素的集合叫做空集，记作 $\{ \}$ 或 ϕ 。

把集合中的元素的公共属性描述出来，写在大括号内表示集合的方法，叫做描述法。描述法有两种表示方式。一种是在大括号内先写出这个集合的元素的一般形式，再划一条竖线，在竖线右边列出它的元素的公共属性。例如：

不大于5的自然数所组成的集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 可表示为

$$\{x | x \text{ 是不大于 } 5 \text{ 的自然数} \};$$

方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的解集可表示为

$$\{x | x^2 - 3x + 2 = 0 \};$$

直线 $y = 2x$ 上所有的点所组成的集合可表示为

$$\{(x, y) | y = 2x\}.$$

描述法的第二种表示方式是把集合中元素的公共属性直接写在大括号内。例如上面的三个集合分别可表示为

$$\{\text{不大于 } 5 \text{ 的自然数}\};$$

$$\{\text{方程 } x^2 - 3x + 2 = 0 \text{ 的解}\}$$

和

$$\{\text{直线 } y = 2x \text{ 上的点}\}.$$

三、集合的记号

我们一般用大写的拉丁字母 A, B, C 等作为集合的记号，用小写的 a, b, c 等表示集合的元素。例如，用 A 表示集合 $\{(x, y) | y = 2x\}$ ，可记为

$$A = \{(x, y) | y = 2x\}.$$

如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于 A ，记作 $a \in A$ ；如果 a 不是 A 的元素，就说 a 不属于 A ，记作 $a \notin A$ （或 $a \in A$ ）。例

如, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 那么

$$3 \in B, 5 \in B, 9 \notin B, \frac{1}{2} \notin B.$$

下面是几个常用的数集和它们的专用记号:

全体自然数的集合, 通常简称为自然数集, 记作 N ;

全体整数的集合, 通常简称为整数集, 记作 Z ;

全体有理数的集合, 通常简称为有理数集, 记作 Q ;

全体实数的集合, 通常简称为实数集, 记作 R . 为了方便起见, 有时还用 R^+ 表示正实数集, 用 R^- 表示负实数集, 等等.

习 题 一

1. 把下列集合用列举法表示出来:

(1) 大于 3 且小于 15 的偶数的集合;

(2) 12 的正约数的集合;

(3) 方程 $x^2 - 7x + 12 = 0$ 的解集;

(4) 方程 $x + 8 = 8$ 的解集;

(5) 方程 $x^2 + 8 = 0$ 的解集;

(6) $A = \{x | -2 < x < 10, x \in Z\}$;

(7) $B = \{\text{中国古代四大发明}\}$;

(8) $\{\text{相反数等于本身的数}\}$;

(9) $\{\text{平方后等于 1 的数}\}$;

(10) $\{\text{中国四大河流}\}$.

2. 设 $A = \{x | -2 < x < 2, x \in R\}$.

(1) 写出 A 的任意三个元素;

(2) 把这个集合在数轴上表示出来.

3. 在 处填上适当的记号 ($\in$, $\notin$):

$$1 _ N; 0 _ N; -2 _ N; \frac{1}{2} _ N; \pi _ N.$$

$$1 _ Z; 0 _ Z; -2 _ Z; \frac{1}{2} _ Z; \pi _ Z.$$

$$1 _ Q; 0 _ Q; -2 _ Q; \frac{1}{2} _ Q; \pi _ Q.$$

$$1 _ R; 0 _ R; -2 _ R; \frac{1}{2} _ R; \pi _ R.$$

$$1 _ R^-; 0 _ R^-; -2 _ R^-; \frac{1}{2} _ R^+; \pi _ R^+.$$

§ 1.2 子集、交集、并集

一、子集

1. 子集

我们考察集合

$$A = \{1, 3, 5\}$$

和

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

易知集合 A 的每一个元素都是集合 B 的元素, 这样, 我们把集合 A 叫做集合 B 的子集。

一般地, 对于两个集合 A 和 B , 如果集合 A 的每一个元素都是集合 B 的元素, 那么, 集合 A 叫做集合 B 的子集, 记作

$$A \subseteq B \text{ (或 } B \supseteq A \text{),}$$

读作“ A 包含于 B ” (或读作“ B 包含 A ”)。

例如:

$$N \subseteq Z, Z \subseteq Q, Q \subseteq R, R \supseteq Z, R \supseteq R^+.$$

又如, 设 $A = \{6 \text{ 的正整数倍数}\}$, $B = \{x | x = 2n, n \in N\}$,

那么 $A \subseteq B$.

当 A 不是 B 的子集时, 可记作

$$A \not\subseteq B \text{ (或 } B \not\supseteq A \text{),}$$

读作“ A 不包含于 B ” (或读作“ B 不包含 A ”).

对于任何一个集合 A , 因为它的任何一个元素都属于集合 A 本身, 所以

$$A \subseteq A.$$

也就是说, 任何一个集合都是它本身的子集.

我们规定, 空集是任何集合的子集. 这就是说, 对于任何集合 A , 都有

$$\phi \subseteq A$$

例 1 写出集合 $\{0, 1, 2\}$ 的所有子集.

解 集合 $\{0, 1, 2\}$ 的所有的子集是:

$\phi, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}.$

2. 真子集

如果 A 是 B 的子集, 并且 B 中至少有一个元素不属于 A , 那么, 集合 A 叫做集合 B 的真子集, 记作

$$A \subset B \text{ (或 } B \supset A \text{).}$$

当 A 不是 B 的真子集时, 可记作

$$A \not\subset B \text{ (或 } B \not\supset A \text{).}$$

例如, 整数集 Z 是实数集 R 的子集, 也是 R 的真子集, 即

$$Z \subseteq R \text{ 且 } Z \subset R.$$

而实数集 R 是 R 的子集, 但不是 R 的真子集, 即

$$R \subseteq R \text{ 但 } R \not\subset R.$$

显然, 空集是任何非空集合的真子集.

3. 集合的相等

对于两个集合 A 与 B , 如果 $A \subseteq B$, 且 $B \subseteq A$, 那么, 我们说这两个集合相等, 记作

$$A = B,$$

读作“ A 等于 B ”。

显然, 两个集合相等时, 它们是由完全相同的元素组成的。

例如, 设 $A = \{0, 1\}$, $B = \{x | x^2 - x = 0\}$, 那么

$$A = B.$$

由上例可见, 两个集合相等, 说明同一个集合可以有不同的表示法。因此, 对于一个集合来说, 元素的列举次序是无关紧要的。例如, 方程 $x^2 - x = 0$ 的解集用列举法既可写成 $\{0, 1\}$, 也可以写成 $\{1, 0\}$ 。

为了直观起见, 我们常用图形形象地来表示集合。例如用一条封闭曲线围成的区域表示一个集合, 封闭曲线内部的点表示这个集合的元素 (如图 1.1)。图 1.2 表示 A 是 B 的子集, 图 1.3 则表示 A 不是 B 的子集。

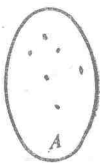


图1.1

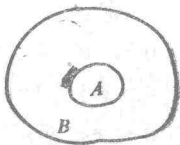


图1.2

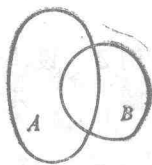


图1.3

二、交集

已知 8 的正约数的集合为

$$A = \{1, 2, 4, 8\},$$

10 的正约数的集合为