

非常规小波变换 与军事生物信息安全

李建平 著

F
EICHANGGUI
XIAOBO BIANHUAN
YU JUNSHI SHENGWU XINXI ANQUAN



电子科技大学出版社

国家高技术研究发展计划(863计划)资助项目

国家自然科学基金杰出青年基金资助项目

国家自然科学基金资助项目

教育部新世纪优秀人才支持计划资助项目

教育部博士学科点基金资助项目

四川省科技计划资助项目

重庆市科技计划资助项目

非常规小波变换 与军事生物信息安全

FEICHANGGUI XIAOBO BIANHUAN
YU JUNSHI SHENGWU XINXI ANQUAN

李建平 著

李建平 郝玉洁 顾小丰 廖建明 撰写



电子科技大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

非常规小波变换与军事生物信息安全 / 李建平著. 一成都: 电子科技大学出版社, 2008.11
ISBN 978-7-81114-855-8

I. 非… II. 李… III. 小波分析—应用—军事生物学—
信息系统—安全技术 IV. E916

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 162409 号

内 容 简 介

本书是关于非常规小波分析与军事生物信息安全的一本学术专著, 从非常规小波分析的发展全过程深入剖析非常规小波变换的核心内容, 分析影响非常规小波分析进程的重要文献及其相关作者的重要思想, 从作者独立研究的角度重点介绍了非常规小波变换的概念与性质及在信号分析与处理中的典型应用等。本书特别介绍了作者在小波分析与军事生物信息安全、生物特征提取与识别、信息获取与处理、信息安全与认证、医学图像处理中的应用等科研成果; 着眼于小波分析的现状和未来, 提示了小波理论撞击未触及学科的可能性和潜在的学术价值和应用价值。本书内容由浅入深, 理论介绍掌握分寸, 定理推导详略适当, 关键说明恰到好处, 应用案例指明方向。

非常规小波变换与军事生物信息安全

李建平 著

李建平 郝玉洁 顾小丰 廖建明 撰写

出 版: 电子科技大学出版社 (成都市一环路东一段 159 号电子信息产业大厦 邮编: 610051)
策划编辑: 曾 艺
责任编辑: 曾 艺
主 页: www.uestcp.com.cn
电子邮箱: uestcp@uestcp.com.cn
发 行: 新华书店经销
印 刷: 四川省地质矿产局测绘队印刷厂
成品尺寸: 185mm×260mm 印张 14.5 字数 380 千字
版 次: 2008 年 11 月第一版
印 次: 2008 年 11 月第一次印刷
书 号: ISBN 978-7-81114-855-8
定 价: 30.00 元

■ 版权所有 侵权必究 ■

- ◆ 本社发行部电话: 028-83202463; 本社邮购电话: 028-83208003。
- ◆ 本书如有缺页、破损、装订错误, 请寄回印刷厂调换。
- ◆ 课件下载在我社主页“下载专区”。



作者简介

李建平，生于1964年10月，出站博士后，工学博士，计算数学与软件工程双硕士，教授，博士生导师，学术带头人。现任国际小波分析应用研究中心主任，国际学术进展IPWAAMT（EI检索学术期刊）主编、创始人，国际学术期刊IJWMIP（SCI检索学术期刊）副主编、主要创始人之一，先后担任国际计算机学术大会、第二届智能体媒介技术国际学术大会、第三届小波分析及其应用国际学术大会程序委员会主席、2007年信息计算与自动化国际学术大会主席、2008年IEEE感知计算与智能分析国际学术大会主席。一直致力于小波分析与信息处理技术研究领域（重点是小波理论及其在信息安全中的应用）。在国际上独立提出并系统建立了“小波变换的加速方法”“矢量积小波变换理论”“基于小波分析的电子签名系统”等系列理论与方法，并在国际上提出了“基于‘三大特征’的信息安全传输的模型与方法”。先后主持国家863高技术项目、国家自然科学基金等30多项，在国内外学术期刊上发表论文180多篇，被国际三大检索机构SCI、EI、ISTP等检索收录论文78篇，出版学术著作16部，主编14部大型国际学术会议论文集。主持研制的“小波指纹加密系统”“分布式网络监控系统”等高技术产品产生了广泛的经济效益和社会影响。获得国家科技进步奖（科技著作）二等奖1项、全国优秀科技图书奖二等奖1项，西南西北地区优秀科技图书一、二、三等奖各1项，先后出国留学多年，是国际上小波分析与信息处理研究领域十分活跃的科技工作者。

小波，从字面上理解就是一种小的、短的函数波形，也就是说：小波=小+波形，凡是一切积分等于零的函数均可以作为小波函数。过去我们分析信号常采用傅里叶分析方法，将信号用正弦和余弦函数展开，这种方法适合变化平稳的信号，而对于非平稳变化信号（如天气预报、地震预测、洪水预防、股市分析、图像识别等等）效果十分不理想，也就是说傅里叶分析方法没有局部化能力，而小波分析方法却能精确检测奇异信号。

目前，由于小波分析的“自适应性质”和“数学显微镜性质”，使得它广泛用于基础科学、应用科学尤其是信息科学、信号分析等各个方面，比如：图像处理与传输、信号处理、模式识别（人像识别、语音识别、天体识别等）、地震勘探、音乐、雷达、CT 成像、彩色复印、流体湍流、机器视觉、机械故障诊断与监控以及 HDTV 等等。这些应用领域大都建立在实数域或复数域上的小波变换研究基础上。尽管在实数或复数域上小波滤波器组取得了巨大的成功，但是有限域上的小波滤波器组在纠错编码、密码算法和半色调图像分析和编码等领域有潜在的应用价值。所以，虽然还不是很成熟，但研究者在这方面也进行了大量的研究工作。

密码加密算法有两个重要的指标，第一个方面是其安全性，第二个方面是其性能。既要保持其安全性又要保证加密运算的高效率很难两全。传统的对称加密算法利用了加密密钥的安全性来保证数据的安全性。加密算法是公开的，这就可能导致供给者利用加密算法本身的缺陷来对数据进行加密攻击，比如，在对加密芯片基于能量分析的攻击中，供给者利用加密算法本身的结构特征分析微弱的能量变化来获取加密密钥。同时，传统加密算法的执行效率会随着加密密钥长度的增加而很快降低。

因此，在课题中研究，我们参考和查阅大量文献后，期望找到一条新的途径。研究发现，在有限域上的小波变换有以下几个特性：

- （1）经过小波滤波器组分解后，通过对应的小波滤波器组可以完全重构出原始信号；
- （2）输入信号经过有限域上的小波变换后，若没有小波基函数信息，原始信号是极难以恢复出来的；
- （3）小波变换的非线性变换可以快速构造出来，并可大大增加信号的逆求解难度；
- （4）有限域上的小波函数具有不确定性，可以动态构造出来。

基于以上几点，本课题提出了研究有限域上的小波的非线性变换理论，这在整个小波理论基础研究上具有重要的地位。它可以用来设计出有限域上的小波滤波加密算法和纠错编码算法，以期建立具有实时性和动态性的新型密码算法，提高数据加密速度和安全性能。

开展对有限域小波理论研究，其重要的理论意义在于可以推动小波变换思想拓展，开拓小波变换的新的应用领域。我们知道，有限长度的傅里叶变换是有限长度信号线性处理的核心。研究者基于 $GF(p^r)$ ， $p \neq 2$ 上的傅里叶变换构造出了有限域上的小波变换。但是，如何快速、灵活构造 $GF(2^r)$ 这种应用范围更加广泛的小波变换，却始终是科研工作者和工程技

术人员面临的主要问题。通过对 $GF(2^n)$ 上的小波变换的深入研究,有助于从理论上探讨小波变换的新理论和新技术。

从应用角度来看,目前大量的数据变换处理都是在有限域 $GF(2^n)$ 上实现,而小波的完全重构特性和函数空间的正交分解特性使得小波的应用范围广泛。有限域上的小波和滤波器组在密码学、spread-signature CDMA 系统、纠错编码、生物序列分析、半色调图像等具有潜在的应用。因此,如何结合具体的应用,建立满足实际需求的小波变换理论和设计有限域小波变换算法,亦是颇具理论和现实意义的工作。

总之,研究有限域小波变换理论将大大促进小波变换理论和应用研究工作,同时,针对具体的应用需求最终推动小波变换思想发展到一个新的高度。因此,开展该领域的研究工作,具有重要的理论意义和实际意义。

在国家高技术研究发展计划(863 计划)项目(2007AA01Z423)、国家自然科学基金杰出青年基金项目、国家自然科学基金项目、教育部新世纪优秀人才支持计划项目、教育部博士学科点基金项目、四川省科技计划资助项目、重庆市科技计划资助项目、重庆市自然科学基金项目资助下,由李建平发起组织了一批教师、博士生、硕士生针对非常规小波变换与军事生物信息安全进行长达 3 年时间的研究与分析,李建平设计全书的撰写大纲和框架并撰写了部分重要内容。项目组集中研究了有限域小波分析理论及其在军事生物信息安全中的应用,取得了部分研究成果,本书是这些科研成果的阶段性总结。为本书作出贡献的有:李建平、张雷(第 1 章 常规小波变换),王德松(第 2 章 脊波变换),汤影(第 3 章 曲波变换),付波(第 4 章 Morphlet 变换),文晓阳(第 5 章 小波变换与军事信息模型),段贵多(第 6 章 信息隐藏与数字水印),胡德昆(第 7 章 小波与信息加密),林劼(第 8 章 小波与生物识别),王鹏(第 9 章 小波与医学图像处理),赵刚(第 10 章 军事油料信息安全传输理论与应用);郝玉洁、顾小丰、廖建明参与讨论并提出许多好的建议,为本书的完成作出了重要贡献。另外,博士生唐源、王森华、许富龙、杨永琴、高建彬、黄源源、王建军为本书的撰写作出了许多贡献。本书是与北京大学、清华大学、中山大学、西安交通大学联合科研项目的阶段性总结。中国科学院院士张景中先生在百忙中审阅了本书,并提出了许多十分宝贵意见,作者向他表示衷心感谢。

本书在撰写过程中引用了大量国内外参考文献,作者感谢为本书撰写提供文献、手稿的国内外专家,感谢他们为本书撰写提供了十分珍贵的第一手材料,作者认为本书是国内外小波分析与信息安全研究领域集体智慧的结晶,是研究工作者共同劳动的研究成果。由于作者水平有限,书中肯定会有不妥之处,欢迎国内外专家批评指正,联系 E-mail: jpli2222@{uestc.edu.cn, vip.sina.com, yahoo.com}。

李建平

International Centre for Wavelet Analysis and Its Applications
University of Electronic Science and Technology of China
Logistical Engineering University

2008 年 3 月 18 日

第一章 常规小波变换

1.1 小波分析发展回顾与展望.....	1
1.1.1 小波分析发展简史.....	1
1.1.2 小波分析的应用发展现状与展望.....	3
1.2 小波分析基础.....	5
1.2.1 Fourier 变换与短时 Fourier 变换.....	5
1.2.2 什么是小波.....	7
1.3 一维小波变换.....	9
1.3.1 一维连续小波变化.....	9
1.3.2 时-频局部化.....	10
1.3.3 一维离散小波变化.....	11
1.4 高维小波变换.....	12
1.4.1 二维小波变换.....	13
1.4.2 三维小波变换.....	13
1.5 多分辨分析与 Mallat 算法.....	14
1.5.1 多分辨分析.....	14
1.5.2 Mallat 算法.....	16

第二章 脊波变换

2.1 引言.....	18
2.2 连续脊波变换.....	19
2.3 离散脊波变换: 框架.....	25
2.4 单尺度脊波变换.....	27
2.5 有限脊波变换.....	29
2.5.1 有限 Radon 变换及其逆变换.....	29
2.5.2 有限脊波变换.....	30

第三章 曲波变换

3.1 引言.....	32
3.1.1 小波分析当前面临的挑战.....	32
3.1.2 从脊波到曲波.....	32
3.2 第一代曲波变换.....	33

3.3 第二代曲波变换..... 34

3.4 曲波变换的应用..... 37

3.4.1 抑制图像的加性噪声..... 37

3.4.2 去除 SAR 图像斑点噪声..... 39

3.4.3 图像增强上的应用..... 40

3.4.4 图像融合和图像恢复中的应用..... 40

3.5 存在的问题..... 41

第四章 Morphlet 变换

4.1 什么是 Morphlet 变换..... 43

4.2 二维对数界细分方法..... 45

4.3 单调系数..... 48

4.4 二维中的 Tameness 和系数..... 50

4.5 典型应用..... 52

4.5.1 微分对胚压缩..... 52

4.5.2 网格松弛..... 53

4.5.3 微分对胚插值..... 53

4.5.4 随机微分对胚..... 54

4.5.5 形状表示..... 54

第五章 小波变换与军事信息模型

5.1 小波变换在雷达信号处理中的应用..... 56

5.1.1 小波变换在雷达信号去噪中的应用..... 56

5.1.2 小波变换在 SAR 图像处理和目标识别中的应用..... 62

5.1.3 小波变换在雷达信号检测与参数估计中的应用..... 62

5.1.4 展望..... 63

5.2 小波分析与战场地面目标定位..... 64

5.2.1 战场环境下目标的地震动和声信号分析..... 64

5.2.2 应用实例误差分析..... 66

5.3 小波分析与火箭炮检测..... 66

5.3.1 小波诊断原理..... 67

5.3.2 火箭炮故障检测设计实例分析..... 69

5.3.3 结论..... 71

5.4 小波分析在火控电视跟踪器图像处理中的应用..... 71

5.4.1 图像处理系统组成..... 71

5.4.2 图像处理系统实现..... 72

5.4.3 小波分析方法在图像处理系统中的应用..... 73

5.4.4 结论..... 74

第六章 信息隐藏与数字水印

6.1 信息隐藏.....	75
6.1.1 简介.....	75
6.1.2 应用领域.....	75
6.2 数字水印.....	76
6.2.1 小波变换和数字图像处理.....	77
6.2.2 数字水印简介.....	78
6.3.3 数字水印的基本原理.....	79
6.3.4 基于小波变换的数字水印.....	80

第七章 小波与信息加密

7.1 简介.....	86
7.1.1 视频数据加密特性.....	86
7.1.2 图像与视频加密算法.....	87
7.1.3 各类算法的应用.....	89
7.2 基于零树小波的部分加密.....	90
7.2.1 零树小波图像压缩.....	90
7.2.2 图像部分加密.....	92
7.2.3 安全性分析.....	95
7.2.4 视频图像部分加密.....	95
7.3 视频流选择加密.....	95
7.3.1 基于小波包编码的图像选择性加密.....	96
7.3.2 参数化双正交小波过滤器与选择性加密.....	100
7.3.3 小波域图像子频带及数据位选择加密.....	103
7.4 感知加密.....	108
7.4.1 感知加密机制.....	108
7.4.2 性能分析.....	110

第八章 小波与生物识别

8.1 简介.....	112
8.2 小波在虹膜识别的应用.....	115
8.2.1 虹膜识别概述.....	115
8.2.2 二维小波变换提取虹膜特征.....	116
8.2.3 小波变换过零点提取虹膜特征.....	118
8.2.4 树形小波变换虹膜特征提取.....	120
8.3 小波在人脸识别中的应用.....	124
8.3.1 基于小波变换的人脸图像去噪预处理.....	125

8.3.2	二维小波变换人脸特征提取.....	130
8.3.3	基于 Gabor 小波变换的人脸特征提取.....	134
8.3.4	人脸确认匹配.....	135
8.4	小波在指纹识别中的应用.....	136
8.4.1	基于小波分解的指纹图像特征提取.....	136
8.4.2	基于小波的指纹图像压缩.....	138
8.5	小波在语音识别中的应用.....	139
8.5.1	基于小波变换的语音端点检测.....	140
8.5.2	小波语音增强在说话人识别中的应用.....	141
8.5.3	基于小波分析的说话人语音特征提取.....	142

第九章 小波与医学图像处理

9.1	医学图像处理.....	152
9.1.1	医学图像处理算法研究的背景.....	152
9.1.2	医学图像处理方法.....	154
9.1.3	国内外进展.....	155
9.2	基于小波变换的 PET 图像处理算法.....	155
9.2.1	PET 成像原理.....	156
9.2.2	PET 图像的特点.....	159
9.2.3	PET 图像激活区提取算法.....	160
9.2.4	PET 图像处理中小波基的选取.....	164
9.2.5	计算机模拟 PET 图像的计算评价结果.....	166
9.2.6	PET 图像处理中小波变换的边界问题.....	168
9.2.7	模拟 PET 图像的激活区提取结果与讨论.....	168
9.2.8	真实 PET 图像的处理结果.....	171
9.2.9	基于小波变换的 PET 图像激活区提取算法分析.....	174
9.3	基于小波变换的流域 (Watershed) 分割算法.....	174
9.3.1	流域变换算法建模.....	174
9.3.2	流域变换算法存在的问题.....	176
9.3.3	采用小波变换解决流域算法的过度分割问题.....	176

第十章 军事油料信息安全传输理论与应用

10.1	信息隐藏分析子系统的实现.....	181
10.1.1	信息隐藏分析子系统概述.....	181
10.1.2	基于 FastICA 的提取算法.....	187
10.1.3	小结.....	190
10.2	基于小波分析的油料信息安全传输系统的实现.....	190
10.2.1	VPN 网关设计.....	190

10.2.2	IPSec 基本协议模块的分析	193
10.2.3	数据处理模块的设计与实现	194
10.2.4	SPD 和 SADB 模块的设计与实现	198
10.2.5	策略和 SA 管理模块的设计与实现	199
10.2.6	测试	201
10.2.7	基于小波分析的信息安全传输认证系统的设计与实现	203
10.2.8	小结	209
10.3	本章总结	209
	主要参考文献	211

第一章 常规小波变换

1.1 小波分析发展回顾与展望

1.1.1 小波分析发展简史

从 1981 年 Morlet 正式提出小波分析的概念至今不过短短的二十多年时间,但小波分析以其在信号时频分析领域的独特优势已经被学术界和工业界广泛接受,在信号分析、图像处理、语音处理等很多领域已经成为主流工具。在小波分析广泛应用的同时,又产生了许多新的研究课题,激发了研究人员对于小波分析理论及其新应用的研究,进一步促进了小波分析的快速发展。

到目前为止,常规的小波分析理论已经形成了一套完整的理论体系,具备严格的数学证明和表达形式。小波分析以实变函数、泛函分析、逼近理论、数值计算等相关学科为其数学基础,对于一些应用研究者而言数学门槛相对较高,这时我们有必要暂时抛开一些难以理解的数学证明和概念,从整体上把握小波分析的基本思想和基本概念。本节通过讲述小波分析发展历程,帮助读者了解该学科的来龙去脉,从而更好地理解小波分析。

小波分析起源于 Fourier 分析,它继承了 Fourier 分析的基本思想,在时频局部化分析方面相对 Fourier 分析而言取得了重大的突破。小波分析和 Fourier 分析同属时频分析的大家庭。1807 年,Fourier 已经研究了 Fourier 分析的核心内容,在其 1822 年的经典科学巨著——《热的解析理论》(The Analytic Theory of Heat)中,正式推出了 Fourier 分析理论。Fourier 分析的基本思想是用一组正交的正余弦函数的线性组合去逼近信号。Fourier 分析把对信号的研究从时域发展到了频域,这对信号认识来说是一种重大突破,从频域分析中可以更深入地揭示信号的本质。在 Fourier 分析中使用正弦和余弦函数基来分解信号,从这个角度来看,小波分析则是在特定空间内按照称为小波基的函数对信号(函数)作展开和逼近。小波分析和 Fourier 分析一样能描述信号的频率特性,与此同时,小波分析因其可变的支集长度还能反映出信号的局部频率特征,因此,小波分析更能满足信号分析的需要。

1910 年, Harr 提出了 Harr 函数系(如公式(1.1)、图 1.1 所示)并将其应用于工程领域,由于 Harr 函数不光滑,在理论上没有得到充分的重视和发展。

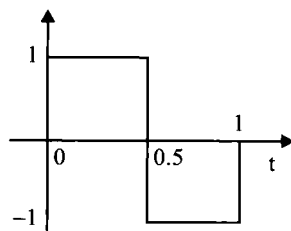


图 1.1 Harr 小波

$$\psi(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ -1, & \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \\ 0, & R - \{[-1, 1]\} \end{cases} \quad (1.1)$$

从小波理论发展比较完善的今天来看, Harr 基已经是一个小波规范正交基了。

调和与分析领域大师 Meyer (小波分析创始人之一) 认为, 1930~1980 年为小波分析思想的萌芽期。1936 年, Littlewood_Paley 提出对频率按 2^j 进行划分。1944 年, Gaber 引入加窗 Fourier 变换, 1946 年, Gaber 又创立了时-频相位空间理论, 这是早期的非正交小波展开。1975 年, A.P.Calderson 给出了 H' 的原子分解, 它已经十分接近现在小波展开的形式了。理论研究经过多年的沉淀, 工业界的实际需求催生了小波分析概念的正式诞生。1981 年, 法国地质学家 Morlet 首次提出了小波分析的概念。20 世纪 60 年代, 由于工业发展的需求, 寻找石油成为法国的一项重大项目, 探测的方法是通过向地下发射脉冲波, 接收反射信号, 从而粗略分析地下岩石油层的分布来确定油田。由于地下结构复杂, 回收反射信号并从中提取石油分布信息是 Morlet 的主要工作。Morlet 仔细研究了 Gabor 变换, 对 Fourier 变换与加窗 Fourier 变换的异同、特点及函数构造做了创造性研究, 首次提出“小波分析”概念, 建立了以他名字命名的 Morlet 小波 (如图 1.2 所示)。

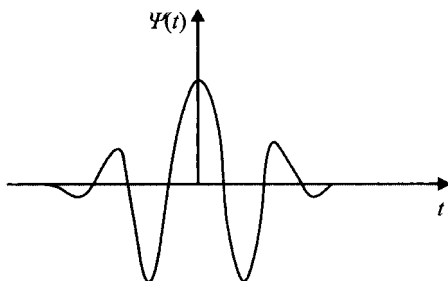


图 1.2 Morlet 小波

基于 Morlet 小波在地质数据处理中取得了的成功, 激励了 Morlet 对小波分析方法系统的理论研究。学工程出生的 Morlet 自感数学理论修养的欠缺, 又联合了理论物理学家 Grossman 共同研究。在两人联合研究工程中, 一个偶然的机会得到了大数学家 Meyer 的帮助。Meyer 凭借自己深厚的数学功底对 Morlet 方法进行了系统的研究和高屋建瓴的总结, 为小波分析学科的诞生和发展作出了重要贡献。

小波理论研究的热潮开始于 1986 年。1986 年, Lemarie 和 Battle 构造了具有指数衰减的小波函数。1987 年, 在小波的诞生地——法国马赛召开了第一次小波分析国际会议。在小波分析界还有两个令人敬仰的名字, 那就是 Stephone Mallat 和 Ingrid Daubechies。Mallat 与 Meyer 合作于 1988 年并提出了多分辨分析的理论, 这一理论给出了构造正交规范小波基的统一方法。1989 年, Mallat 在多分辨分析的基础上, 构造了著名的 Mallat 算法, Mallat 算法因其重要的理论突破和优越的工程应用效果被人们所推崇。Mallat 还因在《IEEE Transaction on PAMI》上的发表的论文, 获得了当年 IEEE 优秀论文奖。女数学家 Ingrid Daubechies 于 1988 年构造了具有紧支撑的有限光滑小波函数 db 小波簇, 这是到目前为止全世界应用最广泛的小波函数, 她在美国 Pure&Appl.Math 上发表了一篇长达 87 页的论文, 被公认为小波分析界的经典纲领性文献。1992 年, Ingrid Daubechies 出版了《Ten Lectures on Wavelet》(小波十讲), 该书系统论述了正交小波的紧性、正则性、对称性及时频特性, 泛函空间的小波刻画和正交小波基逼近通论及其技巧, 是一本重量级的小波分析学术著作。

Daubechies 在《小波十讲》中用优美而通俗的语言深刻剖析了小波分析的本质，深入浅出地描述了公式定理，全面详尽地解释了众多疑点和难点。到 2002 年该书已经重印 7 次，总数超过 15 000 册。2004 年 5 月，李建平教授将该书翻译成中文版，由国防工业出版社出版，现已多次印刷。

在我国，也有很多学者为小波分析的发展作出了重要贡献。1991 年，邓东皋、王建忠在《数学进展》上发表国内第一篇小波分析论文，对国内的小波分析研究和应用起到了很大的推动作用。1995 年程正兴教授将美国崔锦泰教授所著的《小波导论》一书翻译出版。1997 年，由李建平博士所领导的科研团队编著了《小波分析与信号处理原理——理论、应用及软件》，得到了钱伟长院士出版基金资助，并多次重印，该书获得 1999 年国家科技进步奖（科技著作）二等奖。2000 年 4 月 19 日，国际上第一个小波分析专门研究机构“国际小波分析应用研究中心”在后勤工程学院成立。2004 年国际计算机学术大会、第三届小波分析及其应用国际学术大会、第二届智能媒介技术国际学术大会于 2004 年 5 月 28~30 日在后勤工程学院成功召开，300 多位国内外专家参加大会，在 30 多位国际专家中有 8 位小波分析的主要创始人。

小波分析是近几十年建立并发展起来的新兴应用数学领域，它不但具有很高的数学理论价值，而且还对许多工程应用领域产生了深远的影响。我们应该向为小波分析发展作出杰出贡献的 5 位重量级的科学家致敬，他们分别是 Morlet（提出小波分析的概念）、Grossman（建立伸缩和平移公式，并从物理上解释了小波的概念）、Meyer（从数学上建立了小波分析的基本理论体系）、Mallat（提出了多分辨分析和快速小波算法）、Daubechies（建立了 FIR 共轭滤波器，给出了世界上第一个应用效果很好的小波基）。

小波分析之所以能在短时间内快速发展并取得辉煌成就，一个重要的原因就是，它综合了工程、物理及纯数学等多个领域，是多学科学者智慧的结晶，反映了大科学时代各学科之间相互渗透、相互综合的强烈趋势。小波分析不仅在数学上表现出其优美的特质，在工程应用领域有着十分强大的生命力，凭借其广泛的应用，小波分析正吸引着越来越多的科学工作者加入小波分析研究和应用的阵营中来。

1.1.2 小波分析的应用发展现状与展望

研究小波分析理论的最终目的是为处理实际应用中的各种问题服务，小波分析中很多问题都是与特定的应用问题相关的，如信号处理领域中的小波分析和解微分方程中的应用就有一定的区别。我国对小波分析领域的研究起步较晚，1994 年形成了小波研究的热潮，在信号、图像处理、故障诊断等方面取得了较大的进步。从公开发表的文章来看，分为以下几类：

（1）利用小波对信号进行信号去噪、压缩。其主要通过阈值设定的方法，处理小波分解后的系数，达到信号降噪或压缩的目的。

（2）对信号进行特征提取，如一幅图像经过小波分解后，高频系数反映了细节特征，通过对高频数据的处理达到特征提取的目的。

（3）基于小波系数模极大值和 Lipschitz 系数，检测信号的奇异性。这种方法在小波分析故障检测系统中被广泛地采用。小波分析对信号奇异性的检测能力明显优于传统的

Fourier 分析方法。

(4) 小波理论应用于语音分析与处理。其主要包括：清/浊音分割；基音检测与声门开启时刻定位等。

(5) 编码方面的应用。如著名的静止图像世界标准 JPEG 2000，其核心完全由小波分析构成。也有学者在密码编码中采用了小波分析的方法，这是小波分析可能兴起的一个新的应用领域。

(6) 小波分析可以作为求解数学问题的工具，如在微分和积分方程的求解、统计学问题的求解。

小波分析虽然在许多应用领域中已取得了一定的成果，但专家预言小波分析的真正高潮还没有到来，主要原因如下：

(1) 小波理论尚不完善，除一维小波理论比较成熟以外，高维小波、向量小波的理论还远非人们所期待的那样，特别是各类小波，如正交小波、双正交小波、向量小波、二进小波、离散小波的构造和性质的研究。

(2) 最优小波基选取方法的研究。虽然国内外已有一些最优基选取方法的研究，但缺乏系统规范的最佳小波基选取方法，即针对不同的问题能最优地选择不同的小波基以实现最好的应用效果。我们知道不存在一种小波基能适应所有的情况，因此，小波基的优化选择始终是小波理论研究的重要内容。

(3) 小波分析的应用范围虽然很广，但真正取得极佳应用效果的领域并不多，人们正在挖掘有前景的应用领域。

(4) 目前小波分析软件远不如有限差分方法 (FDM)、有限元方法 (FEM)、边界元方法 (EEM) 等软件成熟和完善，更无大型系统权威的小波分析软件，作为商品的高水平小波分析软件几乎没有。

(5) 小波分析在数据图像压缩方面已取得很好的成绩，人们期待利用小波能够实现高压缩比、高重现度图像的压缩，并探索在图像的边缘检测、分类与描述中的应用。

小波分析作为一门新兴研究领域，无论在理论还是应用方面都还有很多有待探索的方面，从国际、国内的最新的学术论文来看，以下几个方面内容的研究还有很大的上升空间和很好的应用前景。

(1) 非常规小波变换、脊波变换 (Ridgelet Transform)、曲波变换 (Curvelet transform)、Morphlet transform。对于这些最新出现的小波变换，本书的相关章节将详细讲述。

(2) 目前使用的二维及高维小波基主要是可分离的，不可分离二维及高维小波基的构造、性质及其应用研究，由于理论上较为复杂，这方面的成果甚少。也许向量小波及高维小波的研究能够为小波分析的应用开创一个新天地。

(3) 快速小波变换算法研究。Mallat 算法在计算速度、精度方面都还有潜力可挖。1995 年 Sweldens 等提出的提升格算法的应用问题还值得深入。基于最优化理论以及实际问题物理背景的特殊快速算法同样是值得研究的问题。

(4) 小波分析在信息隐藏和数字水印中的应用已经比较成熟，由于小波变换能保证信号的分解与重构能量守恒，这正是加解密变换的基本要求，所以把小波变换应用到加解密变换算法构造中是完全可行的。关于小波变换在信息安全中的应用见本书的相关章节。

(5) 小波分析在故障检测和信号的多尺度边缘特征提取方面的应用。瞬态信号或图像的突变点常包含有很重要的故障信息,例如,机械故障、电力系统故障、脑电图、心电图中的异常、地下目标的位置及形状等,都对应于测试信号的突变点。虽然这些问题发生的背景不同,但都可以归结到如何提取信号中突变点的位置及判定其奇异性(或光滑性)的问题,所以这方面的研究具有广阔的应用前景。

(6) 神经网络与小波分析相结合,分形几何与小波分析相结合是国际上研究的热点之一。基于神经网络的智能处理技术,模糊计算、进化计算与神经网络结合的研究,没有小波理论的嵌入很难取得突破。目前小波分析在提取信号的分形特性方面已经取得了很好的效果,其他的非线性问题也可能在小波的辅助下得到更好的解决。

(7) 小波分析用于数据或图像的压缩,目前绝大多数是对静止图像进行研究的。面向网络的活动图像压缩,长期以来主要是采用离散余弦变换(DCT)加运动补偿(MC)作为编码技术,然而,该方法存在两个主要的问题:方块效应和蚊式噪声。利用小波分析的多尺度分析不但可以克服上述问题,而且可首先得到粗尺度上图像的轮廓,然后决定是否需传输精细的图像,以提高图像的传输速度。因此,研究面向网络的低速率图像压缩的小波分析并行算法,具有较高探索性和新颖性,同时也具有较高的应用价值和广泛的应用前景。

1.2 小波分析基础

1.2.1 Fourier 变换与短时 Fourier 变换

1807 年法国数学家 Fourier 在他著名的著作《热的解析理论》中,提出了 Fourier 分析的理论。科学家们花费了近一个半世纪去理解 Fourier 级数的收敛性并完善 Fourier 积分理论,直到今天 Fourier 分析一直是相关研究人员最热衷使用的分析工具。小波分析是针对 Fourier 分析中的一些局限性提出来的,但基本思想源于 Fourier 分析,因此理解 Fourier 分析是学习小波分析的出发点,也是深入研究小波分析的重要基础。

Fourier 分析的基本思想——任何一个周期函数都能表示为一组正弦(或余弦)函数之和,称之为 Fourier 级数。

若周期为 2π 的周期函数 $f(x)$ 满足条件:

(1) 在区间 $[-\pi, \pi]$ 连续或有有限个第一类间断点;

(2) 在区间 $[-\pi, \pi]$ 只有有限个极值点,则函数 $f(x)$ 可展开成 Fourier 级数: $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$

其中

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx, \quad \begin{cases} a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx & (n=1, 2, \dots) \\ b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx & (n=1, 2, \dots) \end{cases}$$

系数 a_0, a_n, b_n ($n=1, 2, \dots$) 称为 Fourier 系数。

例如函数 $f(x) = f_0(x) + f_1(x) + 2f_2(x) - 4 \times f_3(x) + f_4(x)$

其中, $f_0(x) = 1; f_1(x) = \sin(x); f_2(x) = \cos(2x); f_3(x) = \cos(3x); f_4(x) = \sin(18x)$; 其分解为过程如图 1.3 所示。

以上内容针对的是周期为 2π 函数 (信号), 对于周期为 $[-T, T]$ 的函数, 可以通过线性变换转换到 $[-\pi, \pi]$ 处理。对于非周期函数可以通过周期延拓, 把非周期函数看做是一个 $T \rightarrow \infty$ 的周期函数, 对其 Fourier 级数取极限, 得到积分形式的函数 Fourier 变换的公式:

$$\text{Fourier 变换: } \hat{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt$$

$$\text{Fourier 逆变换: } f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

Fourier 变换及其逆变换实现了函数时域分析和频谱分析的转换, 信号的时域和频域描述从不同的角度展现了信号的特征, 这些特性是深入分析和研究信号的基础。比如, 通过 Fourier 得到信号的频谱分布, 可以求得信号的有效带宽频率, 有效带宽内, 集中了信号绝大部分谐波分量, 信号通过信道或压缩编码时, 丢失了部分有效带宽外的谐波分量, 这对通信的质量不会产生影响。

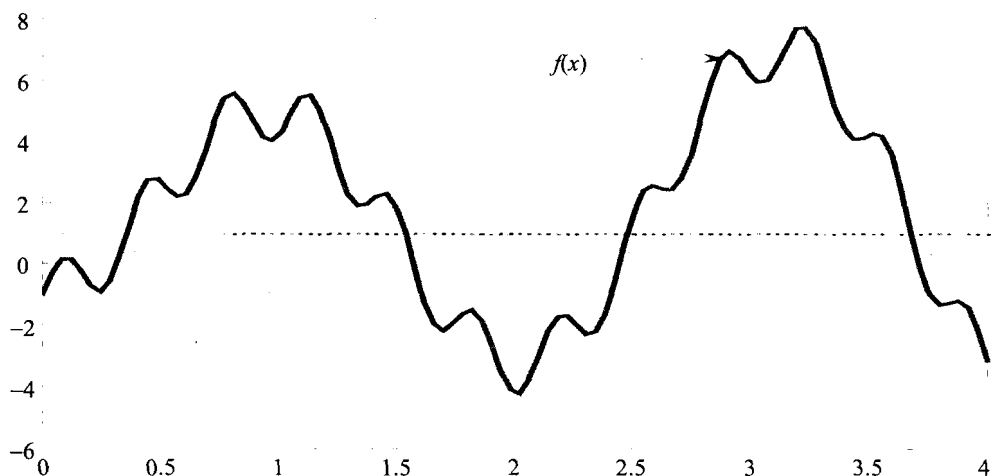


图 1.3 $f(x)$ 分解为函数的过程

Fourier 分析是思想方法和理论的突破性创新, 随着后来量子力学的发现, Fourier 分析成为描述和求解自然科学的语言, 尤其是在信号分析与处理领域一直占据着重要的地位。在充分肯定 Fourier 分析成就的同时, 在工程应用中发现了 Fourier 分析存在的一些不可避免不足之处: 对信号作 Fourier 变换得到频域表达式, 但信号的频域表达式中缺少时间信息, 因而不能表达信号频率和时间的关系, 不能将它们有机地结合起来对信号进行分析。Fourier 变换是信号在整个时域内的积分, Fourier 频谱只是信号频率的统计特性, 没有局部化分析信号的功能。因此 Fourier 变换对处理平稳信号效果较好, 但在处理非平稳信号时效果不佳。所谓非平稳信号就是某阶统计量随时间变化的信号。非平稳信号在实际应用中比较常见, 例如: 一维信号中, 短时的非暂态信号成分; 语音信号中, 在不同片断上单词发音的共振