

初中數學教學初步經驗

季涂 家世 修澤 合編



新中國聯合出版社出版

緒　　言

一 關於初中數學教學的一般說明

1. 中學數學教學的目的是教給學生以數學的基本知識，並培養他們應用這種知識來解決各種實際問題所必需的技能和熟練技巧。

教師在講授數學的過程中，要貫澈新民主主義教育的一般任務：形成學生辯證唯物主義的世界觀，培養他們新的愛國主義以及民族自尊心鍛鍊他們的堅強的意志和性格。

2. 在教學過程中，應充分注意理論與實際的聯系。其方法，首先是作好練習；其次是應用數學知識去解決實際問題。

3. 在進行教學時，必須照顧到學生的年齡特徵。例如在初中講課應當基本上從教學的直觀性和內容的具體性出發。並須把教學的基本概念和基本法則盡力地提高到教學的首要地位。（但不能以大量的數學公式和法則加重學生記憶上的負擔）。

4. 為了使學生獲得鞏固的知識和熟練技巧並更加自覺地掌握教材，每一堂課在學習以後，應當進行系統的複習。

進行複習的目的：不僅是使學生在記憶上重視一下個別的公式、法則、定義、定理或解習題的方法，還要使學生對新舊課題能作更鞏固而有悟性的聯系，以及邏輯的聯系能確定解問題的法則和方法上的異同，並能以新的、更全面的觀點闡明所學習的東西。

5. 應當特別注意組織學生的課內和課外的數學“自學作業”。作好課外作業，是每一個學生必須完成的工作。

教師在規定課外作業時，要把完成作業的方法和程序等給學生解釋清楚。課外作業的內容，應當和課堂教學聯繫起來。課外作業的分量，應照顧學生的實際水平和規定的自修時間。對學生交來的課外作業，應當系統認真檢查。

——節錄“中學數學教學大綱（草案）”說明部份——

二 教學的具體實施

1. 課前準備

(一) 精通教材：爲了能夠正確地進行教學，教師必須精通教材，也就是說，應當作到下列幾點：

- (1) 透澈理解教材的內容。
- (2) 明確教學的目的和要求。
- (3) 搞清教材的前後聯繫。
- (4) 抓住教材的重點。
- (5) 了解教材的實際應用。

(二) 擬訂教學計劃：每學期開始，教師應就所任課程，訂出教學計劃，在訂計劃時，應考慮到下列幾點：

- (1) 本課程的教學要求和學生的實際水平。
- (2) 教材內容的深淺難易和進度的正確安排。

(三) 編寫課時計劃：每節課，教師都應在課前寫好授課計劃，凱洛夫說：“授課的準備，必須由每一教師以書面的授課計劃來完成。這個授課計劃僅是經過教師認真的準備而得有結果時，才能顯示出它的價值來。否則它就變成徒具形式的東西，不但無補於教學，而且還反成爲正確規定的教學過程的障礙”。這是值得我們注意的。爲了供教師作參考，本書中有課時計劃的舉例，但必須聲明，這些舉例是僅供教師作參考的。

(四) 製作教具：在初中教課，應多採用實物模型來進行直觀

教學，教師應在充分研究教材的基礎上，根據學生的學習情況和年齡特徵，並為了達成預定的目的要求，製作和使用教具，進行教學。

2. 課堂教學：

(一) 講解：課堂教學中，教師的講解，是起着決定作用的一環，講解時，宜注意下列各點：

(1) 依照課時計劃進行，並應根據班情，作切合實際的變通。

(2) 不宜只顧自己講，過急的把現成的結論，法則等教給學生要學生接受；必須引導學生運用思考，讓學生有機會自行試作結論，試創法則。

(3) 開始講課時，應照顧前課作適當的複習，以期鞏固舊課，啓發新課。

(4) 講解的敘述，宜清晰，明確，生動，藉使學生易於領會，說話的速度不宜快，應保持必要的中休，以便學生理解所講的內容。

(5) 講課時，應多用例證，引導學生思考，多用圖示，幫助學生想像，重點要突出，板書要整齊。

(6) 應主動地指出教材中易混淆易錯誤的貌似地方，促令學生注意。

(7) 下課前，應將本課所授的教材，作綱要式的整理，使學生能有系統的了解，以求鞏固。

(二) 提問，板演：教學中，必須重視複習的工作，反覆的複習，可使學生的學習，愈臻鞏固而堅實；複習的方式，除由教師作扼要的複述外，經常的用提問和板演來進行，關於提問，板演，宜注意下列各事：

(1) 提問，板演的題材和對象，課前即應有計劃的選定。

(2) 提問時，應先向全班發問，然後指定學生作答，板演時，

一部份學生在黑板上解題，其餘學生也要在紙上作板演的題目。

(3)教材每至一小段落時，亦可進行提問和板演。

(4)提問，板演，教師應將正確答案，向學生宣佈。

(三)佈置作業：關於佈置作業，宜注意下列各點：

(1)佈置作業時，要把完成作業的方法和程序，告訴學生。

(2)作業的支配，宜均勻分散，不宜集中，應儘量使學生在課後經常有題作，勿使學生閒起來沒題作，忙起來，作不及。

(3)選用的習題，要有難有易，易則能使學生積極地學習，難則可使學生發揮自身的智力，而不致原地徘徊。但難易要適度，應從學生的實際水平出發，而且每次作業中，較難的題不宜多。

(4)選題時，應儘量取用有代表性的。意義相同的題，應儘量刪減。題的分量，應照顧學生的固定自修時間。

(5)關於作業，有下列十事，應使學生注意：

i. 作題前應看清題意

ii. 寫錄務宜整潔

iii. 名數應註明單位

iv. 得數須考慮是否合於題意

v. 作圖務求正確

vi. 列式須整齊有序，立論須有依據

vii. 須細心的逐步依法演算

viii. 佈置的作業，應及時完成，不可拖延積欠

ix. 改過的題，要細看，犯過的錯誤，不可再犯

x. 要能獨立思考完成作業，切不可抄襲他人。

3. 課後處理：教師對學生的作業應認真檢查，審慎批改。

(1)批改作業的目的，在於檢查和促使學生減少錯誤，教師須於課堂教學中，力求學生透澈的理解，積極的預防學生發生錯誤，切不可陷於事務主義的批改工作中。

(2) 每次佈置作業時，應規定完成作業的時間，按時收，按時發。

(3) 批改作業，應有記錄，並宜在作業本上加註評語或記號。

(4) 批改作業時，如發現全班多數學生的錯誤，教師須於課堂教學中，抽出時間加以說明。

4. 課外輔導：教師應於課外，對學生進行個別輔導。

(1) 教師應經常了教學生的學習情況，預防學生發生落後現象，發現學生在學習上有缺點須及時糾正。予以適當的輔導。

(2) 對理解能力較差的學生，應指導其學習方法和思考途徑，並促其努力自學，必要時教師得於課後作補充講解。

(3) 對基礎較差的學生應於課外進行指導，使其達到一般的水平。

(4) 對成績優良的學生，亦應在其自動自發的基礎上，予以適當的輔導。（但須注意防止可能發生的偏伺）

三 關於本書的說明

1. 本書是配合初中數學現用課本，供教師作為教學參考之用而編寫的。

2. 本書的「教材研究」中所列內容，是為了幫助教師掌握教材而寫的，不能全部搬到課堂上去講授。

3. 本書的「教學建議」中所列內容，包括教學的目的要求，教學重點，教學時數，課時計劃舉例，及一些有關教法的問題。必須聲明，這些都是建議性質，僅能作為學習參考之用。

目 錄

緒言.....	1—5
第一部份 初中算術	6—98
第二部份 初中代數	99—152
第三部份 初中幾何.....	153—213

第一部份 初中算術

總 說 明

1. 算術的研究對象，是數以及數的運算。作為科學的算術，應該是以關於數的系統的理論為其主要的內容。但是，在中小學裏，如果把這些理論納入算術課程的範圍內，就一定不能為學生所接受，中小學學生對於算術的學習，不可能走理論的道路，這是被教學實踐所肯定了的。因此，作為中小學的課程來講授的算術，對於概念，平常都是通過實例介紹進來，並在實際運算的基礎上，得出學生們所應用的規律。

有些人有一種意見，以為關於算術科學的理論，雖然是超出了算術課程的範圍以外的東西，但是對於中學數學教師來講，為了提高業務水平，卻不可不加以研究。我們認為：教師的工作是教學，為了充分掌握教材，搞好教學，如果教師能夠研究一些直接有利於教學的理論問題，也是合適的。因此，本書在「教材研究」中，要提到一些和教材有關的理論，至於離開教材較遠的問題，本書則不作介紹。

2. 初中學生對於學習算術，往往有一種心情，以為在小學裏已經學過，現在到了中學，還要再學；他們覺得初中算術和小學算術沒有什麼區別，甚至於比小學高年級所學習的，還要簡單，因此，就心存輕視，上課時，不注意聽講，以為聽不聽，無關重要，反正會算題目，就行了。學生如此，教師也就難免於感到教學無味，於是加快進度，以求更早地進入較為繁難的教材部份。這是在初中算術教學中，相當普遍的現象。其實，學生對於已經學過

的小學算術，是否完全搞懂；對於基本概念，是否明白了解；對於數字運算，是否能作到迅速正確；對於會算的題，是否能說出這樣作的道理；在在都有問題。所以，像上述的現象，不僅學生的想法是不正確的，即教師的作法也是有害於教學質量的。因此，我們認為，在初中算術教學的開始，教師就應該對學生說明初中算術和小學算術有何異同，藉以培養他們對算術的深刻認識，端正他們的學習態度。當然，這並不是輕而易舉，不下工夫，就可以辦得到的。而且對於教師來講，自己也必須先要對初中算術的教學內容，具備深刻的認識，搞清了它和小學算術的區別所在，然後纔能向學生進行教育。

初中算術和小學算術不僅在深度和廣度方面不同，即在教學的目的要求方面也不一樣。小學算術所給予學生的是感性知識，而初中算術，則在小學算術的基礎上，把學生已經學過的東西，加以整理，並初步的講到一些理論，如自然數的運算律等；當學生在小學畢業的時候，它們對於算術的四則運算，可能是已經達到相當熟練的地步，但是他們卻未必能明白所以這樣作的道理，在初中算術的教學裏，我們不僅要學生能夠正確的進行各種運算，而且還要逐步地要求學生能夠掌握術語，並應用定義和學過的運算律，來解釋自己運算的步驟。所以，小學算術的內容，只是一些片斷的，零碎的東西，而要求於學生的也只是能夠機械的計算題目。至於初中算術課程，一方面要給予學生系統的較為深入的知識，一方面還要培養他們的表達能力和獨立思考的能力，教會他們應用所學到的知識去解答一些帶有理論性的問題和解決具有實際性的問題。當然，教會學生自覺地，迅速地，確信地而又最合理地進行整數和分數的演算，在初中算術的教學裏，也是極為重要的。

3. 中央教育部所編訂的“中學數學教學大綱(草案)”，是我

們進行教學的最高指導文件。我們認為這個大綱雖是草案，但是對於我們在教學上的改進，卻有非常重大的關係；我們必須切實地研究大綱的內容，掌握大綱的精神，遵循着大綱的規定和指示來進行教學。

4. 現在各地中學所用的初中算術課本是 1953 年人民教育出版社所編的「初級中學課本算術」，全書分為第一第二兩個分冊，供初中一年級一學年教學之用。這書是依據教學大綱並取材於蘇聯教本來編寫的，內容的優越性，異常顯著，在目前來說，的確是一種很完善的課本；我們必須細心鑽研，揣摩它的精神，掌握它的體系，正確地運用它來進行教學。當然，這本書並不是盡善盡美，它還有某些缺點存在。但是我們卻不能因此而貶低了它的價值。

本書是為了供給教師作為教學參考之用而編寫的，「第一部份初中算術」的內容，就是配合上述的現用課本來寫成的。上面說過，現用課本還有缺點，在這裏我們要指出的是這個課本並不是完全用教學大綱作依據的，它的內容，有些地方，嫌輕重失當，有些地方，嫌詳略不宜；因此，在教學中，勢必要依照大綱來加以增刪。不過，這樣的作法，對於使用課本的教師和學生都將感到很大的不便。所以，本書對於課本的內容，除了在某些地方提出一些必要的稍加修改的意見外，餘皆以課本為據。例如第一章整數四則在大綱中，所列的材料較少，教學時數只定 35 課時，而課本中，則內容較多，我們即以課本為據，擬定教學時數為 76 課時，而不強求其與大綱所定時數一致。

5. 算術教學中，對於新觀念的介紹，要多用實物實例；對於應用題的講解，要多用圖示分析；對於教材中易混淆易錯誤的貌似地方，要特別說明，促使學生注意。尤其重要的是：無論何時，都應當把基本概念和基本法則，提高到教學的首要地位。

6. 對於基本運算，須注意培養學生的口算技能，教會學生利用數與數間的特性來進行速算；與此同時，也應培養學生對計算能作正確寫法和驗算等等。

7. 教學中，必須重視複習的工作。反覆的複習，可以使學生所獲得的知能，愈臻鞏固和熟練，每節課的開始，應照顧前課，作適當的複習；教材到一個段落時，也應就講授的內容，進行整理複習。複習的方式，可用提問，板演和測驗等來進行。

8. 教師在佈置作業時，應把完成作業的方法和程序等向學生解釋清楚。課外作業的內容，應當根據學生的實際水平，並和課堂教學聯繫起來；課外作業的分量，應照顧學生的自修時間，作適當的支配。學生的課外作業，應當看作是課堂教學的延伸部份，教師須認真的檢查督促，預防學生拖延積欠的毛病。

9. 依照教學大綱規定，初中算術的課堂教學，每週為7課時，每學期以18週計算，共126課時，總算全學年，共上課252課時，其中除學難及學年複習的11課時外，餘皆作為教學用（包括課堂複習，小結，及考試等）。

第一章 整數四則

I. 整數的讀法和寫法

一 教材研究

1. 量與數：當我們研究周圍的事物（物體，現象等）時，我們會發現不同事物常有某些共同的性質（像有長度，有重量等）。這些性質以不同的程度，表現在各不相同或同屬一類的事物中；

並且我們對於這種差異，可以借助於感覺器官直接或間接地加以分辨。（例如溫度的高低，可以用眼睛來看水銀柱長的變化）。像這些可以分辨出它們程度的異同的那一類的性質，便是事物的量，也叫作可較量。比方說重量，溫度，年齡以及學生的成績等都是可較量的例子。對於同類的可較量的異同，我們用“大於”，“小於”，“等於”這類字眼些來說明。例如說桌子的重量大於椅子的重量，弟弟的年齡小於哥哥的年齡，這個教室裏的溫度等於那個教室的溫度。

某些量，我們知道是由若干同樣的量（同類量）來組成的，這種量，叫作可加的量。值得注意的是：並非任何的量，都是可加的量。比方說，學生的成績，物體的密度，就不是可加量。因為我們不能想像它好的成績是若干個差劣的成績的和。對於物體的密度來說，也是如此。

在算術中我們所討論的，僅限於可加量，並且簡稱為量。

分辨量的大小，我們總是用比較的方法來進行，也就是選擇某一定量作標準來和所要研討的量相比較，藉以分辨出大小來。這個作為標準的定量叫作單位量，而進行比較的步驟就叫作測量把測量的結果，用記號表示出來，藉以說明其多寡，像這樣的記號，是數字。數字所表的量的多寡，就是數；它說明了所研討的量和用作單位的量之比；因此，表示同一個量的數，常因所用單位的不同而不相同，並且表示單位量的數是 1。

我們日常所用的數量，總包括着（1）數（2）測定這量所用的單位。

整數的單位是 1。“數，”實際上都和具體事物（量）相關聯的，它表達着某量中所含單位的個數。整數就是包含若干個 1 的數。0 也是整數。

2. 自然數與自然數列： 在數東西時，我們會數出一、二、

三、四、……等字。這就是自然數的名稱。數的過程，可以任意地斷續下去，自然數也可以這樣無限的讀下去。0不屬於自然數。每一個大於零的整數，都是自然數。

在數數時，自1起一個接着一個地數出的串數，構成所謂自然列數。因為數數，可以無限地的數下去，所以自然數列是無限的。

自然數列有以下的特性：(1)它是由1開始的，(2)它是沒有最終的，(3)其中沒有兩個數是相等的，在前的總比在後的為小。

零不是自然數，假如把零放在自然數列的最前面，那麼我們就得到所謂擴大的自然數列。

3. 數數的原則：這裏所說的數數，就是課本上所說的計數。從生活實踐中，我們得到數數的原則如下：

(一) 數數所得的結果和數東西的順序無關；只要每個東西都數到，並且只數到一次，我們總只能數得唯一的結果。

(二) 在數東西時，一種東西可以用另外一種東西來代替，比方說：參加投票選舉的人，每人都投了一票，那麼票的總數和人數完全一樣。

(三) 數的過程，可以無限的繼續下去。數東西時，我們所說出的最後一數，就是數的結果。當我們說出任何一數時，我們總可以再說出跟着這數的下一個數。

4. 數字(或數碼)：為了寫出數來，我們要引用一些記號，這些記號，就是數字，現在我們通用的是一，二，三，四，五，六，七，八，九這九個數字，它們分別表示自然數列中起首的九個自然數。用這九個數字同着0，我們可以把一切的數表示出來。在數學上我們通用的1,2,3,4,5,6,7,8,9是阿拉伯數字。零的符號“0”，是印度人首先使用的。

中國古代，有所謂籌算，籌係竹製的；用籌表數時，一用一

二 教學建議

學，但數學卻不一定是算術。

7. 授課時數：4 課時。

8. 各課時的教學內容：

第一課時：說明學習算術的目的和算術的研究對象，指出中小學算術課程的異同。規定學生每次上課，除課本外，還要攜帶着紙和筆，以便隨時練習演算。每一學生準備兩個練習本（輪換着作練習，一本繳給教師批改時，就可以把練習作在另一個本子上）。告訴學生：作好課外作業，是每一個學生必須完成的工作。
（15 分鐘）

講解整數的意義，清楚地指出 1 是整數的單位，整數是包括着若干個 1 的數。指定一個學生數數看教室裏有多少個同學，（要學生說出一，二，三，四，……）。如果，數的結果，是 50 人。教師就面向全班學生用自問自答的方式，說明：什麼是數數？數數就是按人（或物）加以清點，點一個，就從一起說出一個數，依次說出一，二，三，四……來。為什麼數的結果是 50 人呢？因為點一個人說一個數，點到最後一個人時，說出的數是 50，所以 50 便是數結果。如果在我們說出 50 時還有同學沒有點到，我們還可繼續的一面點人，一面說數，也就是還可以繼續數下去。然後再指定一個學生，用另一種順序，數數看教室裏的同學，結果仍然是 50 人，於是教師指出數的結果，與所數物的順序無關。

（20 分鐘）

講解自然數列的性質：說明我們數數時 從 1 起，順次說出的數，一，二，三，四，……，它們都是自然數，而自然數的全體，叫作自然數列。指引學生認識到自然數列是自然數全體依次排列構成的。因而得到結論（1）自然數列是從一開始的（2）後一數總比前一數大，（3）自然數列是無窮盡的。
（10 分鐘）

指定學生課後閱讀課本裏第二節和第三節的課文。

第二課時：檢查一下，學生是否都有了紙，筆及課本，是否準備好練習本，要他們在練習本的壳面上寫明姓名，座號等。

(2分鐘)

複習提問：(一)什麼是整數？着重的看學生是否弄清1是整數的單位。(二)我們怎樣進行數數？要學生清楚地舉例說明。如有可能，教師補充說明數數的三個原則。(三)什麼是自然數列？要學生能說出它是自然數全體的順序排列。然後再問學生自然數列有些什麼特性。(提問要面向全班，學生答問後，教師要複述一下正確答案)。 (約15分鐘)

講授新課：講解數的名稱，寫出一些數，用所說過的名稱去唸它；特別指出：萬個萬又叫作億，萬個億又叫作兆。(7分鐘)

講解我國習用的數字，和我們在計算上通用的阿拉伯數字；在講我國習用的數字時，要學生會寫壹，貳，叁，肆，伍，陸，柒，捌，玖及零這些字，並補充“拾”，“佰”，“仟”。(課內可以讓學生寫一下這些字)。 (5分鐘)

講解關於數位的知識，指出(1)數字在數中，因所佔的位置不同，於是所表示的單位也就不同。(2)在數的橫列中，數位是自右向左算起的，並說明一下各位的名稱。(3)相鄰的兩數位，所表示的兩種單位中間，存在着一定的關係。(左邊也是右邊的十倍)。因為數位的知識，是記數法的基本，所以教師要反覆的清楚的講解。 (15分鐘)

佈置作業：要學生在課後把習題一的1—4各題準備一下並記錄在紙上(不要寫在練習本上)。 (1分鐘)

第三課時：複習提問：(1)檢查一下學生是否把習題一的1—4作好準備。指定幾個學生依照他們所準備的，來作口答。(2)進行一些有關數位的提問。 (15分鐘)

講授新課：由習題一的第1題，引導學生講出：什麼是二位

數？三位數？四位數？等等。講解數位的分等，要學生注意每一等的第一位所表的數位是什麼。如第一等第一位是個位，第二等第一位是千位，等等。關於數的讀法和寫法，是學生在小學已學得過的，我們適用讓學生動手動口的辦法來進行教學，注意使學生掌握多位數的寫法和讀法，並特別舉出我國人口數來說明它的讀法。指出數中間有零的讀法。（15—20分鐘）

課內練習：習題一的 5.6 兩題（在教師領導下進行，不上本子）。（10 分鐘）

進行小結：(1)把這一單元教材，整理一下；教師向全班學生提問：什麼是整數？什麼是自然數列？自然數列有什麼特性？我們怎樣進行數數？數的結果和所數物體的順序有沒有關係？(這裏，要指出“只要每個物體都數到，而且只數過一次，那麼數的結果就是唯一的，它和所數物體的順序，沒有關係”），數位有什麼意義？一個數中的相鄰兩數位，有什麼關係？數位怎樣分等法。為什麼用這樣分法？寫數時零有什麼作用？數的中間如果有零，怎樣讀法？(2)然後教師把上述問題，逐一的寫在黑板上。一面寫，一